한국심리학회지: 발달
The Korean Journal of Developmental Psychology
2005. Vol. 18, No. 4, 109-127

비율 추론 능력의 발달: 수행에 영향을 미치는 과제 변인을 중심으로

정 윤 경
서울대학교 심리과학 연구소

비율 추론(proportional reasoning)은 생활에 만연되어 있는 추론 능력 중 하나로써 둘 이상의 수량간의 상대적 크기(relative quantities)에 대한 관계적 표상(relational representation)을 포함하며 아동의 인지 발달을 기술하고 설명하는데 있어 핵심적 영역이다. 본 논문에서는 비율 추론의 기원과 발달에 관한 서로 다른 주장들과 이를 뒷받침하는 연구 결과를 중심으로 비율 추론의 어려움뿐 아니라 초기 발달의 기원을 살펴보았다. 특히 이전의 연구에서 비율 추론 과제에서의 난이도에 영향을 준 것으로 여겨지는 과제변인들을 규명함으로써 과거 상반된 연구 결과들을 설명하고자 하였다. 제안된 변인으로는 1) 과제가 판단하기를 요구하는 비율간의 관계(등가 대 서열), 2) 아동의 수학적 지식과 기술의 습득, 3) 자극 수량의 유형(연속적 대 비연속적) 그리고 4) '반'의 경계의 이용가능성이다. 이들을 직접 검증한 최근의 몇몇 연구들을 논의하였고 나아가 이에 근거하여 수학 교육에 대한 함의와 그 시사점은 논의 했고, 앞으로 진행되어야 할 연구 방향을 제시하였다.

주요어 : 비율 추론, 연속적 자극, 비연속적 자극, 반의 경계, 수세기, 분수

아동은 과연 자신의 작은 컵에 코코아를 만들 때보다 엄마나 아빠를 위한 큰 컵에 코코아를 만들 때, 보다 많은 양의 초콜릿 분말과 우유를 넣어야 한다는 사실을 알고 있을까? 아동은 자기 컵에 들은 초콜릿 분말의 양이 엄마나 아빠 컵에 들은 초콜릿 분말의 양보다 적은데도 불구하고 두 코코아의 맛이 같다는 것은 알고 있을까? 이와 같은 비율 추론(proportional reasoning)은 생활에 만연되어 있는 추론 능력 중 하나로써 둘 이상의 수량의 상대적 크기(relative quantities)에 대한 관계적 표상(relational representation)을 포함하며, 아동의 인지 발달을 기술하고 설명하는데 있어서 핵심 영역이다(Piaget & Inhelder, 1975; Noelting, 1980). 또한 비율 추론 능력은 양적 계산 능력을 포함하는 중요한 수학적 추론

교신저자 : 정윤경, E-mail: benijeong@hanmail.net

능력(mathematical reasoning)으로 수학 교육과 도 밀접한 관련을 맺고 있다.

이러한 비율 추론 능력이 언제 시작 되는 가에 대한 문제는 인지 발달과 관련된 큰 논쟁 중 하나이다. Piaget와 Inhelder(1975)의 연구에 기원을 두고 있는 전통적 인지 심리학자들은 비율에 근거한 문제 해결은 추상적이고 형식적인 사고 과정을 포함함으로 이는 형식적 조작기를 특징짓는 중요한 발달 지표로써 만 11살 이후가 되어서야 나타난다고 주장하였다. 이에 반해, 최근의 많은 연구자들은 비율 추론의 핵심적 능력이 아동기 초기에도 나타난다고 주장한다(Acredolo, O'Connor, Bank, and Horobin, 1989; Goswami, 1989; Huttenlocher, Vasilyeva and Newcombe, 1999; Resnick and Singer, 1993; Singer-Freeman and Goswami, 2001; Spinillo and Bryant, 1991). 본 논문에서는 이와 같이 두 가지 상반된 주장과 이를 뒷받침하는 연구 결과를 중심으로 비율 추론의 어려움뿐 아니라 초기 발달의 기원을 살펴보고자 한다. 또한 이전의 연구에서 비율 추론 과제의 난이도에 영향을 미친 과제변인들을 중점적으로 살펴 볼 것이다. 나아가 이에 근거한 교육적 함의를 논의할 것이며, 앞으로 진행되어야 할 연구 방향을 제시하고자 한다.

비율 추론의 어려움

비율 추론 능력에 대한 연구는 크기가 다른 두 개의 컵에 담긴 물의 비율의 상대적 크기에 대한 비교에서부터(Bruner & Kenny, 1966; Siegler & Vago, 1978), 확률에 대한 정교한 판단에 이르기까지(Piaget & Inhelder, 1975 Noelting, 1980), 다양한 과제들을 다루어 왔다. 이 모든 과제의 해결에는 두 가지의 공통적 요소들이 있다. 첫째, 상이한 수량들 간의 관계에 대한 일차적 추론(first-order-reasoning)을 해야 한다. 예컨대, 아동은 컵에 들은 물의 양과 컵의 크기의 관계에 대해 생각해야 한다. 둘째, 아동은 "관계 간의 관계"에 대해 사고하는 이차적 추론(second-order-reasoning)을 해야 한다. 다시 말해, 아동은 각 비율이 나타내는 관계들 간의 관계를 판단하여야 한다. 위의 예에서 아동은 각각의 컵과 물의 상대적인 크기를 서로 비교해야만 어떤 컵의 물의 상대적 비율이 더 큰가를 판단할 수 있다.

따라서 Piaget와 Inhelder(1975)는 상대적 수량 간의 관계(비율)를 판단하는 능력은 형식적 조작 능력의 중요한 성취를 의미하는 것으로, 초기 청소년기가 될 때까지 성숙하지 않는다고 주장하였다. 이러한 그들의 주장은 확률 추론(probability reasoning)을 포함하는 고전적 실험에 의해 증명되었다. Piaget와 Inhelder(1975)는 아동들에게 하얀색 구슬과 빨강색 구슬이 함께 들어 있는 두 개의 주머니(각 주머니에 들어있는 구슬의 수는 다르다)를 보여주고, 무선으로 구슬 하나를 꺼냈을 때 빨간색 구슬일 확률이 높은 주머니가 무엇인가를 선택하도록 하였다. 그 결과 그들의 주장대로 아동이 만 11세가 되어서야 성공적으로 과제를 수행하였다. 또한 대부분의 어린 아동들은 두 주머니 안의 흰색과 빨간색 구슬의 개수들 간 관계를 무시하고, 빨간색의 절대적인 수만을 근거로 판단하여 실패하였다. 예컨대, 아동은 3개의 빨간색 구슬과 4개의 흰색 구슬이 있는 주머니에서 보다 2

개의 빨간색 구슬과 2개의 흰색 구슬이 들어 있는 주머니에서 빨간색 구슬을 뽑을 확률이 더 높다고 판단하였다. 즉, 아동은 두 가지 수량간의 관계를 추론하지 않고 오직 한 차원의 절대적 수량만을 고려하여 추론한 것이다. Piaget와 Inhelder의 연구를 선두로 하여 과거 많은 연구들은 아동들이 비율 추론 능력이 결여되어 있음을 보고하였다 (Chapman, 1975; Davies, 1965; Hoemann & Ross, 1971; Karplus, Pulos, & Stage, 1983; Noelting, 1980). 가령, Noelting(1980) 은 아동에게 오렌지 즙과 물이 담긴 컵들로 이루어진 두 개의 세트를 제시하였다. 각 세트는 각기 다른 수의 오렌지 즙 컵과 물 컵으로 구성되어 있었다. 아동에게 주어진 과제는 두 세트 중 어느 세트를 선택해 섞을 때 더 진한 오렌지 주스를 만들 수 있는가를 결정하는 것이었다. 이 연구에서 아동은 초기 청소년기가 될 때까지 정확한 문제 해결을 하지 못했다. 이 실험에서도 아동이 흔히 저지르는 실수 중 하나는 물 컵의 수를 고려하지 않고 오렌지 즙 컵의 수만을 고려해서 대답한다는 점이다. 예컨대, 아동은 오렌지 즙 2컵과 물 1컵이 있는 세트보다는 오렌지 즙 3컵과 물 3컵이 있는 세트로 더 진한 오렌지 주스를 만들 수 있을 것이라는 잘못된 판단을 하였다. 요컨대, Piaget와 Inhelder 이후로 아동기 후기 또는 청소년기의 비율 추론 발달에 대해 수많은 연구들이 이루어져 왔고 이러한 연구들은 아동이 수 정보를 정확하게 사용하지 못해 비율 추론 과제에서 실패한다는 사실을 증명하였다.

아동의 비율 추론과 관련하여 존재하는 또 다른 어려움 중 하나는 분수와 같이 비율을 표상하는데 사용되는 형식적 체계가 아동에게 보다 친숙한 자연수를 표상하는 체계에서 크게 벗어난다는 데 있다. 비율과 마찬가지로 분수의 크기는 두 자연수 간의 관계 (분자와 분모)에 근거하여 이해되어야 한다. 그러나 대부분의 어린 아동은 분수를 구성하는 분자와 분모를 각기 다른 숫자로 취급함으로써, 분수 그 자체가 전체로서 얼마나 큰 값인가에 대한 생각은 하지 못하고 분수를 구성하고 있는 숫자들의 절대적인 값에 현혹되어 과제를 해결하지 못한다. 예컨대, Gelman(1991)은 어린 아동은 4가 2보다 크기 때문에 1/4이 1/2보다 크다고 생각한다는 사실을 발견하였다. 아동은 자연수에 관하여 가지고 있는 친숙한 지식에 강하게 영향을 받아, 자연수의 의미가 다른 방식으로 적용되어야 할 상황에서까지 그 의미를 지나치게 일반화시켜 적용했다는 점을 명확히 알 수 있다. 앞 단락에서 언급된 Piaget & Inhelder(1975)와 Noelting(1980)의 연구에서 나타난 공통적인 오류도 분명 자연수가 가진 의미의 지나친 일반화와 관련이 있었다. 이는 아동의 실패가 비율에 대한 개념이나 추론 능력이 전무해서가 아니라, 과제에서 아동에게 주어진 숫자 정보를 잘못 이용해서, 즉 자연수의 절대적 수량(absolute quantity)의 의미에 혼동된 결과일 수 있다는 것을 제안한다. 실제로 이러한 혼돈이 제거된 몇몇 연구에서는 어린 아동도 비율에 대해서 성공적으로 추론할 수 있음을 밝히고 있다.

비율 추론 능력의 기원

비율 추론과 관련된 필수적인 요소들이 생의 아주 어린 시기부터 존재할 수도 있다는 가능성에 대해 진지한 고려가 이루어진 것은 최

근에 들어서이다. 가령, Huttenlocher, Vasilyeva 와 Newcombe(1999)의 단순 지도 읽기 연구에서 3세와 4세 아동들에게 모래 상자와 이를 표상한 작은 종이 지도를 제시한 후 지도에 검은 점이 그려진 곳이 모래 상자 안의 장난감이 숨겨진 위치라고 지시하고 실제로 장난감을 모래 상자에서 찾도록 하였다. 실험 결과 대부분의 3, 4세 아동들은 지도의 위치에 근거하여 성공적으로 장난감을 찾아내었다. 이러한 연구 결과는 취학 전 아동조차도 이러한 단순한 지도 읽기 과제에서 단일 차원을 따라 비율 추론을 할 수 있음을 보여준다.

Spinillo & Bryant의 연구(1991) 역시 동등 비율 찾기 과제(equivalence-matching task)를 이용해 어린 아동이 비율 추론과 관련된 능력을 가지고 있음을 증명하였다. 이들은 4세에서 7세 사이의 아동들에게 파란색과 흰색으로 이루어진 사각형 그림 모델을 제시한 후 두 개의 각기 파란색과 흰색으로 이루어진 블록 중 사각형 그림 모델과 같은 블록을 선택하게 하였다. 사각형 그림 모델과 블록은 서로 다른 크기이므로 이 과제는 분명 비율적 추론을 포함한다. 이 과제에서도 6세 아동은 성공적으로 수행하여 어린 아동이 비율간 등가성에 대해 정확한 판단을 내릴 수 있음을 보여주었다. Goswami(1989)의 연구 또한 유추 추론(analogical reasoning) 과제를 이용하여 4세밖에 안 된 어린 아동도 각기 모양이 다른 물체들에서 동일한 비율을 찾아낼 수 있다는 사실을 발견하였다. 예컨대, 아동에게 원의 반쪽이 사각형 반쪽에 대응하는 그림을 보여주자 아동은 원의 1/4이 사각형의 1/4에 대응한다고 판단하였다.

정보 통합 접근법(information integration approach)을 이용한 몇몇 연구 또한 5세밖에 안 된 어린 아동도 비율 추론을 요하는 것으로 보이는 상황에서 정확한 추론할 수 있다는 결과를 보여주었다(Acredolo, O'Connor, Banks, & Horobin, 1989; Lovett & Singer 1991). 이들의 실험에서 아동은 연속적 측정 스케일을 이용하여 통합의 결과를 판단해 보라는 과제를 제시 받는다. 예컨대, Acredolo, O'Connor, Banks, Horobin(1989)은 아동에게 꽃이 들어있는 상자와 거미가 들은 상자 안으로 벌레가 떨어질 확률을 연속적 측정 스케일(가령, happy scale)에 적용하여 추정해 보라는 지시를 하였다. 이 과제에서 5세밖에 안된 어린 아동도 거미가 들어 있는 상자의 수와 꽃이 들어 있는 상자의 수간의 비율적 관계를 기초로 성공적으로 추정하였다.

더욱 놀라운 사실은, 최근의 몇몇 연구결과에 따르면 5-6개월 된 영아들도 비율 추론 능력을 어느 정도 갖추고 있다는 것이다. 이에 대한 하나의 증거는 물리적 지지(support relations)에 대한 영아의 지각 능력을 연구한 Baillargeon, Needham, DeVos(1992)의 연구에서 비롯된다. 그들의 실험에서 생후 6개월이 지난 영아에게 받침대 가장자리에 물체를 올려놓은 모습을 보여주고 그 물체가 가장자리 밖으로 튀어 나온 정도에 따라 영아가 다르게 반응한다는 사실을 발견하였다. 즉, 만일 물체가 가장자리 밖으로 조금 튀어 나와 있으면(15%) 영아는 놀라지 않았지만, 물체가 가장자리 밖으로 상당히 많이 나와 있는데도(75%) 그 물체가 떨어지지 않을 경우에는 영아가 더 오랜 시간 동안 그 모습을 바라보았다. 이러한 결과는 영아가 물체가 튀어나온 부분의 절대적인 크기를 고려했다기보다는

물체가 지지된 부분과 지지되지 않은 부분간의 비율을 고려하여 판단하였기 때문인 것으로 추측할 수 있으며, 따라서 생후 6개월 된 영아도 두 가지 수량 간의 비율적 관계를 이해하고 있음이 명확하게 증명된다. 영아는 자신의 물리적 지식 체계에 내재하고 있을 물체가 지탱되는데 필요한 최소 비율과 실제 지탱된 부분과 지탱되지 않은 부분간의 비율을 비교할 수 있었던 것이다.

Duffy, Huttenlocher, Levine 그리고 Duffy (2005)의 연구결과도 영아가 하나의 상대적 수량을 또 다른 상대적 수량과 연관시키는 2차적 추론을 할 수 있다는 직접적인 증거를 제시해 준다. 생후 6개월 된 영아는 투명한 실린더 안에 든 막대기 시각적으로 습관화된 후, 새로운 장면이나 친숙한 장면을 교대로 제시 받았다. 이 실험에서는 두 가지 조건이 포함되었는데, 그 중 한 조건에서는(변경된 비율 조건) 막대기의 크기는 이전 장면과 일치 하지만 실린더의 크기를 다르게 하여 막대기와 실린더 간의 비율을 변화시켰다. 다른 조건에서는(같은 비율 조건) 막대기의 크기는 이전 장면과 같지 않지만 실린더의 크기도 함께 다르게 하여 막대기와 실린더 간의 비율이 이전 장면과 같도록 제시하였다(그림 1 참조). 생후 6개월 된 영아는 같은 비율 조건에서의 막대기의 절대적인 크기가 달라졌음에도 불구하고 탈습관화하지 못했으나, 막대기와 실린더 간의 비율이 변경된 조건에서는 탈습관화 하였다. 이러한 연구 결과는 영아가 본래 습관화 장면에서의 막대기와 실린더 간의 비율을 검사 장면에서의 막대기와 실린더 간의 비율과 관련시켜 추론할 수 있다는 것을 명확하게 증명한다. 또한 이러한 실험 결

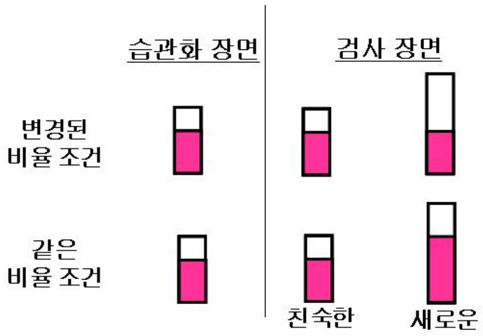


그림 1. Duffy 등(2005)이 사용한 자극의 예

과는 막대기와 같은 연속적 자극에 대한 양적 표상은 절대적 크기의 부호화보다 상대적 해석이 보다 먼저 출현한다는 가능성을 제안한다.

요컨대, 과거의 많은 연구들의 결과에 따르면, 비율 추론을 측정하기 위한 실험 과제의 특성이나 절차에 따라 아동의 수행이 전혀 다르게 나타났다. 어떤 과제에서는 어린 아동뿐 아니라 심지어 영아조차도 하나의 비율 자극을 다른 비율 자극과 연관시키는 능력을 들어내 준 반면 앞서 언급된 바와 같이 둘 이상의 수적 비율을 연관시켜야 하는 과제에서는 많은 시간이 흐른 후에야 성공할 수 있다. 이러한 상충된 결과들을 이해하기 위해 본 논문에서는 기존의 연구에서 아동의 수행에 결정적으로 영향을 준 것으로 여겨지는 과제 변인들을 제안하고 이를 최근의 연구 결과에 근거하여 좀 더 구체적으로 논의하고자 한다.

아동의 비율 추론 과제 수행에 영향을 미치는 과제 변인들

앞에서 제시된 연구들은 몇몇 과제 차원에 따라 그 내용을 달리 한다. 본 단락에서는 특

히 비율 추론 과제의 난이도와 관련이 있는 것으로 여겨지는 네 가지 핵심 요인들에 대해 살펴보겠다. 이 네 가지 차원은 요인은 첫째, 과제가 비율 간 등가성(equivalence)을 판단하도록 요구하는지 아니면 서열(ordinality)을 판단하게 하는 것인지의 여부, 둘째, 비율 추리 과제에서 사용하는 자극이 비연속적(discrete)인지 또는 연속적(continuous) 인지의 여부, 셋째, 아동이 습득한 수학적 지식이나 기술(mathematical convention)의 영향이다. 마지막으로 과제가 어떤 분수를 포함하는지 특히 '반'(1/2)이라는 경계가 사용될 수 있는지의 여부이다.

1) 과제가 요구하는 비율간의 관계: 등가 대 서열

비율 추론과제 간 다양한 난이도가 존재하는 원인 중 하나는 비율 추론 과제가 아동들에게 등가적 관계를 판단하게 하느냐 아니면 서열 관계를 판단하게 하느냐 이다. 비율 간의 서열 판단은 비율 간 등가 판단보다 어려운 것으로 보인다(Mix, Huttenlocher, Levine, 2002). 이전 연구 중 아주 어린 아동들도 비율 추론에서 성공한 실험은 대부분 비율들의 등가성을 판단하도록 요구하였다(Goswami, 1989; Huttenlocher, Vasyleva, & Newcombe, 1999; Spinillo & Bryant, 1991). 그와 반대로 두 가지 비율 중 어느 것이 더 큰지, 즉 서열 관계를 질문한 연구들에서는 연령이 좀 더 증가한 후에 성공적이었다(Jeong, Levine, & Huttenlocher, under review; Piaget & Inhelder, 1975; Siegler & Vago, 1978). 예컨대, Huttenlocher 등(1999)의 지도 읽기 실험에서는 3-4세밖에 안 된 어린 아동도 주어진 지도를 가지고 모래상자 안에 비율적으로 등가적인 위치를 성공적으로 찾아내었으나, Piaget와 Inhelder(1975)의 확률 추론 실험에서는 10세나 된 아동도 두 가지 서로 다른 비율 중 보다 큰 비율을 정확하게 선택하지 못했다.

어린 아동들이 자연수간의 서열(어느 수가 더 큰가)간의 판단 능력이 자연수 간의 등가성(같은 수는 무엇인가)을 판단하는 능력보다 더 늦게 나타나는 것을 고려할 때, 이러한 경향성은 아동의 수량적 자극을 다루는데서 나타나는 일반적인 현상일 수도 있다.

2) 과제에 사용된 수량의 유형: 연속적 자극 대 비연속적 자극

영아기나 학령 전기의 어린 아동이 성공적으로 비율 추론 과제를 해결한 대부분의 연구들은 연속적 수량(continuous quantities)을 자극으로 사용한 반면, 학령기 아동조차 성공적으로 수행하지 못한 연구들의 대부분은 비연속적 수량(discrete quantities)을 자극으로 사용한 것이다. 이러한 이유로, 과제가 연속적 자극이나 비연속적 자극 중 어느 것을 사용하였는지의 여부는 비율 추론 과제의 난이도를 결정하는 하나의 요인으로 간주되고 있다(Jeong, 2003, 2004; Jeong, Levine & Huttenlocher, under review; Mix, Huttenlocher, & Levine, 2002; Singer-Freeman & Goswami, 2001).

이와 같은 비율 추론에 대한 연속적 자극의 우위에 설명하기 위해서 수량적 개념 발달(quantitative development)이라는 좀 더 큰 맥락을 고려할 필요가 있다. 수량적 자극은 크게 연속적 자극과 비연속적 자극으로 나눠질 수 있는데. 이렇게 다른 두 가지 유형의 수량을 아동들이 어떻게 부호화하여 표상하

는가를 고려하여 연속적 자극에 대한 우위를 다음과 같이 설명할 수 있다.

연속적 자극의 절대적 크기를 측정하는 것은 어린 아동들에게는 아주 어려운 과업이다. 연속적인 자극의 크기를 측정하기 위해서 아이들은 자극을 같은 크기의 단위로 나누어, 이를 자극에 적용하고, 적용된 단위의 개수를 결정해야 하는데, 이러한 능력이 완전히 발달되는 시기는 대략 만 8세정도이다(Miller, 1984; Petitto, 1990). 가령, Miller(1984)는 3에서 8세의 아동에게 두 마리 거북이에게 여러 종류의 음식을 똑같은 양으로 나누어 주라는 지시를 제시하였다. 아동은 사탕과 같이 비연속적인 물체를 똑같이 나누는 작업은 대체로 잘 해냈다. 그러나 학령 전기의 아동은 연속적인 음식을 나누는 작업은 잘 해내지 못하였는데, 이는 연속적인 음식을 나눌만한 적당한 단위를 생각해 내는데 상당한 어려움을 겪었기 때문이었다. Petitto(1990) 역시 아동이 길이와 같은 연속적 변인을 측정하는데 있어 균일한 단위 원칙을 이해하는데 어려움을 겪는다는 사실을 발견하였다. Petitto는 6, 8세 아동에게 5개의 다른 종류의 자(ruler)를 제공하였는데, 이 중 오직 한 자만이 자 위에 적힌 숫자 간에 균일한 간격을 유지함으로써 균일한 간격 원칙을 따르고 있었다. 아동은 길이를 측정하기 위해 이 다섯 개의 자 중 하나를 선택해야 했다. 실험 결과, 모든 연령 집단의 아동이 길이 측정을 위해 숫자 간에 균일한 간격이 유지되어 있는 자를 선택해내지 못했다. 이러한 예들은 연속적 수량을 측정하는 아동의 능력에 한계가 있음을 분명히 시사하고 있다.

역설적으로, 위와 같이 연속적 자극에 대한 절대적 크기에 대한 측정의 어려움이 비율 추론에서 연속적 자극의 우위를 설명한다. 즉, 어린 아동들은 처음 연속적 자극에 대해서는 절대적인 크기를 측정하는 대신 자극 주변에 존재하는 다른 연속적 자극의 크기와의 상대적인 크기를 비교하여 부호화하고 표상한다. 가령, 액체와 같은 연속적 물질은 용기에 담겨 있기 때문에 그 용기에서 차지하고 있는 상대적 비율로서 그 물질의 양을 나타낼 수 있다. 실제로 Duffy와 그의 동료들의 연구결과들은 이러한 상대적 부호화의 대안적인 기제에 대한 직접적 증거를 제공한다(Duffy, Huttenlocher, & Levine, 2005; Huttenlocher, Duffy, & Levine, 2002). 그들은 2, 4세의 아동들에게 특정 길이의 막대기를 보여준 후 제거한 다음, 두 개의 막대기(앞에서 보여준 자극과 같은 크기의 막대기와 다른 크기의 막대기)를 제시하고 이 둘 중 어떤 것이 이전에 제시된 것인지를 선택하도록 하였다. 그들의 실험에서 주요하게 조작된 두 조건 중 하나는 처음 막대기가 제시될 때 아무런 다른 자극이 없이 혼자 제시된 것(혼자 조건)이고, 다른 조건에서는 막대기가 투명한 실린더 안에 들어 있는 것이다(실린더 조건). 즉, 두 번째 조건에서만 아동은 막대기의 절대적 크기 뿐 아니라 실린더의 상대적인 크기를 부호화 할 수 있었다. 그 결과 2, 4세 아동들은 실린더 조건에서만 성공적으로 이전에 본 막대기와 같은 것을 선택 할 수 있었다. 이러한 결과는 막대기의 길이와 같은 연속적인 자극의 수량을 부호화 할 때 어린 아동들은 자극의 절대적인 크기나 길이 보다는 이를 다른 자극에 비교하여 상대적으로 부호화하는 책략을 사용함을 증명하였다. 더욱 중요한 것은 이러한

그들의 결과는 왜 연속적 자극이 비율 추론에서 어린 아동들에게 유리한가를 설명하는 것이다. 어린 시기 연속적 자극을 다룬 경험들은 비율 추론에서 가장 핵심적인 상대적인 크기의 부호화와 이를 대상으로 한 추론을 촉진 시켰을 가능성이 높다.

연속적 수량과는 대조적으로, 비연속적 수량에 대한 아동의 탁월한 측정 능력은 비연속적 수량에 대한 아동의 비율 추론 능력을 매우 일찍부터 발달시킬 수 있는 가능성을 제한할 수 있다. 아동은 꽤 이른 시기부터 비연속적 물체들의 절대적 수량을 측정할 수 있다(Mix, 1999; Wynn, 1990). 비연속적 수량에 측정 단위를 적용하기 쉬운 이유 중 하나는 비연속적 물체들은 이미 낱개의 단위로 세분화되어 있으므로 아동은 이를 세기만 하면 되기 때문이다. 게다가 어린 아동들은 숫자 단어들을 습득하고, 수 세기 기술을 학습하기 시작하며, 이를 위해 엄청난 훈련을 받고 노력을 기울인다. 이와 같은 아동의 자연수에 대한 지식과 기술은 일상적 맥락안의 수학적 문제 해결에서 효과적으로 사용되며, 이러한 경험들은 아동들의 수 세기 책략을 더욱 강화 시키며, 비연속적인 자극이 제시될 때마다 아동들은 거의 자동적으로 수세기 책략을 사용하도록 동기화 된다. 이러한 책략은 아동이 비연속적 수량에 대한 비율 추론 능력을 발달시킬 수 있는 기회를 제한하게 된다. 더 큰 문제는 이러한 수세기 책략의 과잉 사용이 비율적 추론과제 상황에서는 어린 아동들에게 치명적일 수 있다는 것이다. 아동이 수 세기 책략을 사용해서 비율 추론을 하기 위해서는 각각의 “수”가 가지고 있는 자연수의 절대적 크기의 개념을 초월하고, 적어도 두 집단의 자극 개수간의 상대적 크기에 근거하여 비율의 크기를 결정해야 한다. 그런데 이러한 책략은 ‘분수(fraction)’나 ‘비례(ratio)’와 같은 형식적인 수학적 절차를 학습해야만 올바르게 사용될 수 있다. 사실, 분수나 수 정보를 올바르게 이용한 비율의 계산은 아주 정확한 문제 해결을 보장하지만 이러한 형식적 기술은 후기 학령기가 되어서나 학습되어진다. 따라서 이를 아직 학습 하지 못한 학령전기, 초기 학령기 아동들은 수 정보를 사용하는 것이 비율 추론 과제에서는 치명적일 수 있다. 예컨대, 앞서 Piaget와 Inhelder (1975)의 연구에서 나타난 아동들의 실패는 이를 직접적으로 증명해준다.

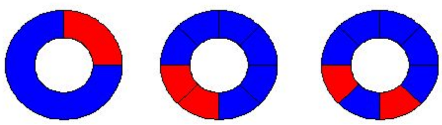
요컨대, 아동은 초기에서부터 다른 유형의 수량을 전혀 다른 방식으로 다루는 경험을 함으로써 각 유형의 수량으로 이루어진 비율을 판단하는데 각기 다른 책략을 이용하게 된다. 연속적 자극을 대상에 대해서 아동은 상대적 방식으로 부호화하기 시작하고, 절대적 크기에 대한 측정 능력의 부족으로 인하여 이와 같은 상대적 크기에 대한 부호화 방식을 오랫동안 계속해서 사용한다. 그렇기 때문에 비율 추론 과제가 연속적 수량을 포함할 때 어린 아동은 목표 대상의 절대적인 양을 측정하기보다는 하나의 연속적 자극과 또 다른 연속적 자극의 상대적 양 간의 관계를 지각적으로 부호화하는 양의 책략(amount strategy)을 사용할 가능성이 더 높은 것이다. 이론상으로는, 연속적 물체를 같은 크기의 단위로 나누어 이들의 개수를 세어 비율을 추론하는 수적 책략(number strategy)을 적용할 수 있다. 그러나 아동이 연속적 물체를 동등한 단위로 나누는데 겪는 어려움을 고려한다

면(Miller, 1984), 어린 아동이 연속적 수량에 대해 숫자 책략을 사용한다는 것을 거의 불가능하다.

반면, 아동은 수세기를 통해 아주 이른 시기부터 비연속적 수량의 크기를 측정할 수 있고, 이러한 견고한 수 세기 능력은 아동으로 하여금 비율 추론 과제가 비연속적 물체들에 대한 것일 경우, 잘못된 수 책략을 이용하도록 유도한다. 즉, 어린 아동은 비연속적 물체들의 목표 대상의 개수와 전체 대상의 개수를 연관시켜 생각하기보다는 비연속적 물체들의 절대적인 숫자에 근거하여 판단하려하여 실패하는 것이다. 이론적으로 비연속적 대상으로도 양적 책략이 사용될 수 있겠지만, 양적 책략을 비연속적 수량에 이용하기 위해서는 비연속적 물체들을 정신적으로 모으거나 물체들 간의 간격을 무시하고 물체들의 양을 측정하여 물체들의 양을 내적으로 축적해야 하는 추가적 조작이 요구되는 것을 고려할 때 양적 책략을 비연속적 수량에 사용하는 것은 정확성이 떨어지고 효과적이지 않다.

실제로 최근의 몇몇 연구들은 동등 비율 대응 과제(proportional equivalence matching task)를 사용하여 비연속적 자극과 연속적 자극을 직접 비교하여 자극의 수량에 따른 상대적 난이도를 검증하였다. Singer-Freeman과 Goswami의 연구(2001)는 4, 5세 아동이 연속적 물질과 비연속적 물체들에 대해 각각 동등한 비율을 맞추는 능력을 비교하고자 하였다. 연속적 과제에서는 아동에게 동일한 크기의 피자 두 판을 보여주고 하나는 실험자의 것이라 하고 하나는 아동의 것이라 하였다. 실험자의 피자는 8조각으로 균등하게 나누어진 반면 아동의 피자는 4조각으로 균등하게 나누어져 있었다. 그런 다음 실험자는 자신의 피자 일부(1/4, 2/4, 또는 3/4)를 들어내고 아동에게 아동의 피자에서도 그만큼의 부분을 들어내어 보라고 하였다. 비연속적 과제에서는 실험 절차가 위와 동일하였으나 단지 실험자는 8개의 초콜릿 사탕을 갖고 있었고 아동은 4개의 초콜릿 사탕을 갖고 있었다. 실험결과, 아동은 비연속적 과제보다 연속적 과제를 더 잘 수행했다. 그러나 이 과제들은 아동이 비율 추론 능력을 갖고 있는가는 적절히 밝혀내지 못하였다. 연속적 과제에서는 비록 아동의 피자가 실험자의 피자 조각(8)과는 다른 개수(4)로 나뉘어져 있기는 했지만 두 피자의 절대적인 크기는 동일하였다. 따라서 여기서 아동은 들어내야 하는 음식과 그 외의 음식의 상대적 양을 비교하기 보다는 실험자가 들어낸 피자와 절대적으로 동일한 양을 맞춤으로써 과제를 해결했을 수도 있다. 이는 비연속적 과제에서도 마찬가지였다. 실험자가 갖고 있는 초콜릿 사탕의 크기는 아동이 갖고 있는 초콜릿 사탕의 크기의 반이었기 때문에 실험자가 갖고 있는 초콜릿 사탕의 총 질량과 아동이 갖고 있는 초콜릿 사탕의 총 질량은 동일하였다. 여기서도 아동은 실험자가 들어낸 초콜릿 사탕의 절대적 양을 보고서 자신의 초콜릿 사탕을 들어내었을 수도 있다. 그러므로 각 조건에서 아동이 과제를 성공적으로 수행하는데 있어 반드시 비율 추론이 요구된 것은 아닐 수도 있기 때문에, 이 실험의 결과는 비연속적 수량에 대한 비율 추론이 연속적 수량에 대한 비율 추론보다 어렵다는 주장에 대한 확실한 증거를 제공하지 못한다.

Jeong, Levine 그리고 Huttenlocher(under review)는 절대적 수량에 대한 측정과 혼입이 없는 과제 상황에서 각기 다른 유형의 수량이 아동이 확률 추론 과제를 해결하는 능력에 미치는 영향을 살펴보기 위한 실험을 실시하였다. 이 연구에서는 6세, 8세, 10세 아동에게 빨간색과 파란색 구역으로 이루어진 원반을 제시한 후, 만약 원반이 돌다가 멈춘 순간 화살이 빨간색 구역을 가리킬 경우 스티커를 더 주겠다고 하고 화살이 파란 구역을 가리킬 경우 아동이 가지고 있는 스티커 중 하나를 실험자에게 돌려 주어야 한다고 지시했다. 다음 아동에게 빨간색과 파란색이 차지하는 비율과 절대적 크기가 다른 두 개의 원반을 제시하고, 이 중 어떤 원반을 선택해서 돌리고 싶은지를 선택 하도록 했다. 이 때 각기 다른 유형의 수량이 미치는 영향을 알아보기 위해 원반에 파란색 구역과 빨강색 구역을 조작하여 연속적 자극(그림 2a)과 비연속적 자극(그림 2b, c)을 조작하였다. 실험 결과, 6세의 어린 아동도 같은 색의 구역들이 구분되지 않아 연속적 자극을 이룰 때 성공적으로 과제를 해결하였다. 그러나 빨간색과 파란색 구역이 몇 개의 단위로 구분되어 비연속적 자극을 이룰 때 10세 아동도 성공적으로 수행하지 못하였다. 이 실험 결과는 최소한 10세가 될 때까지는 비연속적 수량보다는 연속적 수량을 가지고 비율 간 서열 관계를 판단하는 것이 더 쉽다는 사실을 직접 증명한다.



a.연속적 조건 b.비연속 조건 I c.비연속적 조건 II

그림 2. Jeong 등에서 사용된 자극 유형들

Jeong(2003) 의 또 다른 연구는 연속적 자극과 비연속적 자극에서 아동들이 사용하는 책략을 직접 밝히기 위해 다음과 같은 절차와 실험 도구를 사용하였다. 4, 6, 8, 10세의 아동들에게 빨강 물과 흰 물을 섞어 신비한 마술 물을 만들 것이라고 했다. 빨간 색과 흰색으로 이루어진 비율 자극(기준 자극)을 제시하면서 이것이 신비한 마술 물을 만들기 위한 래시피임을 말했다. 다음 세 개의 대안적 비율 자극들을 제시하면서 앞에서 말한 마술물과 똑같은 것을 만들려면 이 중 어떤 것을 사용해야 하는지를 선택하도록 하였다. 이 때 세 가지 선택지 중 하나는 정답(빨간 색과 흰색의 비율이 기준 자극과 같음)이고, 다른 하나는 빨간 색의 절대적 수량에서 기준 자극과 일치하는 오답(Absolute foil), 나머지 하나는 무선적인 오답(random foil)이었다(그림 3 참고). 연구 결과 비연속적인 자극을 사용한 조건에서는, 10세 이하의 아동들은 거의 대부분 성공하지 못했으며, 대부분의 4, 6세 아동들의 실패가 빨간색 자극의 절대적인 수에 근거하여 반응하는 것과 관련되어 있었다. 반면, 연속적 자극 조건에서는 4. 6세의 어린 아동들도 빨간색의 절대적 크기에 근거해서 판단하지 않고 빨간색과 흰색의 상대적 양에 근거하여 성공적으로 비율 추론을 수행하였다. Jeong(2003)의 연구 결과는 이전 연구의 결과에서 비율 표상의 시작 시기에서 큰 차이가 나타난 이유 중 하나가 아동이 비율을 표상하기 위해 사용하는 책략이나 이용하는 정보가 다르기 때문이며, 이와 같이 서로 다른 책략을 불러일으키는 한 변인으로써 자극의 연속성과 비연속적임을 직접 밝혀주었다.

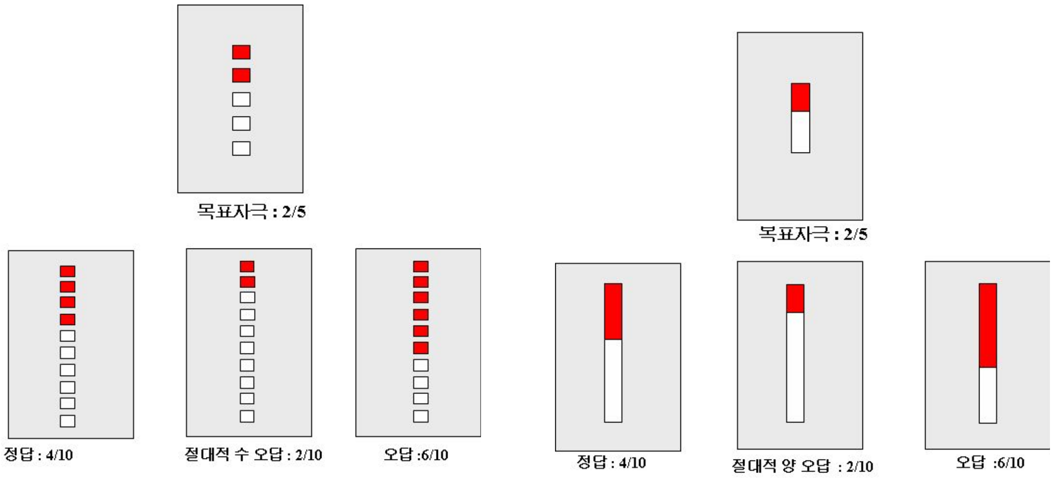


그림 3. Jeong(2003)에서 사용된 비율추론 과제의 자극 예

3) 수학적 지식과 기술의 학습

비율추론 과제에서 아동의 수행은 그들이 가지고 있는 수학적 지식과 기술과 어느 정도 관련이 있다. 특히, 자연수에 대한 개념, 수세기 기술, 분수에 대한 개념과 그 계산 절차에 대한 지식은 비율 추론 과제가 '비연속적인 자극'을 사용했을 때 보다 직접적으로 관련이 있는 것으로 보인다. 즉, 비연속적인 자극이 제시된 조건에서 아동은 대상들의 개수를 쉽게 판단할 수 있으며 아동은 이러한 수 정보를 사용하여 문제를 해결하고자 한다. 앞에서 논의 되었듯이, 수에 근거한 비율 표상 능력(가령 5개 중의 2개는 10개중의 4개와 같다)은 후기 학령기 분수나 비례를 계산하는 교육적 훈련을 통해서만 가능할 것이다. 미국의 중서부 지역의 아동을 대상으로 한 Jeong (2003)의 연구에서 만 10세의 아동만이 비연속적 자극 조건에서 성공적으로 수행한 결과는 미국의 공립학교의 교과 과정에 서 5학년 (만 10세)이 되어야 분수 및 분수를 사용한 계산 과정을 학습한다는 것을 고려했을 때 이러한 주장을 뒷받침 한다. 또한 비연속적 자극 조건에서 아동의 수행은 4세에서 6세 사이에 오히려 떨어진다. 이 결과 또한 아동이 자신이 가지고 있는 수학적 지식에 근거해 문제를 해결하려 했기 때문일 수 있다. 6세 아동은 4세 아동 보다 더욱 강력한 자연수 지식과 수 세기 기술을 가지고 있다. 따라서 6세 아동은 4세 아동 보다 더욱 자주 절대적 크기에 근거하여 비율을 판단함으로써 더 낮은 수행을 보이게 된 것이다. 이러한 주장은 실제 4세의 아동의 경우, 수세기 기술과 비연속적 자극 조건에서 절대적 선택지 (absolute foil)를 선택한 비율간의 유의미한 상관에 의해 직접 증명 되었다. 즉, 자연수를 대상으로 하는 수 세기를 잘하는 4세 아동일수록 비연속 자극조건에서 절대적 선택지에 반응하여 오류를 범하는 비율이 높았다.

반면, 과제가 연속적 자극을 사용한 경우, 아이들은 공간적 범주를 사용하거나 지각적

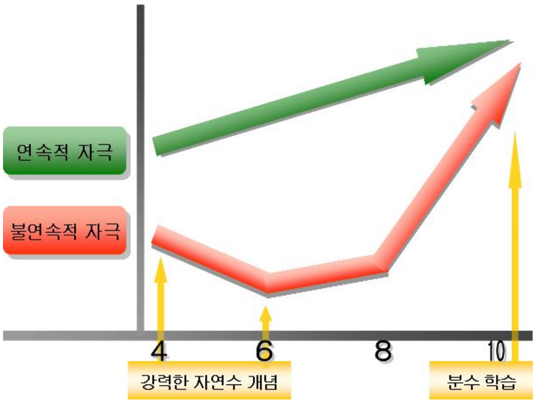


그림 4. 자극 유형과 수학적 지식에 따른 비율추론 능력 발달 패턴

으로 양을 비교하여 비율을 표상하는 책략을 사용하여 비율을 표상하므로 아동의 수학적 지식과는 상관없이 아동의 수행은 연령이 증가함에 따라 일관되게 증가하며 비연속적 자극과는 사뭇 다른 발달 패턴을 들어냈다(그림 4 참조). 연속적 자극을 대상으로 사용하는 비율 추론 능력은 보다 지각적이고 적어도 어느 시기 까지는 형식적 교육에 영향을 덜 받는 자연적 발달 과정임을 제안한다.

4) 분수의 종류: 반(1/2) 대 그 외 분수

비율 추론을 연구하는 학자들은 반(1/2)을 특별한 비율로 간주한다(Hunting & Davis, 1991; Spinillo & Bryant, 1991). "반"이라는 개념은 다른 분수/비율보다 이른 시기에 이해된다. 1/2은 시각적으로 가장 쉽게 지각 또는 이해되는 비율일 것이다. 이는 하나를 둘로 나누었을 때 생기는 2개의 균등한 수량이 지각적 대칭성을 이루어 아동이 쉽게 이해할 수 있게끔 도와줄 수 있다. 또한 이러한 두 부분의 동등성은 어린 아동에게 더욱 어려운 부분-전체에 대한 추론(part-whole reasoning)과 부분-부분에 대한 추론(part-part reasoning)을 매개하는 중요한 연결점의 역할을 한다. 가령 아동은 나눠진 두 부분들의 크기가 서로 같을 때(부분-부분 추론) 이것을 '반'(부분-전체 추론)이라는 개념에 사상(mapping) 할 수 있다. 게다가 아동은 일상생활에서 가장 처음으로 배우는 분수를 나타내는 단어는 "반"(half)일 것이다. 가령, 나이를 묻는 질문에도 어떤 아동은 "저는 3살 반이에요."라고 대답하기도 한다. 실제로 Hunting과 Davis(1991)는 1/2이 아동이 배우기에 가장 먼저 이해하는 비율이라는 것을 증명하였다.

더욱 중요한 것은 '반'이라는 개념의 이해는 그 외의 다른 비율(분수)에 대한 이해를 위한 중요한 초석이 되며 동시에 다른 비율을 표상하는데 있어서 아동은 '반'이라는 경계를 사용할 수 있다. 따라서 비율 추론 과제의 난이도에 영향을 주는 또 다른 과제 요인은, '반'이라는 경계의 이용 가능성 여부 즉, 비율이 1/2이라는 경계를 가로질러 비교될 수 있는 지의 여부이다. 예컨대, 아동은 3/8을 정확한 비율로 표상하기 전에 이를 "1/2보다는 작은 것"으로 표상할 수 있다. 따라서 비율 추론 과제는 반이라는 경계(half-boundary)의 이용가능성에 근거하여 그 난이도가 결정될 수 있다. 가령, 위에서 언급된 Spinillo와 Bryant (1991)의 연구는 이를 직접 조작한 비율 추론 과제를 고안해 냄으로써 비율 간 등가 여부를 판단하는데 있어 반 경계가 이용가능성을 중요성을 실제로 증명하였다. 실험에 포함된 문제 중 반은 아동은 같은 비율을 선택할 때 1/2을 경계로 이용할 수 있었는데, 이는 두개의 선택지중 정답과 오답(foil)의 비율이 1/2을 가로질러 있기 때문이었다(예컨대, 3/8 대 5/8,

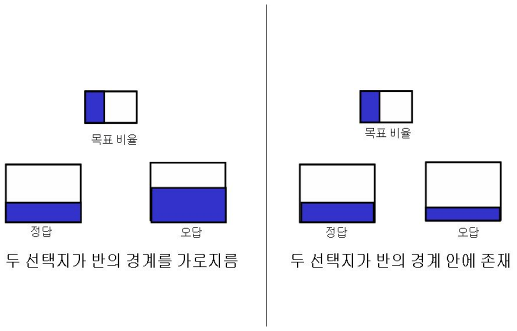


그림 5. Spinillo와 Bryant(1991)의 연구에서 사용된 자극의 예

그림 5 참조). 이 조건에서는 비록 아동이 파란색 영역의 비율을 정확하게 계산하지 못하고 단지 "1/2보다 작은 것"으로 표상한다 하더라도 정확한 반응을 할 수 있다. 반면 두 선택지가 같은 반 경계 안에 존재할 때(예컨대, 3/8 대 1/8), 1/2을 경계로 이용할 수 없었으므로, 아동의 수행은 연령에 상관없이 저조하였다. 이는 곧 "반"이 반 이외의 비율을 범주화하여 지각하는데 있어 경계로 이용되었음을 시사한다. 앞에서 소개된 Jeong(2003)의 연구에서도 비율간의 등가성을 판단하는데 있어서 반 경계가 비율 추론 과제의 난이도를 결정하는데 중요한 역할을 담당할 수 있음을 반 경계의 이용 가능성을 조작하여 명백히 보여주었다. 특히 Spinillo와 Bryant의 연구와는 달리 연속적 자극과 비연속 자극을 모두 이용하여 자극의 종류에 상관없이 반의 효과가 더욱 일반화 될 수 있음을 증명하였다.

요약 및 결론

아동이 과연 비율간의 관계를 판단할 수 있는지에 관해서 학자들 간에서 상충되는 시각이 존재해 왔다. 본 논문에서는 이러한 주장을 뒷받침하는 연구 결과들을 고찰하여 위 논쟁에 대한 몇 가지 결론을 아래와 같이 논하고자 한다.

첫째, 비율 추론에서 가장 핵심적인 요소를 생의 매우 이른 시기부터 갖추고 있다. 아마도 수량을 이해하는데 있어서 상대적 관계에 대한 이해는 절대적 크기에 대한 이해보다 훨씬 더 근본적이고 앞선 것일 수 있다. 초기 게슬탈트 심리학자들에 따르면 인간의 지각적 체계는 상당히 상대적인 정보에 근거한다. 대상의 크기, 선의 길이, 또는 색상의 강도들을 판단하는데 있어서 주변 맥락에 영향을 받는다는 것이 이를 확실히 증명한다. 실제로 여러 연구 결과들은 아주 어린 영아들도 분명히 주변 자극의 크기에 근거하여 목표 자극의 크기를 부호화 한다는 것을 보여 주었다. 물론 이들의 능력은 성인이 분수나 비율을 계산하는 것과 같이 정확하지는 않지만, 아주 이른 시기부터 비율 추론의 핵심적 요소인 상대적 크기간의 관계에 대한 표상 능력을 포함하고 있다는 면에서 비율 추론 능력의 발달의 주요 기원이 되는 것이다.

다음, 실제 아동이 비율에 대한 자신의 이해를 과제 수행으로 보여줄 수 있을지 여부는 비율 추론 과제에서 아동들이 사용하는 특정 책략을 유발하는 몇 몇의 과제 요인들에 달려 있다. 본 논문에서는 이러한 요인으로 과제가 요구하는 비율간의 관계(등가, 서열), 수량자극의 유형, 그리고 아동이 가지고 있는 형식적인 수학 지식내용, 반이라는 경계의 이용가능성을 제안하였다. 즉, 과제가 등가 관계를 요구하고, 연속적 자극을 사용하여 수 세기 지식에 의해 오인되지 않으면서, 반이라는 경계를 사용할 수 있을 때 아동의 수

행이 가장 높다는 것을 제안할 수 있었다. 더불어 최근의 몇 몇 연구들은 이러한 변인들이 각 과제 상황에서 아동들이 실제로 어떠한 책략을 사용할지, 즉 지각적 판단을 할 것인지, 수학적 지식을 이용할지에 영향을 줌으로써 아동의 수행을 결정함을 증명해 보이기도 하였다(가령, Jeong, 2003; Spinillo & Bryant, 1991).

하지만 제안된 변인들 간의 상호작용을 효과를 알아본 연구는 아직 없었다. 이와 관련하여 흥미로운 사실 중 하나는 비율 간 등가관계를 판단할 것을 요구한 대부분의 연구들은 연속적 자극을 이용하였고 비율간의 서열관계를 판단할 것을 요구한 대부분의 연구들은 비연속적 자극을 사용하였다는 것이다. 따라서 연속적 수량과 비연속적 수량과 관련된 과제들에서 아동이 보여주는 해결 능력의 차이는 부분적으로 등가 판단과 서열 판단의 변인에 의해 야기되는 난이도를 어느 정도 포함하고 있을 수도 있다. 따라서 이러한 변인들을 동시에 조작하여 변인들 간의 혼입을 통제하고 연령에 따라 달리 나타날 수 있는 이들 간의 상호작용을 직접 알아보는 후속 연구들이 반드시 필요할 것이다.

분수/비율 개념 교육에 대한 시사점

학교에서 아동들에게 수학 교육을 하는 과정에서 분수를 가르치는 시기는 아마도 가장 중요한 전환기일 것이며 동시에 아동이 수학 학습에서 가장 큰 어려움을 맞이하는 시기일 것이다(Behr, Wachsmuth, Post & Lesh, 1984). 그러므로 교과 과정을 결정하고 교육을 위한 도구나 교재를 제작하는데 있어서 아동들이 가지고 있는 '분수' 또는 '비례'와 관련된 지식이 어떠한가를 정확하게 이해하는 것은 무엇보다 중요하다. 즉, 아동이 과연 어떤 지식 체계를 갖추고 교실에 들어서는지를 살펴 볼 필요가 있다. 각기 다른 과제와 재료로 비율 개념의 발달에 관한 기존의 연구들에 대한 개관은 이에 대해 다음과 같이 몇 가지 중요한 정보를 제공한다.

첫째, 아동이 분수 과제를 해결하는데 어려움을 겪는 이유가 이차적 추론의 스키마(second order reasoning schema)의 결함과 같은 아동의 인지적 한계 때문이라는 주장(Piaget & Inhelder, 1975)과는 달리 어린 아동도 분수와 관련된 상대적 수량에 대한 개념을 명확하게 이해하고 있다. 가령, 비율적 개념을 포함한 명백한 과제에서 만 3세 아동들도 성공적으로 수행한다(Huttenlocher 등, 1999). 이러한 결과는 학령전기 아동들에게도 그림 지도와 같은 친숙한 자극을 통해 비율과 관련된 개념을 교육하고 훈련할 수 있음을 시사한다. 게다가 3세부터 아동들은 '반'이라는 개념을 이해하고 이를 언어적으로 사용할 수 있게 된다(Hunting & Davies, 1991). 따라서 "반"의 개념을 시각적 재료와 언어적 자극을 통하여 교육하는 것도 비율에 관련된 효과적인 첫걸음일 수 있을 것이다.

둘째, 어린 아동이 수 정보에 근거한 비율을 판단하는데 어려움을 겪는 이유 중 하나가 아동이 자연수에 대해 갖고 있는 지식과 밀접하게 관련이 있음을 알 수 있다. 비율 과제가 비연속적 물체들로 제시되자, 아동은 각 물체의 수를 센 후 자연수 체계에서 숫자가 지니는 의미를 지나치게 일반화하는 오류를 범하였다. 학교와 집에서 가장 빈번하게 이루

어지는 수학 활동 중의 하나가 "비연속적 물체들"의 개수를 세는 것이라는 사실을 고려해 보면, 아동이 비연속적 물체들로 이루어진 비율 추론 과제를 제대로 해결하지 못한 것은 어쩌면 당연한 결과일지도 모른다. 아동으로서는 비연속적 물체들을 세어 본 경험이 엄청나게 많기 때문에 주어진 과제가 개별적인 숫자의 의미와는 관련이 없는 상황에서조차도 비연속적 물체의 수를 자동적으로 셀 수밖에 없었을지도 모른다. 이러한 종류의 간섭은 아동이 분수를 학습할 때도 발생한다. 대부분의 어린 아동이 1/4가 1/3보다 크다고 대답한다는 사실을 상기해보자(Gelman, 1991). 이 것은 단순한 생각 없는 오류가 아니라 아동 안에 이미 견고하게 확립된 지식을 잘못 적용했기 때문에 발생하는 것이다. 이러한 사실은 분수 학습에서 아동이 겪는 어려움, 즉 자연수 개념을 억압해야 하는 이들의 고충에 의해 명확하게 뒷받침된다. 위와 같은 결과는 분수를 교육하는데 있어 흔히 이루어지는 "이중 셈"(전체와 부분의 개수를 세는 절차: double counting)이 분수가 '관계를 표상하는 하나의 상징'이라 생각하지 못하고 '두 가지 숫자가 각각 개별적인 의미를 지니고 있는 것'이라고 잘못 생각하게 될 수 있다는 점을 시사한다. 요컨대, 아동은 교실에 들어설 때 '분수에 대한 필수적인 개념' 뿐 아니라 분수 학습을 어렵게 만들 수 있는 '자연수와 관련된 견고한 지식'도 갖추고 있다는 사실을 명심해야 한다.

아마도, 분수 학습은 자연수에 대한 지식을 습득한 후 자연스럽게 거치게 되는 "다음 단계"가 아니라 아동이 수량과 수량간의 관계를 생각하는 방식의 자연스러운 연장일 수 있다. 따라서 자연수 개념을 분수 개념보다 항상 먼저 배우는 수학 교수법과는 달리, 이 두 가지 다른 개념(자연수 개념 및 비율 개념)을 동시에 가르치는 것이 자연스러울 수도 있다. 많은 연구에서 입증 되었듯이 어린 아동조차도 비율적 판단을 성공적으로 내릴 수 있다는 사실은 학령 전 아동조차도 하나의 상대적 수량을 또 다른 상대적 수량과 연관시키는 개념 등과 같이 분수에 관한 필수 개념을 정식으로 교육 받을 수 있다는 사실을 시사한다. 비율에 대한 아동의 직관적인 지식을 키우기 위해서는 연속적 재료를 초기 학습 자료로 이용하는 것이 더 유리할 것이라고 판단된다. 동시에, 비연속적 수량 과제에 있어 아동이 어려움을 겪는 이유는 아동이 이미 가지고 있는 정수 자연수의 체계를 뛰어넘지 못하는 것과 관련이 있다는 사실이 증명되었으므로, 본 연구 결과는 아동이 비연속적 재료를 중심으로 수 개념 뿐 아니라 동시에 비율 개념도 가르치는 것이 더 좋을 것이라는 사실도 시사한다. 이러한 학습 방식을 통해 아동은 두 가지 극단적으로 다른 유형의 수량화(quantification)를 분리시켜 생각할 수 있을 것이다. 이러한 두 가지 개념을 동시에 교육하는 것이 성공적일지 그리고 아동이 자연수의 의미를 지나치게 일반화하는 경향성이 효과적으로 완화시킬 수 있는 지의 여부를 판단하기 위해서는 추가 연구가 이루어져야할 것이다.

추후 연구의 방향

지금까지 논의 해온 거의 대부분의 연구결과들은 미국 중산층의 아동들을 대상으로 한

것으로 그들의 교과 과정에 근거한 수학적, 입력과 관련된 비율 추론의 발달 과정으로 볼 수 있다. 그러므로 그 결과가 수학적 교과 과정과 수학적 교육에 대한 사회적 태도가 전혀 다른 국내 아동의 비율 추론 능력의 발달에 그대로 일반화될 수 없다. 한국 아동과 서양의 아동을 비교한 선행 연구들에 따르면, 일반적으로 한국의 아동들이 서양의 아동들 보다 형식적 수학 기술이 월등하다 (Davies & Ginsburg, 1993; Song & Ginsburg, 1987). 이러한 차이는 단지 수학적 개념과 관련된 언어적 체계의 차이에서 비롯될 수도 있다. 가령, 영어권에서 사용하는 수 언어 체계와 한국어의 수 언어 체계는 여러 면에서 다르다. 특히, 분수를 말하는데 있어 영어는 부분-전체 (three-> fourth)의 순서이지만 한국어는 전체-부분(4 분의 -> 3)의 순서를 사용한다. 이러한 언어적 체계의 차이가 비율 개념이나 이를 근거로 한 추론의 발달에 중요한 역할을 할 것으로 여겨진다. 또한 형식적 교육을 강조하는 한국의 남다른 가정이나 학교 기관의 태도 또한 비율 개념의 발달에 영향을 미칠 것으로 기대된다. 가령, 수학 교육을 위한 초기의 지나친 입력이 아동의 인지 발달의 핵심 영역이라 할 수 있는 관계적 구조의 표상능력인 비율 개념의 발달에 어떠한 영향을 받는지를 알아보기 위한 후속 연구도 필요할 것이다. 요컨대, 한국 아동의 비율에 대한 개념적 이해와, 추론 능력의 발달 과정을 좀더 구체적으로 밝히고, 이를 서양 연구 자료와 비교하여 인지 발달의 교육적, 성숙적 측면을 좀더 심도 있게 논의할 필요성이 있다.

나아가 앞 단락에서 언급된 바, 비율 추론의 수행에 영향을 주는 것으로 보이는 여러 변인들 간의 관련성 또한 알아볼 필요가 있다. 가령, 제안된 변인들을 모두 포함한 연구를 통하여 변인들의 주효과와 상호작용 효과를 검증 할 필요가 있다.

마지막으로, 비율 추론 능력에 대한 연구는 학령 전기나 학령기의 정상 아동 뿐 아니라 장애아 또는 노인과 같은 특수 집단(special population) 에 대한 인지적 특성을 밝히기 위해 실시되어야 할 것이다. 비율 추론은 두 개 이상의 수량간의 관계를 표상하는 능력을 포함하는 아주 중요한 인지 능력중 하나이다. 이런 능력을 측정하기 위해 선행 연구들에서 사용되었던 비언어적 자극은 형식적 교육을 받지 못한 무학 노인이나 치매로 인해 뇌가 손상된 노인 또는 학습 장애나 자폐아 같이 인지의 특정 하위 영역에서 장애를 지닌 아동들의 인지적 특성을 규정하는데 사용될 수도 있을 것이다. 특히, 수 세기가 가능한 비연속적 자극과 수 세기가 가능하지 않은 연속적 자극으로 이루어진 과제들을 사용함으로써 이들의 비율 추론 능력에서의 세밀한 차이를 좀더 정확하게 측정할 수 있을 것이다. 가령, 시공간적 사고가 언어적 사고보다 월등한 자폐 아동의 인지적 특성이연속적 자극과 비연속적 자극으로 이루어진 비언어적 비율 추론 과제를 통해 보다 심도 있고 정확하게 이해될 수도 있을 것으로 사려 된다.

요컨대, 과제 변인을 달리하는 비율 추론 과제의 사용을 통한 연구는 관계적 표상과 추론이라는 인지적 발달에 대한 기초적 이해의 토대를 마련할 뿐 아니라, 특수집단이나 장애 아동에 대한 좀 더 구체적이고 상세한 이해를 위한 기초적 자료를 마련할 수 있을

것으로 기대 된다.

참 고 문 헌

Acredolo, C., O'Connor, J., Banks, L., & Horobin, K. (1989). Children's ability to make probability estimates: Skills revealed through application of Anderson's functional measurement methodology, *Child Development, 60*, 933-945.

Baillargeon, R., Needham, A., & DeVos, J. (1992). The development of young infants' intuition about support. *Early development and parenting, 1*, 69-78.

Behr, M, J., Wachsmuth, I., Post, T.T., & Lesh, R. (1984). Order and equivalence: A clinical teaching experiment. *Journal for research in Mathematics Education, 15(5)* , 323-241.

Bruner, J. S., & Kenney, H. (1966). On relational concepts. In J.S. Bruner, R. R. Oliver, & P. H. Greenfield (Eds)., *Studies in cognitive growth* (pp. 168-182). NewYork: Wiely.

Chapman , R.H. (1975). The development of children's understanding of proportions. *Child Development , 46*, 141-148.

Davies C. (1965). Development of the probability concept in children. *Child Development, 36*, 779-788.

Davies, J. C., & Ginsburg, H.P. (1993). Similarities and difference in the formal and informal mathematical cognition of African, American and Asian Children: The role of schooling and social class. In, J, Altaribu (Eds.), *A cross-cultural approach to cognitive psychology* (pp. 343-360). New York: North-Holland.

Duffy, S., Huttenlocher, J., & Levine, S. (2005). It's all relative: How young Children encode extent, *Journal of Cognition and Development 6(1)*, 51-63.

Duffy, S., Huttenlocher, J., Levine, S. & Duffy, R.. (2005). How infants encode spatial extent. *Infancy, 8(1)*, 81-90.

Gelman, R,. (1991). Epigenetic foundations of knowledge structures: Initial and transcendent construction. In S. Carey & R. Gelman.(Eds), *Epigenesis of mind: essays on biology and cognition* (pp. 293-322). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Goswami, U.(1989). Relational complexity and the development of analogical reasoning. *Cognitive development, 4*, 251-268.

Hoemann, H & Ross, B. (1971). Children's understanding of probability concepts, *Child Development, 42*, 221-236.

Hunting, R. P., & Davis, G. E. (1991). Dimensions young children's conceptions of fraction one half. In R.P Hunting & G.E. Davis (Eds). *Early fraction learning*.(pp. 27-53). New York: Springer-Verlag.

Huttenlocher, J., Duffy, S., & Levine, S. (2002). Infants and toddlers discriminate amount: Are they measuring? *Psychological Science, 13(3)*, 244-249.

Huttenlocher, J., Vasilyeva, M., and Newcombe, N. (1999). Spatial scaling in young children. *Psychological Science, 10(5)*, 393-398.

Jeong, Y. (2003). *The Development of Proportional Reasoning: Equivalence matching with continuous vs. Discrete quantities.* Dissertation submitted for Ph.D. at University of Chicago.

Jeong, Y(2004). Children's judgments about proportional Equivalence with Discrete quantities, *Korean Social Science Journal, XXXI(2)*, 57-80

Jeong, Y., Levine, S. & Huttenlocher, J. (under review). The Development of Proportional Reasoning: Effect of Continuous vs. Discrete Quantities. *Journal of Cognition and Development.*

Karplus, R., Pulos, S., & Stage, E. K. (1983). Early adolescence proportional reasoning on “rate” problems. *Educational studies in Mathematics. 14*, 219-233.

Lovett, S., & Singer, J. (1991, April). *The development of children’s understanding Of probability : Perceptual and quantitative conception*. Poster presented at the biennial meeting of the Society for Research in Child Development, Seattle, WA.

Miller, K.F. (1984) Children as a measurer of all thins: Measurement procedures and the development of quantitative concepts. In C. Sophian (Eds.), *Origins of cognitive skills* (pp.193-228). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Mix, K.S. (1999). Preschoolers’ recognition of numerical equivalence: Sequential sets. *Journal of Experimental Child Psychology*. 74, 309-332

Mix, K.S., Huttenlocher, J. & Levine, S. C. (2002). *Quantitative Development in infancy and Early Childhood.* New York: Oxford.

Noelting, G. (1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept, part I Differentiation of stages. *Educational studies in Mathematics, 11*, 217- 254.

Petitto, A. L. (1990). Development of numberline and measurement concepts. *Cognition and Instruction, 7(1)*, 55-78.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *The origins of the idea of chance in children*. New York: Norton.

Resnick, L.B., & Singer, J.A. (1993). Protoquantitative origins of ratio reasoning. In T.P. Carpenter, E. Fenema, & T.A. Romberg. (Eds), *Rational numbers: Anintegration of research* (pp. 107- 1 30). Hillsdale, NJ: Laurence Erlbaum Associates, Inc.

Siegler, R. S., & Vago, S. (1978). The development of proportionality concept: judging relative fullness. *Journal of Experimental Child Psychology, 25*, 311-395.

Singer-Freeman, K. E., & Goswami, U. (2001). Does a half pizza equal half a box of chocolate? Proportional matching in an analogy task. *Cognitive Development, 16*, 811-829.

Song, M.J., & Ginsburg, H.P. (1987). The development of informal and formal mathematical thinking in Korean and U.S Children. *Child Development, 58,* 1286-1296.

Spinillo, A. G., & Bryant, P. (1991). Children’s proportional judgments: The importance of “half”. *Child Development, 62*, 427-440.

Wynn, K. (1990). Children’s understanding of counting. *Cognition, 36*, 155-193.

1차 원고 접수 : 2005. 10. 9
수정 원고 접수 : 2005. 11. 10
최종게재결정 : 2005. 11. 15

한국심리학회지: 발달
The Korean Journal of Developmental Psychology
2005. Vol. 18, No. 4, 109-127

Development of Proportional Reasoning: Why are some proportional reasoning tasks more difficult than others?

Yoonkyung Jeong
The institute of Psychological Science, Seoul National University

Proportional reasoning is the one of the core abilities prevalent in our everyday life that involves relational representation about relative quantities. A body of literature was reviewed that has produced contrasting views about the onset age of proportional reasoning. Crucially, several task factors that may be responsible for the varying results in the previous studies were suggested. These factors include 1) relation being asked (equivalence vs. ordinality), 2) the acquisition of mathematical convention, 3) quantitative types of stimulus (continuous vs, discrete) and 4) availability of half-boundary. A few recent studies that directly tested the effects of these task factors were discussed. Educational implication on teaching mathematical concepts and the future direction of researches on proportional reasoning abilities are also addressed.

Keyword: Proportional reasoning, fraction, continuous quantities, discrete quantities, half-boundary