

## 고차 적률 위험을 고려한 포트폴리오 성과 평가\*

김 봉 준\*\* (경상대학교)

전 두 배\*\*\* (경상대학교)

### Abstract

샤프비율 등 시장에서 주로 사용되고 있는 포트폴리오 성과지표들은 고차 적률 위험을 고려하지 못한다는 한계가 있다. 본 연구는 대표적 투자자의 효용함수로서 CARA 계열의 부의 지수함수를, 위험자산의 수익률 분포로서 왜도와 첨도 위험을 고려할 수 있는 역가우시안(normal-inverse Gaussian) 분포를 가정한 상태에서 기대효용을 극대화하는 일반적 성과지표(generalized Sharpe ratio, GSR)를 제시하고 이를 이용한 투자전략의 사후적 성과를 추정하였다. 실증 분석 결과는 다음과 같다.

성과지표의 신뢰성과 관련하여 GSR은 기타 성과지표들과 횡단면적으로 0.19~0.67의 상관계수를 발견하였으며 상관계수의 잔여적 차이는 GSR이 고차 적률 위험을 고려하는 특성에서 비롯되었다고 할 수 있다. 성과지표의 타당성과 관련하여 GSR 및 기타 성과지표를 이용한 무비용 투자전략의 실현수익률을 분석한 결과 GSR의 경우 성과 추정치의 통계적 유의성이 없었으며 기타 성과지표의 경우 음의 유의한 성과를 발견하였다. 이는 성과지표가 좋은 종목에 대한 수요가 증가함에 따라 주가가 상승하고 실현수익률이 감소한 결과로 해석할 수 있으며 성과지표가 갖는 정보가치를 국내 유가증권시장이 잘 반영하고 있다는 것을 시사한다.

## [ 1 ] 서론

금융시장에서 주로 사용되는 위험 조정 성과지표는 2차 적률에 국한되어 있다는 한계가 있다. 구체적으로

샤프비율은 표준편차를, 트레이너 지수는 공분산을, 정보비율은 표준오차를 위험지표로 사용하며 이는

\* 본 논문은 2019년 상반기 펀드평가3사(한국펀드평가, FnGuide, 제로인)의 성균관대학교 자산운용연구센터(CAPM) 연구비 지원으로 수행되었습니다.

주제어 : 부의 지수 효용함수, 일반적 샤프비율, 역가우시안 분포, 왜도, 첨도  
JEL 분류기호 : G11

\*\* 경상대학교 경영학과 부교수, 경영경제연구소, E-mail: bongjunkim1@gnu.ac.kr, Tel: (055) 772-1527.

\*\*\* 교신저자, 경상대학교 수학과 부교수, 기초과학연구소, 주소: 52828, 경상남도 진주시 진주대로 501 경상대학교 354동 417호, E-mail: dbjun@gnu.ac.kr, Tel: (055) 772-1428.



모두 1차 또는 2차 적률의 범주에 속한다. 그러나 기대효용이론 측면에서 평균과 분산이 수익률 분포의 충분통계량이 되는 경우는 수익률이 정규분포를 따르거나 투자자의 효용함수가 2차 함수인 특별한 경우이며 실증 결과 이러한 가정은 금융자산의 실제 분포 및 투자자의 선호 체계와 부합하지 않음이 알려졌다(Fama, 1965; Alderfer and Bierman, 1970).

이와 관련하여 Zakamouline and Koekebakker (2009)는 기대효용이론에 입각하여 투자자들의 고차 적률 선호를 반영할 수 있는 일반적 성과지표(generalized Sharpe ratio, GSR)를 제시하고 이것이 평균-분산 기준이 갖는 한계를 보완할 수 있다고 주장하였다. 구체적으로 그들은 대표적 투자자(representative investor)의 효용함수로서 HARA 계열의 일반적 효용함수를 가정한 후 테일러 전개를 통해 기대효용을 극대화하는 이론적 성과지표의 형태를 제시하였다. 또한 HARA의 특수한 경우로서 IARA, CARA, CRRA 계열의 효용함수별 성과지표의 형태를 제시하고 상호 관계를 분석하였다. 특히 CARA 계열의 부의 지수 효용함수(negative exponential utility function)를 가정한 후 위험자산의 수익률이 역가우시안(normal inverse gaussian, NIG) 분포를 따를 때의 기대효용을 극대화하는 성과지표의 해석해를 제시함으로써 실무적 응용을 용이하게 하였다. 본 연구의 목적은 이들의 연구를 국내에 소개하고 GSR을 이용하여 국내 유가증권시장에 상장된 주식의 성과를 평가하고 이를 기존의 성과지표와 비교함으로써 이론적 혹은 실무적 시사점을 발견하는 것이다.

구체적으로 본 연구는 성과지표가 갖추어야 할 신뢰성과 타당성을 다음과 같이 분석하였다. 먼저 성과지표의 신뢰성과 관련하여 평가시점을 기준으로 과거의

수익률 자료로부터 GSR을 추정하고 이를 샤프비율 등 기타의 성과지표 추정치와 비교하였다. 실증 결과 GSR 추정치는 기타 성과지표 추정치와 마찬가지로 시간가변성을 나타내었으며 이는 시장에 새로운 정보가 유입됨에 따라 성과지표의 갱신이 이루어지고 있다는 것을 시사한다. 횡단면적으로 GSR은 기타의 성과지표들과 0.19~0.67의 낮은 상관계수를 발견하였으며 이는 GSR이 고차 적률 위험 및 이에 대한 투자자의 선호를 반영하기 때문이라고 해석할 수 있다. 성과지표의 타당성과 관련하여 평가시점을 기준으로 성과지표 추정치를 이용하여 무비용 투자전략을 구축하고 이의 실현수익률을 측정하였다. 구체적으로 개별 성과지표를 기준으로 대상 종목을 정렬한 후 10개의 포트폴리오를 구축하고 이의 실현수익률로부터 평균수익률  $t$  검정과 시장모형 및 Fama and French(1992)의 3요인 모형에 의한 회귀분석을 실시한 결과 성과 추정치의 통계적 유의성이 사라지거나 음의 유의한 성과를 발견하였다. 이는 성과지표가 좋은 종목에 대한 수요가 증가함에 따라 주가가 상승하고 실현수익률이 감소한 결과로 해석할 수 있으며 GSR을 비롯한 성과지표가 갖는 정보가치를 국내 유가증권시장이 잘 반영하고 있다는 것을 시사한다.

본 연구는 다음과 같은 순서로 논지를 전개하였다. 2장에서는 본 연구의 주제인 고차 적률과 관련된 선행 연구를 제시하였고 3장에서는 GSR 모형에 대해 소개하였다. 4장에서는 사용한 자료에 대해 설명하고 5장에서는 국내 유가증권시장의 분포적 특성으로부터 GSR을 비롯한 각종 성과지표를 추정하고 이들간 상관관계 분석 및 사후적 성과 분석을 실시하였다. 6장에서는 결론을 맺었다.

## [ 2 ] 선행연구

Markowitz(1952)와 Sharpe(1964)가 평균-분산 모형에 기초한 샤프비율 그리고 CAPM을 제시한 이후

이에 대한 많은 실증 연구가 이루어졌다. 특히 모형의 기본 가정인 금융자산의 수익률 분포와 투자자의 위험에

대한 태도에 대한 이론 및 실증 연구가 진행되었다. 이 중 본 연구의 주제와 관련하여 대표적 연구를 소개하면 다음과 같다.

위험회피성향이 강한 투자자들은 수익률의 전체적 변동성보다 하방위험을 자신의 위험으로 인식하는 경향이 있다. 이 경우 하방위험을 어떻게 정의하느냐에 따라 다양한 성과지표를 도출할 수 있다. Roy (1952)는 샤프비율에서 무위험 수익률을 투자자의 최저요구수익률(threshold return)로 대체하고 샤프비율의 역수를 최소화하는 모형을 소개하였다. 이는 안전성 우선의 원칙(safety first rule)이라고 불리며 다양한 후속 연구를 유발하였다. 구체적으로 Fishburn (1977)은  $\alpha$ -t 모형을 통해 투자자의 최저요구수익률( $t$ )에 따라 하방위험을 정의하고 이를 계량화한 하방적률(lower partial moment)이라는 개념을 제시하였다. 이로부터 Mao(1970)와 Sortino and Price(1994)는 샤프비율에서 분산 대신 하방위험의 분산(semi-variance)을 사용한 성과지표를 제시하였고 Stutzer (2000)는 대상자산의 실현수익률이 투자자의 최저요구수익률에 미달할 확률을 최소화하는 성과지표(Stutzer index)를 제시하였다. 또한 Shadwick and Keating(2002)은 상방위험의 확률을 하방위험의 확률로 나눈 오메가 비율(omega ratio)을 제시하였고 Kaplan and Knowles(2004)는 하방적률을 이용하여 Sortino 비율과 오메가 비율을 일반화한 카파비율(kappa measure)을 제시하였다. 이 경우 카파는 투자자의 최저요구수익률( $t$ ) 대비 대상자산의 초과기대수익률을 차수( $\alpha$ )별 하방적률로 나눈 개념이다. 한편 위험회피성향이 보다 강한 투자자라면 극단적인 하방위험을 자신이 직면한 위험으로 인식할 수 있다. 이에 Dowd(2000)와 Favre and Galeano(2002)는 하방의 꼬리위험(downside tail risk)을 계량화한 VaR을 이용한 성과지표를 제시하였고 Rachev et al.(2007)은 조건부 VaR을 제시하고 이를 이용한 투자전략의 사후적 성과를 분석하였다.

요약하면 위험과 최소요구수익률에 대한 정의에 따라 다양한 성과지표가 개발되었으며 본 연구도 이의 연장선상에 있다. 그러나 전술한 성과지표들은 기대효

용이론에 기초하지 않음으로써 이론적 배경이 약하다는 지적을 받는다. 반면 GSR은 기대효용이론에 입각하면서도 투자자들의 다양한 위험회피성향을 반영할 수 있으며 수익률 분포의 추정 방법으로서 역가우시안 분포를 가정할 경우 성과지표를 대상자산이 갖는 고차적률의 함수로 표현할 수 있다는 장점이 있다.

고차 적률에 대한 투자자들의 관심이 제고됨에 따라 이에 대한 이론적 그리고 실증적 연구가 진행되었다. 이론적 연구로서 Rubinstein(1973)과 Kraus and Litzenberger(1976, 1983)는 평균, 분산 외에 왜도를 포함하는 자산가격결정모형을 처음으로 제시하였다. 이에 따르면 체계적 위험으로서 기존의 시장포트폴리오와의 공분산(co-variance) 외에 공왜도(co-skewness)가 금융자산의 가격결정요인으로(risk factor)으로 추가된다. Harvey and Siddique (2000)는 분포의 조건부 왜도(conditional skewness)에 착안하여 체계적 위험요인으로서 시장포트폴리오와의 조건부 공왜도(conditional co-skewness)가 추가된 모형을 제시하였으며 실증을 통해 조건부 공왜도 위험을 고려한 모형이 그렇지 않은 모형보다 주식에 대한 횡단면적 설명력을 제고시킴을 보였다. Dittmar (2002)는 대표적 투자자의 오일러 등식(Euler equation)의 테일러 전개를 통해 비선형 확률할인요소(stochastic discount factor)를 도출하고 이에 Kimball(1993)의 decreasing absolute prudence 개념을 도입함으로써 침도(꼬리) 위험에 대한 회피성향을 갖는 3제곱 형태의 확률할인요소를 제시하였다. 그는 Hansen and Jagannathan (1997)의 최소거리(minimum distance) 검정을 통해 전술한 모형이 Fama and French(1993) 모형보다 주식 수익률의 횡단면을 잘 설명하며 이로부터 시장포트폴리오와의 공왜도 외에 공침도(co-kurtosis)가 금융자산의 가격결정요인으로 추가되어야 한다고 주장하였다.

고차 적률이 파생상품의 가격 결정에 미치는 영향을 분석한 연구로서 Bakshi et al.(2003)은 기초자산의 역사적 적률 추정치 대신 옵션 가격에 내재된 기초자산의 위험 중립 확률분포로부터 계산된 내재 적률(implied moment)을 사용하였다. 이러한 적률 추정 방법이 갖는 장점은 시장 참여자들의 미래에 대한



합리적 기대를 반영할 수 있다는 점이다. Bakshi et al.(2003)은 내재 왜도(implied skewness)에 대한 실증 분석을 통해 개별주식 옵션이 시장지수 옵션보다 낮은 음의 꼬리 위험을 가지며 이를 양 자간 가격 차이를 유발하는 원인으로 제시하였다. Conrad et al.(2013)은 개별 주식 옵션에 내재된 위험 중립 확률 분포로부터 추정된 내재 왜도와 내재 첨도(implied kurtosis)를 기준으로 포트폴리오를 구축하고 이의 실현수익률의 횡단면적 차이를 분석하였다. 그 결과 포트폴리오별 실현수익률은 내재 변동성 및 내재 첨도와 양의 관계를, 내재 왜도와는 음의 관계를 보임을 발견하였다.

국내 연구로서 고차 적률과 관련된 성과지표에 대한 연구는 찾을 수 없었으며 역사적 왜도와 첨도의 주식수익률에 대한 횡단면적 설명력을 살펴본 연구와 옵션 가격으로부터 도출한 내재 왜도와 내재 첨도의 옵션가격 설명력을 살펴본 연구가 존재하였다. 전자와 관련하여 장지원(2016)은 국내 주식시장의 일별 수익률 자료로부터 역사적 왜도와 첨도를 추정하고 이를 기준으로 정렬된 포트폴리오의 횡단면적 차이를 분석하였다. 그 결과 고유 첨도에 따라 정렬된 포트폴리오는 유의한 차이가 발견되는 반면 고유 왜도, 체계적 왜도,

체계적 첨도는 그렇지 않음을 보고하였다. 심명화(2016)도 비슷한 연구를 수행하였으며 고차 적률의 주식에 대한 횡단면적 설명력이 각 적률의 추정 기간에 따라 달라질 수 있음을 보고하였다. 즉 단기에서는 추정 왜도가 높은 주식일수록 평균수익률이 낮았으며 이를 개인투자자들의 고왜도 선호 현상 때문이라고 해석하였다. 그러나 장기에서는 왜도와 평균수익률간 음의 관계가 유의하지 않았으며 첨도는 장기에서 수익률과 양의 관계를 발견함을 보고하였다. 투자자들의 고왜도 주식 선호 현상에 대해서는 최근 활발한 연구가 진행되고 있다(강장구·심명화, 2014; 고봉찬·김진우, 2017).

옵션과 관련하여 변석준 외 2인(2007)은 KOSPI 200 지수로부터 도출한 변동성 스프레드로부터 고차 적률이 옵션가격에 미치는 영향을 분석한 결과 첨도가 왜도에 비해 옵션 가격에 더 큰 영향을 미친다고 주장하였다. 김솔(2008)은 Corrado and Su(1996)의 모형을 활용하여 위험요인으로서 왜도와 첨도가 옵션 가격 예측력을 개선시키는 지를 분석한 결과 왜도와 첨도를 고려한 모형이 그렇지 않은 모형보다 가격 예측력이 좋았으며 상대적 중요성은 왜도가 첨도보다 높음을 보고하였다.

## [ 3 ] 이론적 모형

### 3.1 일반적 샤프비율(GSR)

샤프 비율(Sharpe ratio)은 Markowitz(1952)의 평균-분산 이론에 기초하여 포트폴리오 성과 평가에 주로 사용된다. 그러나 수익률이 정규분포를 따르지 아닐 경우 샤프 비율의 사용은 잘못된 결과를 초래할 수 있다. 구체적으로 Hodges(1998)는 예제를 통해 샤프비율이 양의 왜도가 큰 주식을 과소평가하는 경향이 있음을 보였으며 후속 연구는 샤프비율이 조작에 취약함을 보고하였다(Leland, 1999; Spurgin, 2001).

따라서 헤지 펀드 등 수익률 분포의 비대칭성과 첨도 위험이 크고 펀드매니저에 의한 조작이 가능한 경우 샤프비율은 투자자에게 잘못된 정보를 제공할 수 있다.

평균-분산 기준의 대안과 관련하여 가장 선진적인 연구는 Zakamouline and Koekebakker(2009)의 연구라고 판단된다. 이하에서는 그들이 제시한 제 정리의 내용과 이것이 갖는 경제적 의미를 중심으로 서술한다. 먼저 무위험자산의 수익률을  $r_f$ , 위험자산의 수익률을  $x$ 라고 할 때 이는 다음과 같은 확률과정(random process)을 따른다고 가정한다.

$$x = \mu \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} \epsilon, r_f = r \Delta t \quad (1)$$

여기서  $\mu$ 와  $\sigma$ 는 위험자산 수익률의 단위시간당(연간) 기대수익률과 표준편차를,  $r$ 은 무위험자산의 단위시간당(연간) 수익률을 의미한다. 또한  $\Delta t$ 는 분절화된 단위시간<sup>2)</sup>,  $\epsilon$ 은 기대수익률이 영이고 분산이 1인 표준화된 분포에서 추출한 난수를 의미한다. 이제 투자자의 효용함수를  $U(w)$ , 초기부를  $w$ , 위험자산의 투자비중을  $a$ 라고 할 때 대표적 투자자의 최종부( $\tilde{w}$ )는 다음과 같다.

$$\tilde{w} = a(x - r_f) + w(1 + r_f) \quad (2)$$

$w(1 + r_f)$ 를  $w_r$ 로 정의하고 최종부의 기대효용을  $w_r$ 에 대해 테일러 전개하면 최종부가 주는 최대기대효용은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E[U^*(\tilde{w})] &= \frac{Max}{a} E[U(\tilde{w})] \\ &= \frac{Max}{a} \left( U(w_r) + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n!} U^{(n)}(w_r) a^n m_n \right) \right) \quad (3) \\ &\quad , \text{where } m_n = E[(x - r_f)^n] \end{aligned}$$

여기서  $U^{(n)}$ 은 효용함수의  $n$ 차 미분을,  $m_n$ 은 위험자산( $x$ )의 무위험수익률을 중심으로 한  $n$ 차 중심화적률(central moment)을 의미한다. 이제  $n$ 차 적률에 대한 상대적 선호도(relative preference to the  $n$ th moment)를 다음과 같이 정의해 보자.

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{\left( \frac{U^{(n)}(w_r)}{U^{(1)}(w_r)} \right)}{\left( \frac{U^{(2)}(w_r)}{U^{(1)}(w_r)} \right)^{n-1}} = (-1)^{n-1} \frac{\left( \frac{U^{(n)}(w_r)}{U^{(1)}(w_r)} \right)}{\gamma^{n-1}} \quad (4) \\ &\quad , \text{where } \gamma = - \left( \frac{U^{(2)}(w_r)}{U^{(1)}(w_r)} \right) \end{aligned}$$

여기서  $\frac{U^{(n)}(w_r)}{U^{(1)}(w_r)}$ 는 Arrow(1971)의 정의에 따라  $w_r$ 에서의 위험자산 분포의  $n$ 차 적률에 대한 절대적 선호도(absolute preference to the  $n$ th moment of distribution)를 의미하며  $\gamma$ 는 이의 특별한 경우로서  $w_r$ 에서의 절대적 위험회피도(absolute risk aversion, ARA)를 의미한다. Zakamouline and Koekebakker(2009)는 전술한 정의를 바탕으로 식(3)의 최적화 산식이 다음과 같이 표현됨을 증명하였다.

$$\begin{aligned} a^* &= g(m_1, \dots, \frac{U^{(n)}(w_r)}{U^{(1)}(w_r)} m_n, \dots) \\ &= \frac{1}{\gamma} f(m_1, \dots, b_n m_n, \dots) \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E[U^*(\tilde{w})] &= U(w_r) + \\ &\quad \frac{U^{(1)}(w_r)}{\gamma} \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{1-n}}{n!} f^n(m_1, \dots, b_n m_n, \dots) b_n m_n \right) \end{aligned}$$

식(5)로부터 위험자산에 대한 최적투자비중 및 최대 기대효용은 분포의  $n$ 차 중심화적률( $m_n$ )과 이에 대한 투자자의 상대적 선호도( $b_n$ )에 의해 결정됨을 알 수 있다. 이를 자세히 살펴보기 위해 HARA형 효용함수를 가정해 보자.

$$E[U(w)] = \frac{\rho}{1 - \rho} \left( \frac{\lambda w}{\rho} + \phi \right)^{1 - \rho} \quad (6)$$

이 경우 HARA형 효용함수의 고차 적률에 대한 상대적 선호도는 다음과 같은 형태로 표현된다.

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{\prod_{k=1}^{n-2} (\rho + k)}{\rho^{n-2}}, (n \geq 3) \quad (7) \\ b_3 &= \frac{\rho + 1}{\rho}, b_4 = \frac{(\rho + 1)(\rho + 2)}{\rho^2}, \dots \\ b_n &= \frac{(\rho + 1)(\rho + 2) \dots (\rho + n - 2)}{\rho^{n-2}} \end{aligned}$$

2) 단위시간당은 일반적으로 연간을 의미하므로  $\Delta t$ 는 일별수익률의 경우 '1/연간영업일수', 월별수익률의 경우 '1/12'이다.



식(7)로부터 다양한 경제적 의미를 도출할 수 있다. 먼저 HARA를 가정할 경우 상대적 선호도에 초기부가 나타나지 않는 것을 알 수 있다. 이는 식(5)로부터 투자자별로 상이한 초기부와 상관없이 기대효용측면에서 위험자산의 동질적 평가가 가능하다는 것을 의미한다. 또한  $\rho$ 가 -1일 경우 HARA는 IARA 계열의 부의 이차함수가 되며 이 경우  $b_3$ 는 영이며 그 이상의 고차 적률에 대한 상대적 선호도 역시 영이 되어 3차 이상의 적률에 대한 선호도가 나타나지 않는다.  $\rho$ 가 무한대일 경우 HARA는 CARA 계열의 부의 지수함수가 되며 이 경우  $b_3$ 는 1이고 고차 적률에 대한 상대적 선호도 역시 1로 수렴한다. 따라서 고차 적률에 대한 선호도가 있지만 적률 차수간 선호도의 차별성은 나타나지 않는다.  $\rho$ 가  $\lambda$ 와 같을 경우 HARA는 DARA 계열의 멱함수(power function)가 되며 이 경우  $b_3$ 는 상대적 위험회피도( $\rho$ )의 함수가 되고 그 이상의 고차 적률에 대한 상대적 선호도 역시 식(7)과 같이  $\rho$ 의 함수가 된다. 따라서 고차 적률에 대한 선호도가 존재하며 적률 차수간 선호도의 차별성도 발생한다. 흥미로운 점은 멱함수의 경우에도 상대적 위험회피도( $\rho$ )가 증가함에 따라 적률 차수에 상관없이 1로 수렴하여 CARA의 경우와 동일해 진다는 것이다. 이와 관련하여 Mehra and Prescott(1985)은 대표적 투자자의 효용함수로서 멱효용함수를 가정하고 주식시장의 실제 수익률에 부합하는 상대적 위험회피도(RRA)를 추정할 결과 현실의 주식프리미엄을 설명하기 위해서는  $\rho$ 가 최소 30이상이어야 한다고 주장하였다. 이는 위험회피도가 큰 DARA 계열의 효용함수를 가정할 경우 위험자산에 대한 성과평가가 CARA 계열의 효용함수를 가진 투자자의 성과평가로 수렴한다는 것을 의미한다. 이제 위험자산의 성과지표를 PM으로 다음과 같이 정의해 보자.

$$PM(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{1-n}}{n!} f^n(m_1, \dots, b_n m_n, \dots) b_n m_n \quad (8)$$

식(8)을 식(5)에 대입하면 최대기대효용은 다음과 같이 표현된다.

$$E[U^*(\tilde{w})] = U(w_r) + \frac{U^{(1)}(w_r)}{\gamma} PM(x) \quad (9)$$

식(9)로부터 기대효용은 PM의 선형함수로 표현되며  $U^{(1)}$ 과  $\gamma$ 가 양수이므로 기대효용 극대화 기준은  $PM(x)$  극대화 기준과 일치한다. 이 경우  $PM$ 은 전술한 바와 같이 위험자산의  $n$ 차 중심화 적률과 이에 대한 투자자의 상대적 선호도에 의해 결정된다. 또한 식(7)로부터 HARA의 경우 투자자의 상대적 선호도( $b_n$ )에 초기부가 사라지므로 위험자산의 성과평가에 있어 투자자별로 상이한 초기부가 영향을 주지 않는다.

이제 식(3)으로 돌아가  $U^{(3)}$ 까지만 테일러 전개를 하고 테일러 근사식에서  $\Delta t^{3/2}$ 을 초과하는 항은 무시한다고 가정해 보자.<sup>3)</sup> 이 경우 기대효용의 최적화 산식은 다음과 같다.

$$a^* \approx \frac{SR(x)}{\gamma \sigma \sqrt{\Delta t}} \left( 1 + b_3 \frac{Skew(x)}{2} SR(x) \right), \quad \text{where } SR(x) = \frac{\mu - r}{\sigma} \sqrt{\Delta t} \quad (10)$$

$$E[U^*(\tilde{w})] \approx U(w_r) + \frac{U^{(1)}(w_r)}{\gamma} \left( \frac{1}{2} SR(x)^2 \left( 1 + b_3 \frac{Skew(x)}{3} SR(x) \right) \right)$$

여기서  $SR(x)$ 과  $Skew(x)$ 는 각각 위험자산의 샤프비율과 왜도를 나타낸다.<sup>4)</sup> 식(10)으로부터 샤프비율 외에 왜도와 이에 대한 투자자의 상대적 선호도( $b_3$ )가 기대효용 및 성과지표에 영향을 미침을 알 수

3)  $\Delta t$ 의 크기가 커질수록 이러한 추가적 가정이 테일러 근사의 오차를 확대시킬 것이다. 그러나  $\Delta t$ 의 크기가 작을 경우에는 이로 인한 오차가 무시할만한 수준이 된다.  
 4) Treynor and Black(1973)은 공매 제한이 없다는 가정 하에서 샤프비율을  $SR^2$ 으로 정의하였다. 이는  $SR$ 이 음수로 나올 경우 위험자산을 공매하여 무위험자산에 더 투자함으로써  $SR^2$ 을 극대화할 수 있다는 것을 의미한다. 따라서 성과지표를  $SR$ 로 정의할 경우 음수가 나온다면 절대값을 취해야 하며 공매 제한이 있다면 영으로 놓아야 한다. 즉  $SR$ 은 비율이다.

있다. 식(9)와 식(10)으로부터 위험자산의 성과지표를 다음과 같이 보다 간명하게 표현할 수 있다.

$$ASSR(x) = SR(x) \sqrt{1 + b_3 \frac{Skew(x)}{3} SR(x)} \quad (11)$$

여기서  $ASSR$ 은 Adjusted for Skewness Sharpe Ratio의 약자로서 다음과 같은 경제적 의미를 내포한다. 첫째, 위험자산의 왜도가 영이거나 효용함수가 IARA 계열인 경우  $b_3$ 가 영이 되어  $ASSR$ 은 샤프비율과 일치한다. 반면  $b_3$ 가 양수로서 투자자가 양의 왜도 선호 성향(음의 왜도 기피현상)을 가질 경우 위험자산의 왜도가 양수이면  $ASSR$ 은  $SR$ 보다 커지고 음수이면  $SR$ 보다 작아진다. 둘째, 위험자산의 왜도가 영이 아니고 효용함수가 CARA 계열인 경우  $b_3$ 가 1이 되어 투자자의 절대적 위험회피도( $\lambda$ )에 상관없이 위험자산의 왜도(Skew)에 따른 동질적 평가가 가능하며 왜도가 증가할수록  $ASSR$ 도 증가한다. 셋째, 위험자산의 왜도가 영이 아니고 효용함수가 CRRA 계열인 경우  $b_3$ 가 상대적 위험회피도( $\rho$ )의 함수가 되므로 왜도 및 이에 대한 투자자의 상대적 선호도( $b_3$ )가 성과지표에 영향을 준다. 그러나  $\rho$ 가 증가함에 따라 상대적 선호도가 1로 수렴하므로 CRRA 계열의 성과지표는 CARA 계열의 성과지표로 수렴한다.

한편 식(11)을 이용하여 식(10)을 다시 표현하면 다음과 같다.

$$E[U^*(\tilde{w})] \approx U\left(\frac{1}{2\gamma} ASSR(x)^2 + w(1+r_f)\right) \quad (12)$$

식(12)에 HARA 효용함수의 구체적 형태를 대입하면 최대기대효용 산식은 다음과 같이 표현된다.

$$U(w) = -e^{-\lambda w} : \\ E[U^*(\tilde{w})] \approx -e^{-\frac{1}{2} ASSR(x)^2 - \lambda w(1+r_f)}$$

$$U(w) = \frac{\rho w^{1-\rho}}{1-\rho} :$$

$$E[U^*(\tilde{w})] \approx \frac{\rho \left( w(1+r_f) \left( 1 + \frac{ASSR(x)^2}{2\rho} \right) \right)^{1-\rho}}{1-\rho} \quad (13)$$

$$U(w) = \text{Log}(w) : \\ E[U^*(\tilde{w})] \approx \text{Log}\left( w(1+r_f) \left( 1 + \frac{1}{2} ASSR(x)^2 \right) \right)$$

이제 식(13)을  $ASSR$ 에 대해 정리하고 Hodges (1998)의 추론을 적용하면 효용함수별 일반적 성과지표(GSR)를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$U(w) = -e^{-\lambda w} : \\ GSR(x) = \sqrt{-2 \left( \text{Log}(-E[U^*(\tilde{w})]) + \lambda w(1+r_f) \right)}$$

$$U(w) = \frac{\rho w^{1-\rho}}{1-\rho} : \\ GSR(x) = \sqrt{2\rho \left( \frac{\left( \frac{1-\rho}{\rho} E[U^*(\tilde{w})] \right)^{\frac{1}{1-\rho}}}{w(1+r_f)} - 1 \right)} \quad (14)$$

$$U(w) = \text{Log}(w) : \\ GSR(x) = \sqrt{2 \left( \frac{e^{E[U^*(\tilde{w})}]}{w(1+r_f)} - 1 \right)}$$

이론적으로 식(14)는 식(3)의 최적화를 통해 위험자산( $x$ )의 모든 차수의 적률의 함수로 나타날 것임을 추론할 수 있다. 그리고 식(11)의  $ASSR$ 은 이의 특별한 경우로서 테일러 전개를  $U^{(3)}$ 까지 함으로써 3차 적률까지만 선호체계를 갖는 투자자의 성과지표에 해당한다.

### 3.2 일반적 샤프비율(GSR)의 추정

본 연구는 GSR의 추정을 위해 투자자의 효용함수로서 CARA 계열의 부의 지수함수를 가정한다. GSR의 추정 방법에는 비모수적 방법과 모수적 방법이 있으며 전자는 위험자산의 확률분포의 모든 적률을 고려하는 장점이 있으나 수치적인 방법에서 고려해야 할 사항이 많고 후자는 위험자산의 확률분포에 대해 가정을 요구한다.



### 3.2.1 비모수적 방법

투자자의 효용함수를 CARA 계열로 가정할 경우 초기부가 위험자산에 대한 성과지표에 영향을 주지 않으므로 편의상 초기부를 영이라고 가정하자. 식(2)와 식(14)로부터 최대기대효용 산식 및 GSR 형태는 다음과 같다.

$$U(w) = -e^{-\lambda w} : \quad (15)$$

$$E[U^*(\tilde{w})] = \frac{Max}{a} E[-e^{-\lambda a(x-r_f)}]$$

$$GSR(x) = \sqrt{-2(\text{Log}(-E[U^*(\tilde{w})]))}$$

식(15)에서  $\lambda$ 는 투자자의 절대적 위험회피도(ARA)를,  $r_f$ 는 무위험수익률을 나타낸다. 이제 위험자산( $x$ )의 분포를 비모수적으로 추정하고 이로부터 위험자산에 대한 최적투자비중 및 최대기대효용을 구하여 식(15)에 대입함으로써 분포의 모든 적률을 고려한 일반적 성과지표(GSR)를 추정할 수 있다.

### 3.2.2 모수적 방법

본 연구는 금융자산의 수익률 분포가 역가우시안 분포를 따른다고 가정한다. 고차 적률 위험을 지닌 분포를 표현하는 모수적 방법에는 크게 stable 분포(Samorodnitesky and Taqqu, 1994), variance gamma(VG) 분포(Madan and Seneta, 1990), 그리고 역가우시안 분포(Barndorff-Nielsen, 1995)를 들 수 있다. 이 중 역가우시안 분포가 기타 분포에 비해 갖는 장점은 크게 세 가지로 요약될 수 있다. 첫째, 역가우시안 분포는 stable 분포와 달리 확률밀도 함수에 대한 해석해를 가진다. 둘째, 역가우시안 분포는 금융자산의 수익률 분포를 보다 잘 표현할 수 있다(Barndorff-Nielsen, 1998). 셋째, 역가우시안 분포는 VG분포와 달리 분포의 모수와 적률 사이에 해석적 관계식이 존재하므로 이를 이용하여 성과지표를 적률의 함수로 표현할 수 있다.

구체적으로 역가우시안 분포는  $(\alpha, \beta, \eta, \delta)$ 를 모수로 갖는 분포로서 확률변수  $X$ 는 다음의 확률밀도함수를

가진다.

$$f(x; \alpha, \beta, \eta, \delta) = \frac{\delta \alpha e^{\delta \varphi + \beta(x-\eta)}}{\pi \sqrt{\delta^2 + (x-\eta)^2}} K_1(\alpha \sqrt{\delta^2 + (x-\eta)^2}) \quad (16)$$

, where  $\varphi = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$

여기서  $K_1$ 은 인덱스 1인 두번째 종류의 수정 베셀 함수(modified Bessel function of the second kind with index 1)이고  $\eta$ 와  $\delta$ 는 확률밀도함수의 위치와 크기를 나타내며  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 확률밀도함수의 모양을 결정한다. 특히  $\beta$ 는 왜도의 값을 결정하는데 좌우 대칭인 확률밀도함수인 경우 영이다. 역가우시안 확률밀도함수의 실행 가능한 조건은  $\alpha > 0, \delta > 0, |\beta|/\alpha < 1$ 이다.

역가우시안 분포의 확률변수  $X$ 의 1차, 2차, 3차, 4차 적률에 해당되는 평균( $\mu$ ), 분산( $\sigma^2$ ), 왜도( $S$ ), 첨도( $K$ )는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mu &= E[x] = \eta + \delta \frac{\beta}{\varphi}, \\ \sigma^2 &= \text{Var}[x] = \delta \frac{\alpha^2}{\varphi^3}, \\ S &= \text{Skew}[x] = 3 \frac{\beta}{\alpha \sqrt{\delta \varphi}}, \\ K &= \text{Kurt}[x] = 3 + \frac{3}{\delta \varphi} \left( 1 + 4 \left( \frac{\beta}{\alpha} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (17)$$

위 식들을 연립방정식으로 하여 풀면 역가우시안 분포의 모수를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{3\sqrt{3K-4S^2-9}}{\sigma(3K-5S^2-9)}, \beta = \frac{3S}{\sigma(3K-5S^2-9)}, \\ \eta &= \mu - \frac{3S\sigma}{3K-4S^2-9}, \delta = 3\sigma \frac{\sqrt{3K-5S^2-9}}{3K-4S^2-9} \end{aligned} \quad (18)$$

이 경우 모수들이 의미 있는 값을 얻기 위해서는  $K > 3 + (5/3)S^2$ 의 조건을 만족해야 하며 역가우시

안 분포의 적률생성함수는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 M_x(t) &= E[e^{tx}] \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x; \alpha, \beta, \eta, \delta) dx \\
 &= e^{t\eta + \delta(\varphi - \sqrt{\alpha^2 - (\beta + t)^2})}
 \end{aligned} \tag{19}$$

이제 효용함수가 주어져 있을 때 투자자의 최종부 ( $\tilde{w}$ )에 대한 투자자의 기대효용을 극대화하는 최적의 위험자산 투자비율( $a^*$ )을 구하는 식은 다음과 같다.

$$E[U^*(\tilde{w})] = \underset{a}{Max} E[U(\tilde{w})] \tag{20}$$

효용함수  $U(w)$ 는 강단조증가 함수이고 오목하며 모든 점에서 미분가능한 함수이며 음의 지수 효용함수는 이러한 조건을 만족한다. 따라서 최대기대효용은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 E[U^*(\tilde{w})] &= \underset{a}{Max} E[-e^{-\lambda a(x-r_f)}] \\
 &= \underset{a}{Max} -e^{-\lambda a r_f} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\lambda a x} f(x; \alpha, \beta, \eta, \delta) dx
 \end{aligned} \tag{21}$$

한편 식(19)의 역가우시안 분포의 적률생성함수에서  $t$ 를  $-\lambda a$ 로 대체하면 식(21)을 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 E[U^*(\tilde{w})] &= \\
 &= \underset{a}{Max} \left( -e^{-\lambda a(\eta - r_f) + \delta(\varphi - \sqrt{\alpha^2 - (\beta - \lambda a)^2})} \right)
 \end{aligned} \tag{22}$$

식(22)의 해는 다음과 같다.

$$a^* = \frac{1}{\lambda} \left( \beta + \frac{\alpha(\eta - r_f)}{\sqrt{\delta^2 + (\eta - r_f)^2}} \right) \tag{23}$$

이제 식(23)을 식(22)에 대입하면 최대기대효용은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 E[U^*(\tilde{w})] &= \\
 &= -e^{-\lambda a^*(\eta - r_f) + \delta(\varphi - \sqrt{\alpha^2 - (\beta - \lambda a^*)^2})}
 \end{aligned} \tag{24}$$

마지막으로 식(23)을 식(24)에 대입하고 이를 다시 식(15)에 대입하면 GSR의 최종적 형태는 다음과 같다.<sup>5)</sup>

$$\begin{aligned}
 ASKSR &= \\
 &= \frac{\sqrt{2} \sqrt{(\eta - r_f) \left( \beta + \frac{\alpha(\eta - r_f)}{\sqrt{\delta^2 + (\eta - r_f)^2}} \right) - \delta \left( \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} - \frac{\alpha\delta}{\sqrt{\delta^2 + (\eta - r_f)^2}} \right)}}{\dots}
 \end{aligned} \tag{25}$$

여기서 ASKSR은 Adjusted for Skewness and Kurtosis Sharpe Ratio의 약자로서 부의 지수 효용함수와 역가우시안 분포 하에서 도출된 일반적 샤프비율을 의미한다. GSR이라는 용어를 사용하지 않은 것은 역가우시안 분포가 위험자산의 수익률 분포에 대해 4차까지의 적률만을 고려함으로써 위험 조정이 4차까지만 이루어지기 때문이다. 이에 반해 전술한 비모수적 방법의 경우 경험적 분포를 그대로 사용하기 때문에 모든 차수의 적률 위험에 대한 조정이 가능하다. 그러나 Zakamouline and Koekebakker (2009)은 비모수적 방법을 이용한 GSR과 역가우시안 분포를 이용한 ASKSR 성과지표 사이의 상관관계수가 1에 가까움을 보였다. 이는 역가우시안 분포만으로도 금융자산이 갖는 위험과 부의 지수 효용함수를 갖는 투자자의 위험 선호를 충분히 반영할 수 있다는 것을 의미한다. 따라서 이하에서는 ASKSR을 GSR로 명명하기로 한다.

5) 식(18)을 식(25)에 대입하여 정리하면 GSR을 1에서 4차까지의 적률의 함수로 표현할 수 있다. 이는 산식이 너무 길어 지면 관계상 생략하였다.



### 3.3 기타 성과지표의 추정

본 연구는 GSR과의 비교를 위해 시장에서 일반적으로 사용되는 성과지표를 선정하였다. 먼저 샤프비율(SR)은 포트폴리오의 초과기대수익률을 표준편차로 나눈 값으로서 다음과 같다.

$$SR_p = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p} \quad (26)$$

트레이너지수(TR)는 포트폴리오의 초과기대수익률을 시장포트폴리오 수익률에 대한 민감도( $\beta_p$ )로 나눈 값으로서 다음과 같다.

$$TR_p = \frac{E(r_p) - r_f}{\beta_p} \quad (27)$$

젠센의 알파(JA)는 수익률 생성 모형으로서 시장지수 모형을 가정하였을 때의 절편 추정치로서 다음과 같다.

$$JA_p = (E(r_p) - r_f) - \beta_p(E(r_m) - r_f) \quad (28)$$

정보비율(IR)은 젠센의 알파를 시장지수 모형의 표준오차로 나눈 값으로서 다음과 같다.

$$IR_p = \frac{JA_p}{\sigma(\varepsilon_p)} \quad (29)$$

FF3는 Fama and French(1993)의 3요인 모형을 가정하였을 때의 절편추정치로서 다음과 같다.

$$FF3_p = (E(r_p) - r_f) - \beta_p(E(r_m) - r_f) - \beta_{smb}E(r_{smb}) - \beta_{hml}E(r_{hml}) \quad (30)$$

여기서  $r_{smb}$ 는 기업규모효과(size effect) 모형 포트폴리오의 수익률을,  $r_{hml}$ 은 자기자본의 시장가치 대비 장부가치 효과(book-to-market effect) 모형 포트폴리오의 수익률을 의미한다. 한편 본 연구는 시장 포트폴리오(시장지수)에 대한 대응 지표로서 KOSPI 지수를 사용하였다.

## [ 4 ] 자료

본 연구는 국내 유가증권시장(KOSPI)에 상장된 기업(상장폐지 포함)의 자료를 이용하였으며 표본 기간은 2001년 7월 31일부터 2017년 12월 28일까지이다. KIS의 데이터베이스로부터 수정 주가를 수집하여 월별 및 주별수익률을 계산하고 이로부터 수익률 기반 성과지표인 평균초과수익률, 샤프비율, 트레이너지수, 젠센의 알파, 정보비율, GSR을 추정하였다. 이 경우 성과지표의 추정 오차를 줄이기 위해 최소 10년 이상의 시계열을 확보한 기업을 대상으로 하였으며 최종적으로 680종목을 선정하였다. 종목별 성과지표의 추정을 위해 사용한 수익률의 표본기간은 KIS가 제공하는 종목별 자료의 최초시점에서 평가시점까지이며 평가시점이 1기간씩 이연됨에 따라 수익률의

표본기간도 1기간씩 증가한다. 최초의 평가시점은 2011년 6월 30일이고 최후의 평가시점은 2017년 12월 28일이다.

본 연구는 GSR을 비롯한 수익률 기반 성과지표를 시장에서 자주 사용하는 재무비율 기반 성과지표와 비교하기 위해 평가시점별 시가총액, PER, PBR, PSR, PDR을 KIS 데이터베이스에서 수집하였다. 이후 성과지표별 포트폴리오를 구축하고 이의 실현수익률을 측정하였다. 무위험수익률은 한국은행에서 제공하는 양도성예금증서(CD) 91일물을 사용하였다. 한편 주별 수익률 기준과 월별 수익률 기준의 실증 결과의 해석에 큰 차이가 없으므로 이하의 실증 분석은 달리 서술되지 않는 한 월별 수익률을 기준으로 한다.

# [ 5 ] 실증분석

## 5.1 유가증권(KOSPI) 시장의 분포적 특성

〈표 1〉은 국내 유가증권(KOSPI) 시장의 분포적 특성을 보여준다. 패널 A에서 월별 수익률의 경우 종목별 평균수익률의 전체 평균이 연 11.3%를 발견하였고 이의 95% 신뢰구간은 연 -12.36%~28.44%이었으며 전체의 87.9%가 양의 평균수익률을 발견하였다. 평균수익률에 대한 위험 지표로서 종목별 표준편차의 경우 전체 평균이 연 45.4%를 발견하였고 이의 95% 신뢰구간은 연 17.2%~79.6%였다. 주별 수익률의 경우 평균수익률의 95% 신뢰구간이 연 -16.6%~28.6%였고 전체의 82.6%가 양의 평균수익률을 발견하였다. 평균수익률의 위험 지표로서 표준편차의 95% 신뢰구간은 연 19.4%~74.2%를 발견하였다.

유가증권 시장이 갖는 고차 적률적 특성과 관련하여 〈표 1〉의 패널 A로부터 월별 수익률의 경우 종목별

왜도의 평균이 0.69이고 이의 95% 신뢰구간은 -0.197~2.003으로서 전체의 93.1%가 양의 왜도를 발견하였다. 종목별 초과첨도(Ex\_Kurt)의 경우 전체 평균이 2.97이고 95% 신뢰구간이 0.043~9.043로서 전체의 97.9%가 양의 초과첨도를 발견하였다. 따라서 국내 유가증권 시장에 상장된 종목의 대부분이 양의 왜도와 정규분포보다 두터운 꼬리 위험을 지녔다고 할 수 있다. 그 결과 패널 A의 Non-normal(%)로부터 Shapiro-Wilk의 검정 결과 월별 수익률 기준 전체의 87.9%, 주별 수익률 기준 전체의 99.6%가 정규분포성을 기각하였다.

한편 실제의 투자는 개별 종목보다 포트폴리오 단위로 이루어지므로 이의 적률적 특성을 규명할 필요가 있다. 〈표 1〉의 패널 B에서는 한국표준산업분류표 중분류 기준에 따른 업종별 동일 가중 포트폴리오의 기초통계량이 제시되어 있다. 이로부터 연구기간 동안

〈표 1〉 유가증권시장(KOSPI)의 분포적 특성

패널 A는 2001년부터 2017년까지 존속기간이 10년 이상인 종목의 수익률의 적률에 대한 기초통계량이다. 패널 B는 동일 기간 모든 종목을 대상으로 한 업종별 포트폴리오의 동일가중 수익률의 기초통계량이다. 패널 C는 동일 기간 KOSPI 지수 수익률의 기초통계량이다. 패널 A와 패널 B에서 Positivity(%)는 해당 적률이 양수인 비율이고 Non-normal(%)는 Shapiro-Wilk 검정 결과 5% 유의수준에서 정규분포성을 기각한 비율이다. 패널 C의 W-stat 및 p-value는 시장지수에 대한 Shapiro-Wilk 검정 통계량 및 이의 p값이다. 패널 B와 C의 자료 주기는 월별 기준이다.

패널 A : 개별 종목

(단위: 실수)

개별종목	월별수익률 기준				주별수익률 기준			
	Mean	Stdev	Skew	Ex_Kurt	Mean	Stdev	Skew	Ex_Kurt
종목수	680	680	680	680	680	680	680	680
평균	0.0094	0.1311	0.6904	2.9774	0.0017	0.0610	0.3951	3.2728
표준편차	0.0089	0.0573	0.7805	8.1626	0.0023	0.0191	0.4900	7.1973
하위 2.5%	-0.0103	0.0499	-0.1970	0.0430	-0.0032	0.0270	-0.1998	0.7623
상위 2.5%	0.0237	0.2299	2.0030	9.0430	0.0055	0.1030	1.1002	8.3223
Positivity(%)	87.9%	100.0%	93.1%	97.9%	82.6%	100.0%	92.4%	100.0%
Non-normal(%)	87.9%				99.6%			



패널 B : 업종별 포트폴리오

(단위 : 실수)

Industry	Mean	Stdev	Skew	Ex_Kurt	Max	Min	W-stat	p-value	classification
R <sub>p,1</sub>	0.0140	0.0997	0.1488	5.3593	0.4596	-0.5103	0.9255	0.0000	어업
R <sub>p,2</sub>	0.0095	0.0611	-0.3353	1.1689	0.1553	-0.2560	0.9835	0.0202	식,음료,담배제조업
R <sub>p,3</sub>	0.0092	0.0690	0.1343	2.9497	0.2828	-0.2954	0.9607	0.0000	의복,신발제조업
R <sub>p,4</sub>	0.0054	0.0651	-0.3826	2.2127	0.1808	-0.2907	0.9742	0.0010	목재,종이,가구제조업
R <sub>p,5</sub>	0.0122	0.0608	-0.4832	2.9815	0.2078	-0.2874	0.9682	0.0002	석유,화학제품제조업
R <sub>p,6</sub>	0.0130	0.0748	0.3377	1.3656	0.3230	-0.2380	0.9835	0.0199	의약품제조업
R <sub>p,7</sub>	0.0091	0.0676	-0.2881	1.5704	0.2000	-0.2853	0.9836	0.0209	고무,플라스틱제조업
R <sub>p,8</sub>	0.0096	0.0684	-0.3709	3.5715	0.2038	-0.3527	0.9609	0.0000	비금속광업및제조업
R <sub>p,9</sub>	0.0088	0.0702	0.1025	3.3099	0.3027	-0.3190	0.9616	0.0000	금속광업및제조업
R <sub>p,10</sub>	0.0037	0.0716	-0.5070	2.5811	0.2425	-0.3288	0.9696	0.0003	전기,전자제조업
R <sub>p,11</sub>	0.0078	0.1144	0.1570	0.8083	0.3940	-0.3622	0.9885	0.1118	의료,정밀기기제조업
R <sub>p,12</sub>	0.0095	0.0751	-0.1999	2.0420	0.2567	-0.3215	0.9762	0.0019	기타기계및장비제조업
R <sub>p,13</sub>	0.0090	0.0722	0.0452	1.9067	0.2205	-0.3071	0.9728	0.0007	자동차제조업
R <sub>p,14</sub>	0.0099	0.0955	0.1042	1.0845	0.3105	-0.3392	0.9825	0.0145	기타운송장비제조업
R <sub>p,15</sub>	0.0074	0.0479	-0.3150	3.3279	0.1516	-0.2340	0.9619	0.0000	전기,가스공급업
R <sub>p,16</sub>	0.0074	0.0995	0.6702	4.1689	0.4858	-0.4118	0.9428	0.0000	건설업
R <sub>p,17</sub>	0.0052	0.0656	-0.3604	3.8313	0.2367	-0.3255	0.9484	0.0000	자동차,부품판매업및도소매업
R <sub>p,18</sub>	0.0101	0.0785	0.1312	1.6357	0.2385	-0.3096	0.9709	0.0004	운송,숙박,음식,주점업
R <sub>p,19</sub>	0.0046	0.0642	-0.3159	2.7957	0.1976	-0.2808	0.9555	0.0000	출판,영상,방송,통신업
R <sub>p,20</sub>	0.0089	0.0791	0.2433	2.1884	0.2878	-0.3125	0.9682	0.0002	금융,보험업
R <sub>p,21</sub>	0.0144	0.0627	-0.3534	2.4841	0.1776	-0.2885	0.9713	0.0004	전문서비스업
R <sub>p,22</sub>	0.0044	0.0597	-0.4958	3.1867	0.2037	-0.2878	0.9640	0.0001	기타서비스업
Avg	0.0088	0.0737	-0.1061	2.5696	0.2600	-0.3156	0.9670	0.0088	
Min	0.0037	0.0479	-0.5070	0.8083	0.1516	-0.5103	0.9255	0.0000	
Max	0.0144	0.1144	0.6702	5.3593	0.4858	-0.2340	0.9885	0.1118	
Positivity(%)	100.0%	100.0%	45.5%	100.0%					
Non-normal(%)	95.5%								

패널 C : 시장 지수

(단위 : 실수)

Market	Mean	Stdev	Skew	Ex_Kurt	Max	Min	W-stat	p-value
R <sub>m</sub>	0.0089	0.0576	-0.2457	1.5714	0.1972	-0.2313	0.9824	0.0137

가장 높은 평균수익률을 기록한 업종은 지주회사가 주종을 이루는 전문서비스업이었으며 이의 평균수익률은 연 17.28%를, 표준편차는 연 21.7%를 발견하였다. 반대로 가장 낮은 평균수익률을 기록한 업종은 전기·전자제조업이었으며 평균수익률은 연 4.4%에 표준편차는 연 24.8%를 발견하였다. 전체적으로 패널 B의 Avg로부터 연구기간 동안 업종별 투자전략을

구사하였다면 수익률은 연 10.5%의 평균수익률에 연 25.5%의 표준편차를 갖는 분포에서 결정되었다고 해석할 수 있다.

<그림 1>의 패널 A에서는 연구기간 동안의 업종별 시가총액의 추이가 제시되어 있다. 전기·전자업종의 시가총액이 부침이 심하였지만 줄곧 1위를 유지하였고 금융보험업이 2위를 기록하였다. 출판·영상·방송·





비중이 비슷하였다. 이는 모든 종목을 포함하는 시장 포트폴리에서 보다 명확해진다. <표 1>의 패널 C에서 시장 지수의 왜도는 -0.2457로서 오히려 음의 왜도를 발견하였다. 이에 대해서는 다음과 같은 해석이 가능하다. 포트폴리오의 왜도는 구성 종목의 왜도의 단순 합산이 아니며 이종 자산간 공왜도, 공침도 등 복합적 요인이 작용하여 결정된다. 이러한 횡단면적 요인의 작용으로 인해 포트폴리오의 적률적 특성이 개별 종목과 차이가 날 수 있다.

<표 1>의 패널 B에서 업종별 초과침도(Ex\_Kurt)의 평균(Avg)이 2.56으로서 의료·정밀기기제조업을 제외한 모든 업종이 정규분포보다 두터운 꼬리 위험을 발견하였다. 따라서 업종별 포트폴리오 역시 정규분포에 비해 비대칭적인 특성과 두터운 꼬리 위험을 가졌다고 할 수 있으며 패널 B의 Non-normal(%)로부터 Shapiro-Wilk의 검정 결과 5% 유의수준에서 의료·정밀기기제조업을 제외한 모든 업종이 정규분포성을 기각하였다. 한편 지면관계상 제시하지 않았으나 Fama and French(1992)의 방법에 따라 포트폴리오를 구축할 경우에도 전체의 94%가 정규분포성을 기각하였으며 이는 포트폴리오의 고차 적률적 특성이 포트폴리오 구성 방법과 무관함을 시사한다. <표 1>의 패널 C로부터 KOSPI 지수 역시 왜도가 -0.24, 초과침도가 1.57을 발견하여 음의 왜도와 꼬리 위험을 가졌으며 Shapiro-Wilk의 검정 결과(W-stat) 5% 유의수준에서 정규분포성을 기각하였다.

<그림 2>에서는 고차 적률적 특성을 갖는 KOSPI 지수를 정규 분포로 근사하였을 때와 역가우시안 분포로 근사하였을 때의 결과가 제시되어 있다. 정규분포의 경우 KOSPI 지수 수익률의 침도 부분을 잡지 못하는 반면 역가우시안은 이를 잘 근사시키는 것을 확인할 수 있다. 비대칭성은 뚜렷한 차이를 보이지 않는데 이는 KOSPI 지수 수익률의 왜도가 -0.24로서 비대칭성을 강하게 띠지 않기 때문이라고 판단된다. 이로부터 위험자산이 비대칭성과 두터운 꼬리 위험을 가질 경우 모수적 분포로서 정규분포보다 역가우시안 분포를 가정하는 것이 요구된다.

요약하면 국내 유가증권 시장은 개별종목 기준으로

약 88%가, 업종 기준으로 약 96%가 정규분포가 아님을 유관 분석과 통계적 분석으로 확인하였으며 역가우시안 분포가 이러한 고차 적률 위험을 잘 포착하는 것을 KOSPI 지수를 통해 확인하였다. 이는 위험 자산의 고차 적률 위험을 고려한 분포의 개발과 이에 대한 투자자들의 선호를 반영한 성과지표를 개발하고 공시할 필요가 있다는 것을 시사한다.

## 5.2 GSR의 적률 민감도 분석

본 절에서는 GSR의 적률 민감도 분석을 시도한다. 이를 위해서는 식(25)를 적률의 함수로 표현한 후 차수별 적률에 대해 편미분하여 그 부호를 살펴야 하나 이에 대한 해석적 접근이 난해하므로 수치 해석 방법을 적용하기로 한다. 이를 위해 KOSPI 지수를 이용하여 역가우시안 분포의 모수를 추정하고 구해진 모수를 이용하여 다른 적률을 고정시킨 상태에서 한 적률만 변화시킬 때의 GSR의 변화를 고찰한다. 이 경우 의미 있는 모수값을 얻기 위해서는  $K > 3 + (5/3)S^2$  의 적률 조건을 만족해야 한다.

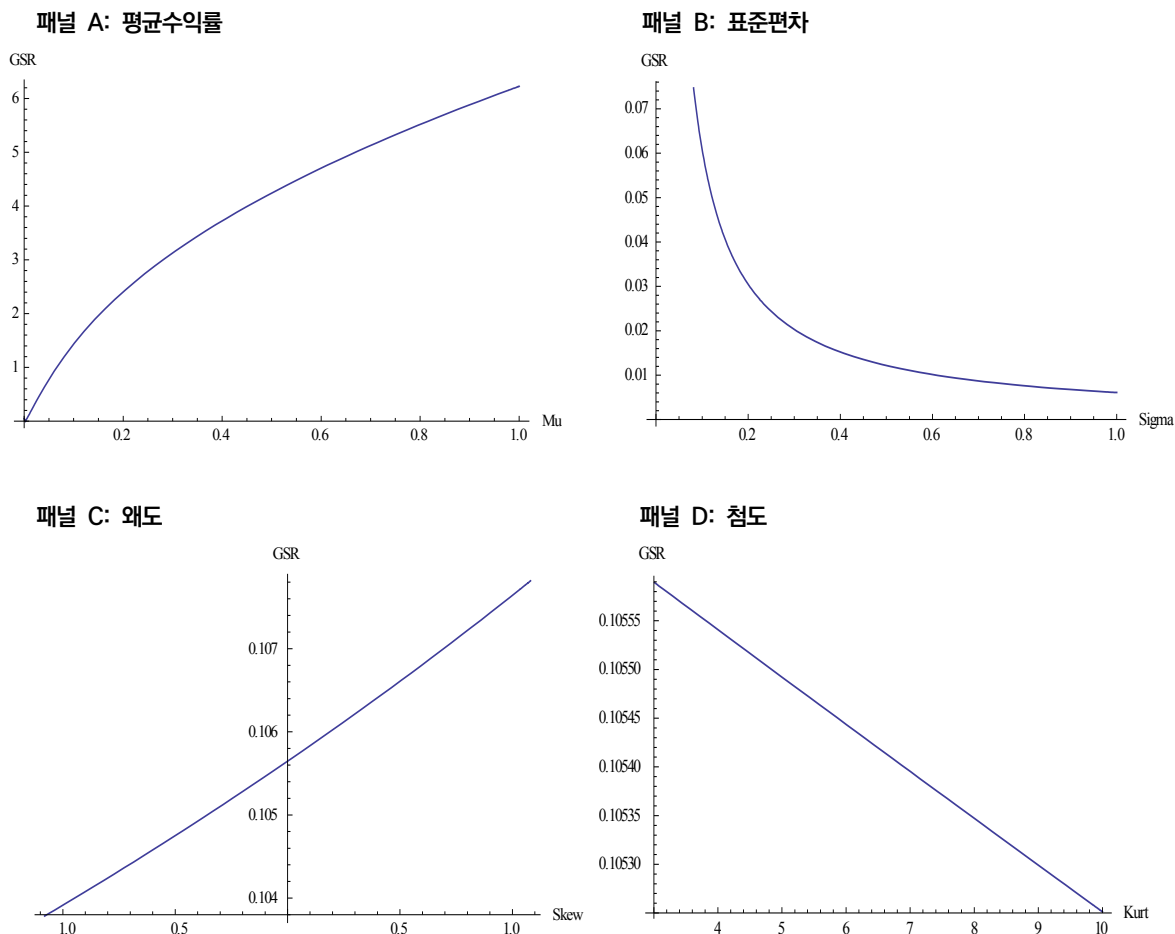
<그림 3>의 패널 A는 GSR의 평균수익률에 대한 민감도로서 평균수익률의 증가에 따라 GSR이 체감적으로 증가한다. 패널 B는 표준편차에 대한 민감도로서 표준편차의 증가에 따라 GSR이 체감적으로 감소한다. 패널 C는 왜도에 대한 민감도로서 왜도의 증가에 따라 GSR이 선형적으로 증가한다. 패널 D는 침도에 대한 민감도로서 침도의 증가에 따라 GSR이 선형적으로 감소한다. 따라서 부의 지수 효용함수를 지닌 투자자는 평균수익률이 크고 표준편차(변동성)가 작을수록 그리고 왜도(복권적 성향)가 크고 침도(극단적 변동성)가 낮을수록 기대효용이 증가하고 GSR 성과지표도 향상된다고 해석할 수 있다.

## 5.3 성과지표의 추정

좋은 성과지표가 갖추어야 할 요건으로서 신뢰성과 타당성을 들 수 있다. 신뢰성은 평가 척도가 동일 시점, 동일 종목에 대한 평가를 동일하게 해야 한다는

### 〈그림 3〉 GSR의 적률 민감도

2001년부터 2017년까지의 KOSPI 지수 수익률 자료를 이용하여 GSR의 적률 민감도 분석을 실시하였다.



것을 의미한다. 타당성은 척도의 평가 결과가 대상 종목의 본질적 가치에 근사해야 한다는 것을 의미한다. 이를 반대로 해석하면 대상 종목의 본질적 가치에 변화가 없는데도 성과지표가 평가 시점마다 다른 평가 결과를 낸다면 신뢰성이 없는 것이고 신뢰성이 있더라도 성과 추정치가 대상 종목의 경제적 실질과 괴리된 것이라면 타당성이 없는 것이다. 결국 성과지표 추정치가 평가 시점 및 평가 종목 마다 다를 수 있지만 지표의 변화는 전술한 신뢰성과 타당성에 기초하여 이루어져야 한다. 본 연구는 이러한 관점에서 성과지표의 신뢰성과 타당성을 진단해 보고자 한다. 이를 위해 성과지표 추정치간 상관관계 분석을 통해 성과지

표의 신뢰성을 진단하였고 개별 성과지표를 기준으로 정렬한 무비용 포트폴리오의 실현수익률을 통해 성과지표의 타당성을 분석하였다.

먼저 〈그림 4〉의 패널 A에서는 하나의 사례로서 삼성전자의 성과지표 추정치가 제시되어 있다. 여기서 Ex\_pfo는 초과평균수익률을, SR은 샤프비율을, TR은 트레이너지수를, JA는 시장모형에 따른 쟈센의 알파를, IR은 쟈센의 알파를 잔차의 표준편차로 나눈 정보비율을, GSR은 본 연구의 일반적 샤프비율을 의미한다. 이로부터 모든 성과지표 추정치가 시간가변성을 발견함을 확인할 수 있다. 이는 시장에 새로운 정보가 유입됨에 따라 가격과 수익률이 변화하고 그



결과 성과지표도 갱신된다는 것을 시사한다. 패널 B에서는 삼성전자의 GSR 성과지표와 이의 투입변수인 적률 추정치의 시계열을 제시하였다. 여기서 Mu는 평균수익률을, Sigma는 표준편차를, Skew는 왜도를, Kurt는 첨도를 의미한다. 이로부터 표준편차는 시계열적 안정성을 보이는 반면 고차 적률에 해당하는 왜도와 첨도는 상대적으로 변동성이 크고 그 결과 GSR의 변동성도 커지는 것을 확인할 수 있다. 이는 GSR이 기타 성과지표들과 비슷한 시계열적 양상을 보였지만 고차 적률을 고려함으로써 횡단면적으로는 다른 평가를 할 수 있다는 것을 시사한다.

이를 통계적으로 살펴보기 위해 본 연구는 연구대상 전체 종목(680 종목)에 대해 적률 및 성과지표를 각 시점별로 과거의 수익률 자료를 토대로 추정하고 이를 순차적으로 이연하는 방식으로 패널 자료를 구축하였다. 이로부터 <표 2>의 패널 A는 종목별 적률 및 성과지표의 시계열적 상관계수의 횡단면(전체 종목) 평균 및 95% 신뢰구간을 나타내고 패널 B는 시점별 적률 및 성과지표의 횡단면적 상관계수의 시계열 평균 및 95% 신뢰구간을 나타낸다. 이 경우 모평균을 중심으로 한 95% 신뢰구간이 영 밖에 있는 경우 통계적 및 경제적 유의성이 있다고 판단하여 \* 표시를 하였다.

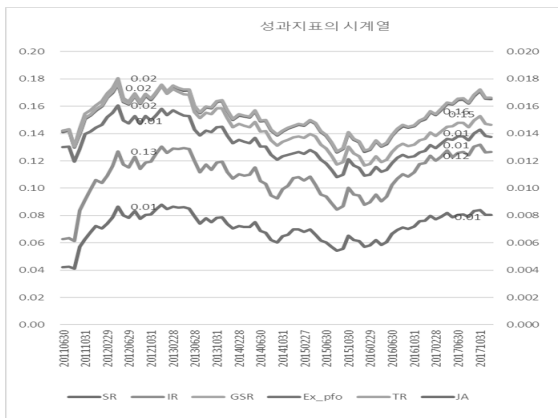
먼저 <표 2>의 패널 A로부터 적률 사이의 시계열적 상관관계를 살펴보면 통계적으로 유의한 관계는 발견되지 않는다. 그러나 패널 B로부터 횡단면적으로는 표준편차와 첨도가 커질수록 평균수익률이 감소하는 현상이 발견된다. 이론적으로 변동성이 클수록 위험프리미엄이 가산되어 기대수익률도 높아져야 하나 개별 종목 기준으로 이러한 금융시장의 원칙이 작용하지 않는 모습을 보여준다. 이에 대해서는 다음과 같은 해석이 가능하다. <표 2>의 패널 B에서 왜도는 표준편차와 0.34, 첨도와 0.60의 유의한 양의 상관계수를 발견한다. 이는 개별 주식의 높은 변동성이 왜도와 첨도에서 기인하는 바가 크다는 것을 의미한다. 즉 고(高) 왜도를 가진 주식에 대한 투자자들의 선호로 인해 해당 주식의 가격이 상승하고 기대수익률이 하락하는 과정에서 변동성 이상 현상이 관측되었다고 해석할 수 있다. 이는 왜도나 첨도 등 고차 적률 위험을 고려한 성과지표를 개발할 필요가 있다는 것을 시사한다.

<표 2>의 패널 A로부터 성과지표와 적률간 시계열적 상관관계를 살펴보면 SR, TR, JA, IR은 평균수익률과 0.9 이상의 유의한 상관계수를 발견한 반면 GSR은 그렇지 않았다. 또한 GSR을 제외한 성과지표들 간에는 0.9 이상의 유의한 시계열적 상관계수가 발견되지만

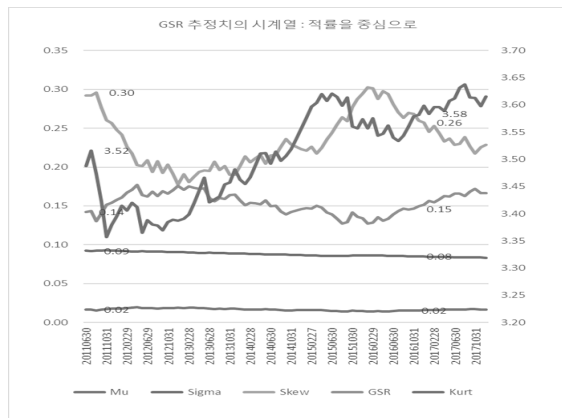
#### <그림 4> 성과지표 추정치

성과지표 추정치의 사례로서 삼성전자를 선정하여 성과지표를 추정하였다. 패널 A는 성과지표의 시계열이고 패널 B는 GSR 및 이의 투입변수인 적률의 시계열이다. 자료 주기는 월별 기준이다.

패널 A : 성과지표의 시계열



패널 B : GSR 추정치의 시계열



GSR과 기타 성과지표간 시계열적 유의성은 확인되지 않았다. 이는 GSR이 투자자의 고차 적률 위험에 대한

신호를 직접적으로 고려함으로써 기타 성과지표와 다른 평가를 한다는 것을 시사한다. 이는 횡단면적

〈표 2〉 성과지표 추정치간 상관 관계

연구대상 전체 종목(680 종목)에 대해 적률 및 성과지표를 각 시점별로 과거의 수익률 자료를 토대로 추정하고 이를 순차적으로 이연하는 방식으로 패널 자료를 구축하였다. 이로부터 패널 A는 종목별 적률 및 성과지표의 시계열적 상관계수의 횡단면(전체 종목) 평균 및 95% 신뢰구간을 나타내고 패널 B는 시점별 적률 및 성과지표의 횡단면적 상관계수의 시계열 평균 및 95% 신뢰구간을 나타낸다. 이 경우 모평균을 중심으로 한 95% 신뢰구간이 영 밖에 있는 경우 통계적 및 경제적 유의성이 있다고 판단하여 \*표시를 하였다. 자료 주기는 월별 기준이다.

패널 A : 시계열적 상관 계수

	Mu	Sigma	Skew	Kurt	Ex_pfo	SR	TR	JA	IR	GSR
Mu	1*	0.28	-0.25	-0.24	0.99*	0.97*	0.98*	0.90*	0.89*	0.57
하위 2.5%		-0.88	-1.00	-0.96	0.98	0.82	0.94	0.47	0.47	-1.00
상위 2.5%		0.96	0.91	0.88	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Sigma		1*	-0.23	-0.57	0.24	0.17	0.23	0.11	0.10	0.20
하위 2.5%			-0.98	-1.00	-0.89	-0.89	-0.88	-0.91	-0.90	-0.86
상위 2.5%			0.93	0.82	0.96	0.94	0.95	0.95	0.95	0.95
Skew			1*	0.53	-0.23	-0.21	-0.23	-0.15	-0.14	-0.23
하위 2.5%				-0.85	-1.00	-0.99	-0.99	-0.98	-0.98	-0.99
상위 2.5%				0.99	0.92	0.92	0.92	0.93	0.93	0.95
Kurt				1*	-0.21	-0.17	-0.20	-0.11	-0.10	-0.21
하위 2.5%					-0.96	-0.94	-0.95	-0.95	-0.94	-0.94
상위 2.5%					0.88	0.88	0.88	0.90	0.88	0.85
Ex_pfo					1*	0.98*	0.98*	0.92*	0.91*	0.58
하위 2.5%						0.90	0.96	0.59	0.56	-1.00
상위 2.5%						1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
SR						1*	0.97*	0.93*	0.93*	0.59
하위 2.5%							0.87	0.66	0.70	-1.00
상위 2.5%							1.00	1.00	1.00	1.00
TR							1*	0.91*	0.90*	0.59
하위 2.5%								0.60	0.56	-1.00
상위 2.5%								1.00	1.00	1.00
JA								1*	0.99*	0.55
하위 2.5%									0.94	-1.00
상위 2.5%									1.00	1.00
IR									1*	0.54
하위 2.5%										-1.00
상위 2.5%										1.00
GSR										1*



패널 B : 횡단면적 상관 계수

	Mu	Sigma	Skew	Kurt	Ex_pfo	SR	TR	JA	IR	GSR
Mu	1*	-0.27*	-0.01	-0.16*	0.99*	0.94*	0.61*	0.97*	0.91*	0.50*
하위 2.5%		-0.37	-0.16	-0.24	1.00	0.93	0.48	0.97	0.91	0.42
상위 2.5%		-0.02	0.08	-0.13	1.00	0.96	0.87	0.98	0.93	0.77
Sigma		1*	0.34*	0.23*	-0.27*	-0.35*	-0.27*	-0.36*	-0.31*	-0.16*
하위 2.5%			0.30	0.16	-0.37	-0.46	-0.38	-0.45	-0.42	-0.23
상위 2.5%			0.40	0.39	-0.02	-0.19	-0.15	-0.15	-0.15	-0.07
Skew			1*	0.60*	-0.01	-0.05	-0.01	-0.02	-0.03	-0.13*
하위 2.5%				0.56	-0.16	-0.24	-0.15	-0.17	-0.20	-0.16
상위 2.5%				0.70	0.08	0.07	0.07	0.05	0.08	-0.11
Kurt				1*	-0.16*	-0.22*	-0.06*	-0.14*	-0.18*	-0.20*
하위 2.5%					-0.24	-0.33	-0.20	-0.23	-0.25	-0.28
상위 2.5%					-0.13	-0.17	-0.03	-0.11	-0.12	-0.14
Ex_pfo					1*	0.94*	0.61*	0.97*	0.91*	0.50*
하위 2.5%						-0.24	-0.33	-0.20	-0.23	-0.25
상위 2.5%						-0.13	-0.17	-0.03	-0.11	-0.12
SR						1*	0.57*	0.94*	0.98*	0.64*
하위 2.5%							0.43	0.91	0.97	0.54
상위 2.5%							0.90	0.96	0.98	0.86
TR							1*	0.60*	0.54*	0.19*
하위 2.5%								0.47	0.41	0.07
상위 2.5%								0.92	0.87	0.64
JA								1*	0.94*	0.51*
하위 2.5%									0.92	0.43
상위 2.5%									0.96	0.81
IR									1*	0.67*
하위 2.5%										0.58
상위 2.5%										0.89
GSR										1

상관관계에서 보다 뚜렷해진다.

〈표 2〉의 패널 B로부터 성과지표와 적률간 횡단면적 관계를 살펴보면 SR, JA, IR은 (초과)평균수익률과 0.9 이상의 상관계수를 발견하였고 TR과 GSR은 상대적으로 낮은 0.61과 0.5의 상관계수를 발견하였다. 또한 GSR을 포함한 모든 지표들이 표준편차 및 첨도와 유의한 음의 상관계수를 발견하여 변동성 및 극단적 변동성이 커질수록 성과지표가 감소하였다고 해석할 수 있다. 그러나 왜도의 경우 GSR만이 유의한 -0.13을

발견하고 나머지 성과지표들은 영에 가까운 상관계수를 발견하였다. 이는 기타 성과지표들이 왜도 및 첨도 위험을 표준편차나 공분산을 통해 간접적으로 반영하는 반면 GSR은 이러한 위험을 성과지표의 직접적 투입 변수로서 반영하기 때문이라고 할 수 있다. 흥미로운 점은 상관계수의 부호가 음수를 발견하였다는 것이며 이에 대해서는 다음과 같은 해석이 가능하다. 〈그림 3〉으로부터 GSR은 왜도와 양의 상관관계를 표준편차 및 첨도와 음의 상관관계를 가지며 이는

이론적 예측과 일치한다. 한편 <표 2>의 패널 B에서 왜도는 표준편차와 0.34, 첨도와 0.6의 유의한 양의 상관계수를 발견한다. 이는 왜도의 증가가 GSR을 증가시키는 동시에 표준편차와 첨도의 증가를 통해 GSR을 감소시키는 방향으로도 작용한다는 것을 의미한다. 결국 왜도와 GSR의 상관관계는 양자의 상반된 효과에 의해 결정되며 이 경우 후자의 효과가 전자의 효과보다 더 컸기 때문에 음의 상관계수가 발견되었다고 해석할 수 있다.

<표 2>의 패널 B로부터 성과지표간 횡단면적 관계를 살펴보면 SR, JA, IR은 서로 0.9 이상의 높은 상관계수를 발견하며 TR은 이들 지표들과 0.5~0.6 사이의 상관계수를 발견하였다. GSR의 경우 SR, JA, IR과 0.5~0.64 대의 상관계수를, TR과 0.19의 상관계수를 발견하였다. 성과지표들 사이의 횡단면적 상관계수가 유의한 양수를 갖는다는 것은 성과지표간 신뢰성을 실증하며 성과지표별 차이는 각각의 성과지표가 갖는 위험 조정 성격의 차이로 인해 발생하였다고 해석할 수 있다. 특히 GSR은 대상 종목의 평균수익률 및 기타 성과지표들과 0.19~0.67의 상대적으로 낮은 상관계수를 발견하였는데 이는 전술한 바와 같이 GSR이 대상 종목이 지닌 고차 적률 위험을 직접적으로 고려하는 특성에서 비롯되었다고 해석할 수 있다.

#### 5.4 성과지표별 사후적 성과의 추정

투자자들이 성과지표를 중시하는 것은 합리적 투자를 통해 사후적 실현 수익을 극대화하기 위함이다. 특히 펀드매니저 등 반복적으로 투자를 해야 하는 경우라면 위험 조정 성과지표를 통해 최소의 위험으로 최대의 기대수익을 거두는 전략을 반복하는 것이 장기적으로 최대의 실현 수익을 가져다 줄 것이다. 본 절에서는 전술한 성과지표를 토대로 포트폴리오를 구축하였을 때 어느 정도의 실현 수익을 창출할 수

있었는지를 분석해 보고자 한다. 이를 위해 Fama and French(1992)의 방법에 따라 매년 6월말을 기준으로 개별 성과지표를 기준으로 오름차순으로 정렬하여 10개의 포트폴리오(G1~G10)를 구축하고 이후 1년 동안의 실현수익률을 측정하였다. 최종적으로는 가장 낮은 성과지표를 발견한 포트폴리오(G1)를 공매하여 가장 높은 성과지표를 발견한 포트폴리오(G10)를 매수하는 무비용(zero cost) 포트폴리오의 실현수익률(G10-G1)을 이용하여 분석을 진행하였다.

<표 3>에서는 무비용 포트폴리오의 평균수익률과 적률 위험 그리고 위험 조정 초과수익률이 제시되어 있다. 종목 정렬 기준으로서 수익률 기반 성과지표인 Mu, SR, TR, JA, IR, GSR은 각각 평균수익률, 샤프비율, 트레이너지수, 쟈센지수, 정보비율, 일반적 샤프비율을 의미하고 재무비율 기반 성과지표인 MV, PSR, PER, PBR, DPR은 각각 시가총액, 주가 대 주당매출액, 주가 대 주당순이익, 주가 대 주당장부가치, 주당배당금 대 주가를 의미한다. 이로부터 모든 무비용 투자 전략의 사후적 평균수익률이 음수를 발견하였으며<sup>6)</sup> JA, IR, MV, PSR, PER, PBR, DPR의 경우 10% 수준에서 통계적으로 유의하였다. 무비용 투자전략에 내재된 위험을 조정하기 위해 Sharpe(1964)의 시장 지수모형(JA)을 이용할 경우에도 모든 성과지표가 음수를 발견하였으며 SR, JA, IR, MV, PSR, PER, PBR의 경우 10% 수준에서 통계적으로 유의하였다. 그러나 Fama and French(1993)의 3 요인 모형을 이용할 경우 MV와 DPR을 제외한 모든 성과추정치가 유의하지 않았다. 특히 GSR의 경우 시장에서 공시하지 않는 성과지표임에도 사후적 성과 추정치가 통계적으로 영과 다르지 않게 나왔다. 이는 성과지표가 좋은 종목에 대한 투자자들의 수요가 증가함에 따라 주가가 상승하고 실현수익률이 감소한 결과로 해석할 수 있으며 성과지표가 갖는 정보가치를 유가증권시장이 잘 반영하고 있다는 것을 시사한다.

6) DPR은 PDR의 역수로서 반대로 해석하여야 한다. 즉 양의 성과추정치는 PDR을 기준으로 할 경우 음의 성과추정치를 의미한다.



〈표 3〉 성과지표에 따른 무비용 포트폴리오의 사후적 성과지표

성과지표를 이용한 무비용 포트폴리오(R10-R1)의 사후적 평균수익률 및 적률과 이에 대한 시장지수 및 Fama and French(1992) 3요인 모형에 의한 위험 조정 평균초과수익률을 제시하였다. 10% 수준에서 유의한 경우 \*를 표기하였다. 자료 주기는 월별 기준이다.

구분	평균수익률		위험		위험조정평균초과수익률	
	Mu	Stdev	Skew	Ex_kurt	JA	FF3
Mu	-0.005	0.046	-0.414	-0.018	-0.007	0.001
SR	-0.007	0.043	-0.229	-0.034	-0.009*	-0.001
TR	-0.003	0.045	-0.353	-0.041	-0.005	0.006
JA	-0.01*	0.051	-0.244	0.977	-0.013*	-0.002
IR	-0.009*	0.042	-0.237	-0.204	-0.011*	0.000
GSR	-0.003	0.041	0.046	3.881	-0.005	0.005
MV	-0.008*	0.060	0.336	0.933	-0.012*	-0.007*
PSR	-0.008*	0.045	0.423	3.072	-0.011*	-0.001
PER	-0.007*	0.035	-0.612	1.097	-0.011*	-0.003
PBR	-0.011*	0.046	0.242	2.726	-0.015*	-0.001
DPR	0.006*	0.035	0.102	0.439	0.003	-0.004*

## [ 6 ] 결론

시장의 효율성은 완전한 정보 공시를 바탕으로 완전한 경쟁을 통해 달성된다. 이를 위해서는 대상 종목과 관련된 모든 정보가 공시되어야 하며 이를 토대로 시장에서의 경쟁을 통해 달성된 가격은 이론적으로 대상 종목의 본질적 가치를 가장 정확하게 반영할 것이다. 그러나 현재 시장에서 공시되는 위험 조정 성과지표들은 금융 자산의 분포가 갖는 고차 적률 위험과 이에 대한 투자자들의 차별적 선호를 반영하지 못함으로써 일반 투자자 보호나 시장 효율성 측면에서 미흡하다고 할 수 있다. 본 연구는 고차 적률에 대한 선행 연구로부터 왜도 위험과 첨도 위험에 대한 투자자의 선호를 반영할 수 있는 일반적 샤프비율을 제시하고 이를 국내 유가증권 시장에 적용해 보았다. 실증 결과는 다음과 같다.

첫째, GSR을 비롯한 모든 성과지표들은 시계열적 변동성을 나타내었으며 이는 시장에 새로운 정보가

유입됨에 따라 성과지표의 갱신이 이루어지고 있다는 것을 시사한다. 둘째, GSR을 제외한 기타 성과지표들은 횡단면적으로 0.54~0.97의 높은 상관계수를 발견한 반면 GSR은 이들과 0.19~0.67의 상대적으로 낮은 상관계수를 발견하였다. 이는 GSR이 기타 성과지표와 달리 고차 적률 위험에 대한 투자자의 선호를 반영하기 때문이며 GSR의 공시를 통해 기존 성과지표가 갖는 한계를 보완할 수 있다는 것을 시사한다. 셋째, GSR을 비롯한 성과지표를 이용하여 무비용 투자전략을 구축하고 이의 사후적 성과를 분석한 결과 성과지표의 유의성이 사라지거나 이를 역이용하는 투자전략이 유의한 성과를 발견하였다. 이는 국내 유가증권 시장의 효율성을 지지하는 증거로서 시장에 공시되는 지표를 이용하여 위험 조정 초과수익을 내기가 쉽지 않다는 것을 시사한다.

## 참고 문헌

- 강장구·심명화, 2014, 복권 성향의 주식에 대한 선호와 주식수익률의 횡단면, *재무연구*, 제27권 제2호, pp. 297-332.
- 고봉찬·김진우, 2017, 복권 주식의 버블과 수익률 발전현상에 관한 연구, *재무관리연구*, 제34권 제3호, pp. 297-332.
- 김술, 2008, 위험중립분포 왜도·첨도의 상대적 중요성: Corrado and Su(1996) 모형을 이용한 옵션 가격 예측, *선물연구*, 제16권 제1호, pp. 1-20.
- 변석준·윤선중·강병진, 2007, KOSPI 200 지수 옵션 시장의 변동성 스프레드와 위험회피도, *재무연구*, 제20권 제3호, pp. 97-126.
- 심명화, 2016, 변동성, 왜도, 첨도와 주식수익률의 횡단면, *재무관리연구*, 제33권 제1호, pp. 71-102.
- 장지원, 2016, 극단적 투자성과에 대한 회피 성향과 주식수익률의 횡단면, *한국증권학회지*, 제45권 제5호, pp. 1001-1034.
- Alderfer, C. P. and H. Bierman, 1970, Choices with Risk, *Journal of Business* 43, pp. 341-353.
- Arrow, K. J., 1971, *Essays in Theory of Risk Bearing*, North-Holland, Amsterdam.
- Bakshi, G., N. Kapadia, and D. Madan, 2003, Stock Return Characteristics, Skew Laws, and the Differential Pricing of Individual Equity Option, *The Review of Financial Studies* 16, pp. 101-143.
- Barndorff-Nielsen, O. E., 1995, Normal Inverse Gaussian Distribution and Stochastic Volatility Modelling, *Scandinavian Journal of Statistics* 24, 1-13.
- Barndorff-Nielsen, O. E., 1998, Processes of Normal Inverse Gaussian Type, *Finance and Stochastics* 2, 41-68.
- Conrad, J., R. F. Dittmar, and E. Ghysels, 2013, Ex ante Skewness and Expected Stock Returns, *Journal of Finance* 68, pp. 85-124.
- Corrado, C. J. and T. Su, 1996, Skewness and Kurtosis in S&P500 Index Returns Implied by Option Prices, *Journal of Financial Research*, 19, pp. 175-192.
- Dittmar, R. F., 2002, Nonlinear Pricing Kernels, Kurtosis Preference, and Evidence from the Cross Section of Equity Returns, *Journal of Finance* 57, pp. 369-403.
- Dowd, K., 2000, Adjusting for Risk: An Improved Sharpe Ratio, *International Review of Economics and Finance* 9, pp. 209-222.
- Fama, E. F. and K. R. French, 1992, The Cross-Section of Expected Stock Returns, *Journal of Finance* 47, pp. 427-465.
- Fama, E. F. and K. R. French, 1993, Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds, *Journal of Financial Economics* 33, pp. 3-56.
- Fama, E. F., 1965, The Behavior of Stock-Market Prices, *Journal of Business* 38, pp. 34-105.
- Favre, L. and J. A. Galeano, 2002, Mean-modified Value-at-risk Optimization with Hedge Funds, *Journal of Alternative Investments* 5, pp. 21-25.
- Fishburn, P. C., 1977, Mean-Risk Analysis with Risk Associated with Below-Target Returns, *The American Economic Review*, 67, pp. 116-126.
- Hansen, L. P. and R. Jagannathan, 1997, Assessing Specification Errors in Stochastic Discount Factor Models, *Journal of Finance* 52, 557-590.
- Harvey, C. R. and A. Siddique, 2000, Conditional Skewness in asset pricing tests,



*Journal of Finance* 55, pp. 1263-1295.

Hodges, S., 1998, A Generalization of the Sharpe Ratio and its Application to Valuation Bounds and Risk Measures, *Working Paper*, Financial Options Research Center, University of Warwick.

Kaplan, P. D. and J. A. Knowles, 2004, Kappa: A Generalized Downside Risk-adjusted Performance Measure, *Journal of Performance Measurement* 8, pp. 42-54.

Kimball, M. S., 1993, Standard Risk Aversion, *Econometrica* 61, pp. 589-611.

Kraus, A. and R. Litzenberger, 1976, Skewness Preferences and The Valuation of Risky Assets, *Journal of Finance* 31, pp. 1085-1100.

Kraus, A. and R. Litzenberger, 1983 On the distributional conditions for a Consumption Oriented three moment CAPM, *Journal of Finance* 38, pp. 1381-1391.

Leland, H. E., 1999, Beyond Mean-Variance: Risk and Performance Measurement in a nonsymmetrical World, *Financial Analysts Journal* 1, 27-36.

Madan, D. B. and G. E. Seneta, 1990, The Variance Gamma (VG) Model for Share Market Returns, *Journal of Business* 63, 511-524.

Mao, J. C. T., 1970, Models of Capital Budgeting, E-V Vs E-S, *Journal of financial and Quantitative Analysis* 4, pp. 657-675.

Markowitz, H., 1952, Portfolio Selection, *Journal of finance* 7, pp. 77-91.

Mehra, R. and E. C. Prescott, 1985, The Equity Premium: A Puzzle, *Journal of Monetary Economics* 15, pp. 145-161.

Rachev, S., T. Jasic, S. Stoyanov, and F. J.

Fabozzi, 2007, Momentum Strategies Based on Reward-risk Stock Selection Criteria, *Journal of Banking and Finance* 31, pp. 2325-2346.

Roy, A. D., 1952, Safety First and the Holding of Assets, *Econometrica* 20, pp. 431-449.

Rubinstein, M. E., 1973, The Fundamental Theorem of Parameter-Preference Security Valuation, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 8, pp. 61-69.

Samorodnitsky, G. and M. S. Taqqu, 1994, Stable Non-Gaussian Random Processes, Chapman and Hall, New York.

Shadwick, W. F. and C. Keating, 2002, A Universal Performance measure, *Journal of Performance Measurement* 6, pp. 59-84.

Sharpe, W. F. 1964, Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, *Journal of Finance* 19, pp. 425-442.

Sortino, F. A. and L. N. Price, 1994, Performance Measurement in a Downside Risk Framework, *Journal of Investing* 3, pp. 59-65.

Spurgin, R. B., 2001, How to Game Your Sharpe Ratio, *Journal of Alternative Investments* 4, 38-46.

Stutzer, M., 2000, A Portfolio Performance Index, *Financial Analysts Journal* 56, pp. 52-61.

Treynor, J. L. and F. Black, 1973, How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection, *Journal of Business* 46, 66-86.

Zakamouline, V. and S. Koekebakker, 2009, Portfolio Performance Evaluation with Generalized Sharpe Ratio: Beyond the Mean and Variance, *Journal of Banking and Finance* 33, pp. 1242-1254.

# Portfolio Performance Evaluation by Generalized Sharpe ratio

Bongjun Kim\* (Gyeongsang National University)

Doobae Jun\*\* (Gyeongsang National University)

## Abstract

Most of portfolio performance measures used in the market do not consider higher order moment risk like skewness and kurtosis. This study presented general Sharpe ratio (GSR) considering higher order moment risk and estimated ex-post performance of zero cost investment strategies based on performance measures including GSR. It is summarized as follows.

In the first place, cross-sectional correlations among Sharpe ratio, Treynor ratio, Jensen's alpha, information ratio were found between 0.54 and 0.98. But correlation between GSR and these performance measures was located between 0.19 and 0.67. This difference is due to the fact that GSR considers higher order moments as additional risk factors.

In the second place, investment strategy based on individual performance measure found statistically insignificant or negative performance. This supports the efficiency of KOSPI market and implies that it is hard to make a risk-adjusted excess return using performance measures.

**Key words** : *generalized Sharpe ratio, higher order moment, skewness, kurtosis, normal-inverse Gaussian distribution*

Article history : Received 21 December 2018, Revised 14 May 2019, Accepted 11 June 2019

---

JEL Classification : G11

\* This work was supported by the Gyeongsang National University Fund for Professors on Sabbatical Leave, 2018.

\*\* Corresponding author, Associate Professor, Department of Mathematics and RINS, Gyeongsang National University (E-mail: dbjun@gnu.ac.kr).