

## The analysis of optical influence on the grading tolerances and proportions for the round brilliant cut polished diamonds

Eun-Ju Kim<sup>†</sup>

*Dept. of the Faculty of Arts & Profession and Industrial Design, Dongshin University, Naju 520-714, Korea*

(Received July 11, 2013)

(Revised August 7, 2013)

(Accepted August 9, 2013)

**Abstract** Even though a rough diamond shape is irregular and rugged, it is easy to be processed to make gem, shaped facets (table, crown, pavilion and girdle) were precisely treated because they influence on the evaluation of diamond grading. Those specifications suitable for the standard round brilliant cut diamond polishing were investigated and in 95 % statistical confidence interval, standard deviation, mean and acceptable tolerance were examined. According to these variables (size, angle, depth, and thickness) distribution, the frequency analysis of ratings and proportions were compared with each other. The correlation between each variables and the evidence of influence represented in proportion were determined by the regression analysis applying LSM (Least Square Method). In this research, it was recognized that table sizes of the diamond jewels and pavilion depth (in %) influence the rating decision and in particular, the depth of pavilion acting as the main factor of proportions, also plays an important role in optical phenomena.

**Key words** Round brilliant cut, Diamond, LSM, Tolerance, Proportions, Optical influence

## Round brilliant cut으로 연마한 diamond의 등급별 허용 오차와 proportions에 관한 광학적 영향력 분석

김은주<sup>†</sup>

동신대학교 교양교직학부(& 산업디자인학과), 나주, 520-714

(2013년 7월 11일 접수)

(2013년 8월 7일 심사완료)

(2013년 8월 9일 게재확정)

**요약** 다이아몬드는 원석의 형태가 불규칙하고 견고하더라도 보석으로 쉽게 가공될 수 있으며, 등급 평가에 영향력을 나타내는 테이블, 크라운, 퍼빌리언, 거들면을 정밀하게 측정하였다. Round Brilliant Cut Diamond의 표준 연마에 적합한 규격을 조사하였고, 통계적(95%) 신뢰 구간으로 표준편차, 평균, 허용 오차를 검토하였다. 측정된 크기, 각도, 깊이, 두께의 변수들이 나타내는 분포에 따라, 커팅 등급의 빈도 분석과 프로포션을 비교하였다. 각 변수간의 상관관계와 프로포션에 나타난 영향력의 근거는 LSM(Least Square Method)을 적용한 회귀 분석으로 결정하였다. 본 논문에서, 다이아몬드의 테이블 크기와 퍼빌리언 깊이 퍼센트가 등급 결정에 많은 영향을 미치고, 특히, 퍼빌리언 깊이는 프로포션과 관련하는 주요 원인으로 광학 현상에도 작용함을 알 수 있었다.

### 1. 서론

다이아몬드의 원석은 보석용, 산업용, 공업용으로 구분된다[1]. 커트 등급은 ① Table 크기 ② Crown 높이 ③ Pavilion 깊이 ④ Girdle 두께를 포함하여 스타면(Star Facet), 거들면(Girdle Facet) 등을 고려한다[2](Table 1),

(Fig. 1).

연마 상태가 좋은 프로포션(Proportions)은 빛이 전반 사되면서 다시 크라운으로 되돌아오지만, 퍼빌리언(Pavilion) 깊이가 매우 깊거나 얇게 연마된 경우는 빛이 새어나가기 때문에 다이아몬드의 투명도를 감소시킨다[3].

연마 등급이 낮아지지 않고, Diamond의 광휘(Brilliance)와 상품 가치를 유지할 수 있도록, 본 연구에서는 품질을 신뢰할 수 있는 등급별 허용 오차와, 프로포션의 영

<sup>†</sup>Corresponding author  
Tel: +82-16-367-8332  
E-mail: glorialover@hanmail.net

Table 1  
Analysis of the Influence factors for diamond cut grading by the LSM

Applying of the LSM (Least Square Method)			
Influence I	Tolerance (S.Polishing)	Correlation Factors	Table Crown Pavilion Girdle
			Size (Table) Height (Crown) Depth (Pavilion) Thickness (Girdle)
Influence II	Proportions (Polishing Grade)	Influence Factors	Table Crown Pavilion Girdle
			Size (Table) Height (Crown) Depth (Pavilion) Thickness (Girdle)

※ Judging light performance - Refraction, Dispersion  
(Measure: Percentage (%), Unit (mm), Angle (°), Wave length (nm))

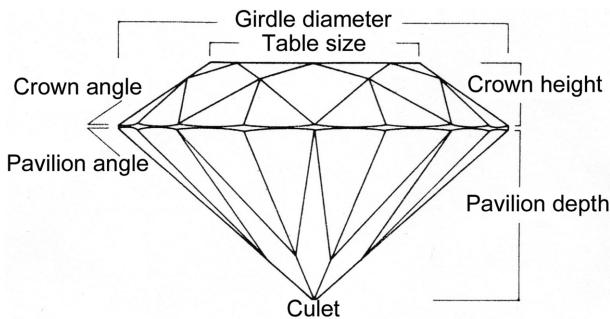


Fig. 1. Profile views of a round brilliant cut diamond.

향력에 대하여 알아보려고 하였다. 표본과 Data에 나타난 오차의 평균을 최소화하도록 변수를 결정하는 최소자승법(LSM)으로 관련성을 추정하고, 통계적으로 계산, 설명하였으며 모델링 분석에도 응용된다.

2. 실험방법

브라질, 인도, 오스트레일리아, 미국, 아프리카에서 채광되고 생산하여 교육 기관과 보석 감정 연구소 및 협회가 채택하고 있던 천연 다이아몬드를 표본으로 하였다.

Table 2  
Properties of round brilliant cut diamonds examined

Put aside	Shape	Carat weight	Color	Clarity	Cut quality
1	Round	6.01	H	SI1	Excellent
2	Round	4.34	J	VS2	Premium
3	Round	4.12	J	VS2	Premium
4	Round	4.04	D	VVS1	Excellent
5	Round	3.50	H	SI2	Good
6	Round	3.47	E	VVS1	Excellent
7	Round	3.40	H	SI2	Excellent
8	Round	3.18	I	S13	Excellent
9	Round	3.17	K	S11	Premium
10	Round	3.15	H	S13	Excellent
11	Round	3.10	H	S11	Premium
12	Round	3.00	D	VVS1	Excellent
13	Round	2.75	H	VS1	Excellent
14	Round	2.50	J	SI2	Excellent
15	Round	2.00	J	VS1	Excellent
16	Round	1.25	L	I1	Excellent
17	Round	1.00	J	SI2	Good
18	Round	0.90	G	VS1	Excellent
19	Round	0.50	H	SI2	Excellent
20	Round	0.33	I	SI2	Excellent

Data에 사용된 80개의 라운드 브릴리언트 컷트 다이아몬드 표본 가운데, 품질 등급이 우수한 20개의 검사 내용과 그 결과를 Table 2에 나타냈다. 중량은 0.33~6.01 ct에, 칼라 등급은 “G” 칼라와 “L” 칼라의 범위에 해당하였다. 실제의 크기를 측정하기 위한 확대 기구로는 10배 트리플릿(Triplet) 루페(Loupe)와 보석용 쌍안 현미경(GIA DLScope Professional Microscope(964000#), 미국)을 사용하였고, 형광성(Fluorescence)은 366 nm와 254 nm 부근에서 자외선 형광 램프(UV Fluorescent lamp)로 관찰하였다[4].

다이아몬드 표본과 도면을 동일한 위치에 놓고, 시계 방향이나 반시계 방향으로 돌려가면서 형광성의 반응(None, Faint, Medium, Strong, Very Strong)을 실험하였지만, none~faint 정도로 나타났다(Table 3).

통계적(95%) 신뢰 구간으로 측정된 테이블 크기(Table size), 크라운 각도(Crown angle), 퍼빌리언 깊이(Pavilion

Table 3  
Fluorescent reaction of according to the color grading in natural diamond

Color & Clarity Grading	Fluorescence Reaction	Identification		Sum (N = 80) (100%)
		None	Faint	
D - F	IF-VVS2 VS1-VS2 SI1-I3	2 (2.5%)	1 (1.25%)	3 (3.75%)
G - H	IF-VVS2 VS1-VS2 SI1-I3	28 (35%)	2 (2.5%)	30 (37.5%)
I - M	IF-I3	45 (56%)	2 (2.5%)	47 (58.5%)

depth), 거들 두께(Girdle thickness)의 허용 오차를 계산하였으며, 각 변수들의 상관관계와 구조적 빈도 분석은 등급 구분과 프로포션에 중요하다. 표준 연마에 적합한 허용 오차를 구하기 위하여 스칸디나비아(Scandinavia) 규격을 참고로 하였으며[5], 측정된 변수들의 Data로부터 독립, 종속 변수간의 관련성을 파악하고 최소자승법(LSM)을 적용한,

$$\widehat{\text{커팅등급}} = \beta_1 \text{테이블 각도} + \beta_2 \text{크라운 각도} + \beta_3 \text{퍼빌리언깊이} + \beta_4 \text{거들두께}$$

~ 모델에서 등급별 프로포션에 나타난 영향력을 분석하였다.

(1) 테이블(Table)과 크라운(Crown)의 경우, 완벽한 균형(Symmetry)을 갖춘 다이아몬드의 Table 크기, Crown 높이와 Crown 각도의 범위를 Fig. 2에 표시하였다. Fig. 2에서, 윗부분의 Main facet가 테이블 끝에 접하는 점 P는 점선이 표시된 범위 안쪽으로 반드시 존재하여야 한다(Crown 높이 14%, Table 넓이 60%의 다이아몬드는

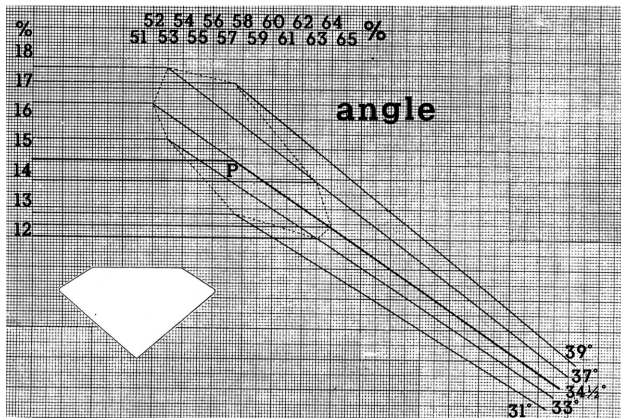


Fig. 2. Tolerance of angle of table and crown.

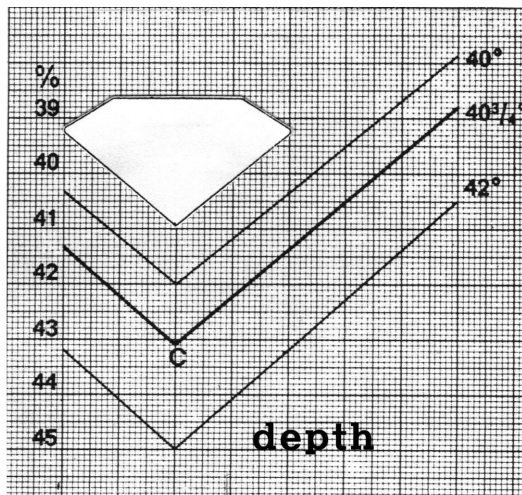


Fig. 3. Tolerance of pavilion depth.

허용오차에 포함된다.). 테이블과 크라운 각도는 페이스업 위치에서 34 1/2도(°)가 최적의 분광을 보였다. Crown 높이에 대한 측정 치수는 숫자와 퍼센트(%)로 표시하였고, 그 중에서도 최저치가 등급 결정의 계산에 검토되었다.

(2) Pavilion은 완벽한 균형을 갖춘 다이아몬드의 Pavilion 깊이와 육안으로 보이지 않는 Culet에 대한 허용 오차를 Fig. 3에 표시하였다. Culet을 나타낸 점 C는 백분율(%)로 42~45%의 깊이에서 Pavilion 각도, 40도(°)~42도(°) 사이에 반드시 존재하여야 한다(Fig. 3). 새로운 특성의 테이블 반사(Reflection)를 발견하면, 반사광(선)이 테이블 코너를 향하여 진행한 정도를 결정하고, Stone을 기울이거나 거들의 반사상을 찾아서 깊고 얇은 퍼빌리언의 깊이를 측정하였다.

(3) Girdle의 경우, 연마 작업에서, 다이아몬드 중량과 관련하여 허용 오차의 최대 Girdle에 대한 두께를 Fig. 4에 표시하였다. 거들 두께는 육안과 10배 확대하여 측면에서 관찰하였고, 라운드 브릴리언트에서 어퍼(Upper) 거들과 로우어(Lower)거들은 패싯(Facet) 사이가 가장 얇았다. 일정한 두께의 거들은 매우 드물게 나타났고, Stone 주변을 따라 16쌍의 어퍼(Upper) 거들과 로우어(Lower)거들 사이를 관찰하면서, 가장 두꺼운 면과 가장 얇은 면을 시각화하여 두께를 측정하고, 두 값의 평균(거들 두께 평균)이라는 변수를 만들어서 분석하였다[6](Table 4).

다이아몬드 표본의 Data에 대한 커팅 등급의 빈도

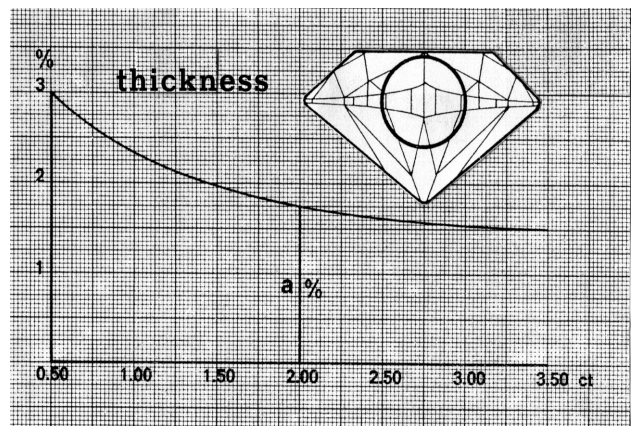


Fig. 4. Tolerance of Girdle thickness.

Table 4  
Average of the girdle thickness

Thickness	Grading
Median, S.Thick	1
Thin, Thick	2
Very thin, Very thick	3
Ex thin, Ex thick	4

Table 5  
Frequency analysis of cutting grade

	Frequency	Percent (%)
1	18	22.5
2	13	16.3
3	26	32.5
4	23	28.8
Sum	80	100.0

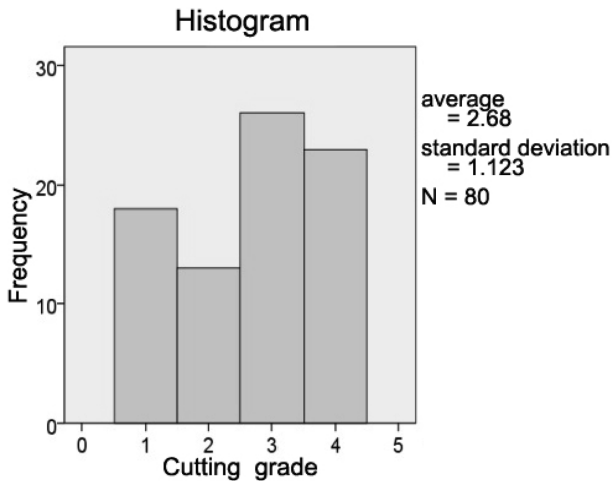


Fig. 5. Frequency analysis of the cut grading by the histogram.

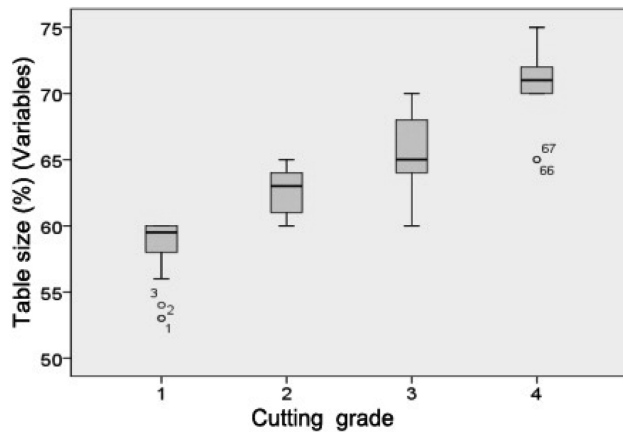


Fig. 6. Distribution of table size (%), according to the cut grades.

분석을 나타낸 Table 5와 도표(Fig. 5)에서 3등급이 가장 높은 빈도수를 보이며, 2등급보다 1등급의 빈도가 더 많지만 3, 4등급보다는 빈도가 낮음을 알 수 있었다.

Fig. 6~9는 각 변수에 대한 중위수, 사분위수, 최소값, 최대값으로 표본의 중심과 흐트러진 정도를 표시한 Box plot(상자 도표)이다. 커팅 등급이 1등급인 분류에서는 테이블 크기가 60% 이하에 해당하는 것들이 많고, 가운데 굵은 선은 평균을 뜻하며, Box의 위 아래쪽이 1사분위수, 3사분위수이다. Fig. 6의 아래쪽, 얇은 선까지가

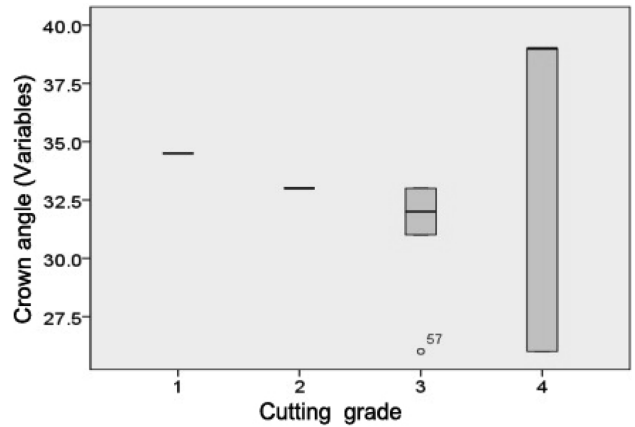


Fig. 7. Distribution of crown angle, according to the cut grades.

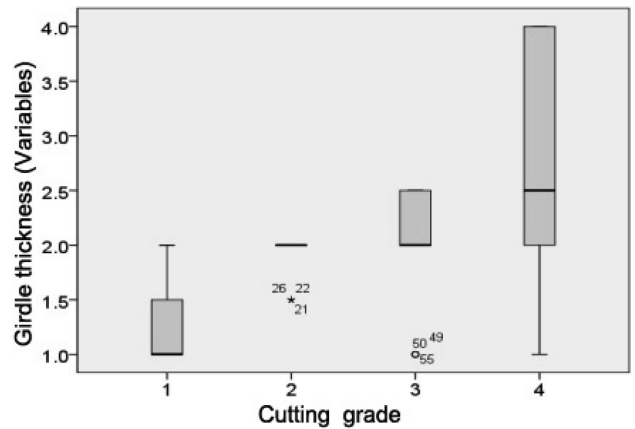


Fig. 8. Distribution of girdle thickness, according to the cut grades.

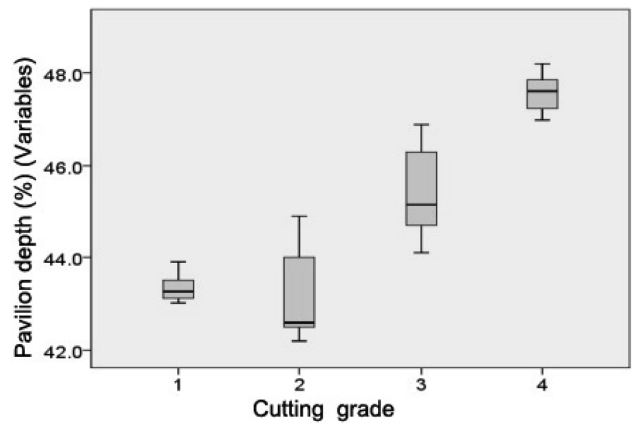


Fig. 9. Distribution of pavilion depth (%), according to the cut grades.

95% 신뢰구간이고, 그 밑에 1, 2, 3은 특이값(Outliers)으로 표시하였다. Fig. 7에서 1등급과 2등급의 크라운 각도는 모두 34.5~33°에 몰입되었고, 3, 4등급은 분포를 보이면서 특히, 4등급은 다양한 각도에 편성되어 있음을 알 수 있다. Fig. 8의 1등급 평균은 낮은 쪽으로 분포되어 있다. 2등급의 두께 평균은 2%에만 몰려있고, 3, 4

Table 6  
Comparison of the proportions of round brilliant cut diamond

	Standard	USA (American)	Europe (Scandinavian)
Table size	53~60 %	53~57 %	53~58 %
Crown angle	34~35°	34.5~35.8°	33.7~35.3°
Girdle thickness	a %	2.2 %	2.5 ± 5 %
Pavilion depth (%)	43 %	43.1 %	42.5~43.8 %
Ratio	1 : 1.667	1 : 1.887	1 : 1.786

등급은 두께 평균이 점점 높아졌지만 등급은 낮아지는 상태로 나타났다. Fig. 9에서 1등급 퍼빌리언은 43~44 % 범위와 2등급은 1등급보다 조금 낮은 쪽으로 분포하였고, 3, 4등급으로 갈수록 퍼빌리언 깊이가 증가하였음을 알 수 있다. 이러한 빈도 분석을 통하여, Round brilliant cut 규격의 표준으로서 미국과 유럽 방식의 연마 비율을 비교하였다(Table 6).

### 3. 결과 및 분석

#### 3.1. 각 변수의 허용 오차와 상관 분석

본 논문의 Data는 연속형 자료이므로 분석 과정에서,

상관 계수는 두 변수 사이에 존재하는 선형 관계를 측정하기 위한 기준이 된다. 보편적인 척도로서 영국의 수리통계학자, Karl Pearson 상관 계수를 사용하였고, Table 7~8은(95 %) 신뢰 구간에 나타난 상관 분석의 결과를 나타냈다.

가로측과 세로측의 교차점은 그 변수간의 상관 계수를 의미한다. \*는 유의 확률값을 비교하여 0.1보다 작으면 \*, 0.05보다 작으면 \*\*, 0.01보다 작으면 \*\*\*로 표시하였다. 상관 계수 옆의 “\*”를 보고 가설에 대한 검정을 확인함에 있어서, 유의수준  $\alpha$ 를 0.1로 기준으로 하였을 때 “\*”가 붙어있으면, 상호 작용에 나타난 유의미한 영향력으로 판단하였다[7].

#### 3.2. 등급별 영향력의 회귀 분석

측정된 표본의 Data로부터  $\epsilon$ 는 평균이 0이고, 분산이  $\sigma^2$ 이며, 서로 독립인 정규 분포를 따른다고 가정하여 최소자승법(LSM)을 적용하면,

$$\widehat{\text{커팅등급}} = \beta_1 \text{테이블} + \beta_2 \text{크라운각도} + \beta_3 \text{퍼빌리언깊이} + \beta_4 \text{거들두께}$$

~ 모델(Table 9)의 유의성에 나타난 F값이 92.802, 유의 확률이 0.000으로 0.05보다 작아서 테이블 크기, 크라운

Table 7  
Descriptive statistics of each variable

	Tolerance	Average	Standard deviation	Confidence interval (95 %)
Table size	22	64.93	5.238	(63.78, 66.08)
Crown angle	13	33.375	3.646	(32.58, 34.17)
Girdle thickness	3	1.987	0.796	(1.81, 2.16)
Pavilion depth	6	45.192	1.902	(44.78, 45.61)
Crown percent	10	11.301	2.36	(10.78, 11.82)

Table 8  
Results of correlation analysis of the measured variables

	Table size	Crown angle	Average thickness of the girdle	Pavilion depth	Cutting grade
Table size	1				
Crown angle	-0.029	1			
Average thickness of the girdle	0.689***	0.193*	1		
Pavilion depth	0.875***	-0.004	0.565***	1	
Cutting grade	0.878***	-0.032	0.633***	0.882***	1

(0.1 > “\*”, 0.05 > “\*\*\*”, 0.01 > “\*\*\*\*”)

Table 9  
Regression analysis of influence between measured variables

Model	Square sum	Degrees of freedom	Mean square	F	Significanceprobability
Regression Model	82.817	4	20.704	92.802	0.000
Residuals	16.733	75	0.223		
Sum	99.550	79			

Table 10  
Regression analysis (1) of influence between measured variables

Model	B (Regression coefficient)	t-Statistics
(Constant)	-15.720	-9.322***
Table size	0.078	3.173***
Crown angle	-0.012	-0.797
Average thickness of the girdle	0.149	1.530
Pavilion depth percent	0.298	5.108***

(0.1 > “\*”, 0.05 > “\*\*”, 0.01 > “\*\*\*”)

각도, 거들 두께 평균, 퍼빌리언 깊이 퍼센트 중, 최소 하나가 커팅 등급에 관련성을 나타냄을 알 수 있었다. Table 10~12의 프로세스에서, 커팅 등급에 영향을 미치는 변수와 커팅 등급에 상호 작용하는 구체적인 영향력의 근거를 설명하였다[8].

Table 10에서 테이블 크기, 퍼빌리언 깊이 퍼센트의 두 변수가 크라운 각도나 거들 두께 평균에 비교하여, 커팅 등급의 결정에 많은 영향을 미치는 것을 알 수 있다. 그러나, 각각의 변수간에 상관관계가 있어서 다중공선성을 진단하여 보았으나, 다중공선성(Multi-collinearity: 독립 변수들 사이의 강한 상관관계)은 없는 것으로 확인되었다.

Table 11은 단계별 회귀(Stepwise)를 통하여 커팅 등급에 무의미한 변수들은 제거하고 필요한 변수만 사용하여 작성된 모델이다.

Table 12의 회귀 계수와 t통계량에서, 퍼빌리언 깊이 퍼센트와 테이블 크기가 커팅 등급의 분류에 많은 영향을 나타냈다. 회귀 계수가 양수이므로 퍼빌리언 깊이 퍼센트와 테이블 크기가 커질수록 커팅 등급이 낮아지는 것을 확인할 수 있었다. 즉, 퍼빌리언 깊이 퍼센트의 회귀 계수는 퍼빌리언 깊이 퍼센트가 1 단위 증가할 때마다 등급도 0.286 만큼 증가하게 된다. 테이블 크기도 계산할 수 있으며, LSM(Least Square Method) 방법을 이용하여 β값을 추정하였다[9].

Diamond의 Table 크기와 Pavilion 깊이의 변수간에 작용하는 등급별 프로포션과 영향력에서 광채를 감별할 수 있었다(Table 13, 14). 라운드 외형에 나타난 깊이와 폭에 대한 비교는 100 %를 기본으로 하여 비율로 계산되며, 빛과 반응하여 영향을 나타내고 광학 효과에 기여한다. Table 14에서 Table %로 보면, 황금 비례에 가장 근접하는 비율(Fig. 11)은 62 %로 2등급에 있었고 빈도

Table 11  
Regression analysis (2) of influence between measured variables

	Square sum	Degrees of freedom	Mean square	F	Significance probability
Regression Model	82.267	2	41.134	183.264	0.000
Residuals	17.283	77	0.224		
Sum	99.550	79			

Table 12  
Results of the regression analysis (3) on correlative influence

Model	B (Regression coefficient)	t-Statistics
(Constant)	-16.558	-10.550***
Pavilion depth percent	0.286	4.928***
Table size	0.097	4.632***

(0.1 > “\*”, 0.05 > “\*\*”, 0.01 > “\*\*\*”)

Table 13  
Round brilliant cut grades proportions

(N = 80)	1 (Excellent)	2 (Good)	3 (Fair)	4 (Poor)
Table %	53~60	61~64	65~70	71~
Depth (%)	56.9~59.2	53.8~55.9	54.1~57.4	54.1~61.2

Table 14  
Rating impact analysis of diamond proportions

(N= 80)	1 (Excellent)	2 (Good)	3 (Fair)	4 (Poor)
Table %	53~60	61~64	65~70	71~
Ratio	1.886~1.667	1.64~1.56	1.54~1.43	1.41~
Table % frequency	23	18	25	14
Table % ratio	28.8	22.5	31.3	17.5
Depth (%)	56.9~59.2	53.8~55.9	54.1~57.4	54.1~61.2
Depth (%) frequency	18	13	26	23
Depth (%) ratio	22.5	16.3	32.5	28.8

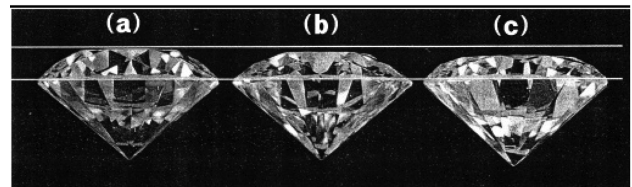


Fig. 10. Optical phenomena due to the angle of table and crown - (a), (b) bruted girdle ① and (c) faceted girdle ②.

수는 3개 정도였다. Depth %가 깊을수록 테이블 반사가 커지고, 우수한 등급과 적합한 퍼빌리언 깊이(43 %)를 갖춘 다이아몬드(Fig. 11)에서는 빛이 최대한 상호 작용하여, 최상의 브라이트니스(Brightness), 파이어(Fire), 신틸레이션(Scintillation) 효과(Fig. 12)를 보였다. 브루팅된 거들의 반사는 퍼빌리언 패킷을 가로질러 회색 줄무늬((a), (b) in Fig. 10)처럼 보이지만, 패킷된 거들은 반사가 눈에 잘 띄지 않고 밝은 밴드((c) in Fig. 10)처럼 나타나기도 하였다(Table 15).

Table 15  
Optical phenomena due to the pavilion depth

Light Performance Factors	
Brightness	Brilliance
Fire	Dispersion (Spectral color)
Pattern	Leakage Contrast
Pavilion depth and appearance	
35~38 %	Girdle reflection clearly visible through the table (fish-eye)
39~40 %	Girdle reflection just inside table
41 %	Table reflection 1/4, culet to table (corner reflection) - begins to break up.
43 %	Table reflection 1/3, culet to table corner
44.5 %	Table reflection 1/2, culet to table corner
45.5 %	Table reflection 2/3, culet to table corner
47 %	Table reflection 3/4, culet to table corner
48 %	Table reflection almost reaches table corner
49~51 %	Dark table and star facets



Fig. 11. The excellent proportioned diamonds (Photos from the american gem society laboratory).

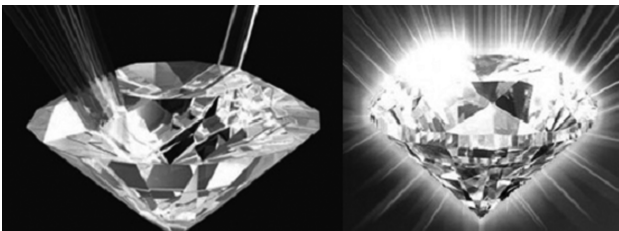


Fig. 12. Prismatic, sparkling effect of cut diamond.

#### 4. 결 론

Round Brilliant Cut Diamond의 규격에서 크기와 모양은 등급에 영향을 나타내고, 테이블 크기, 크라운 각도, 거들 두께, 퍼빌리언의 총 깊이 퍼센트는 프로포션을 추정하는데 필요한 단서라고 할 수 있다. 테이블 퍼센트 (%)로 보면, 아메리칸 비율(1.887)보다 유럽 스타일의 스칸디나비아 비율(1.786)이 황금비율(1.618)에 근접하였다. 크라운 각도가 일정할 때, 테이블 크기가 클수록 브릴리언스(Brilliance)는 한층 더 증가하지만, 너무 커다란 테이블은 신틸레이션(Scintillation)을 줄이고, 분산 작용이 원활하지 못하였다. 퍼빌리언 깊이 퍼센트와 테이블 크기가 커질수록 커팅 등급이 낮아지고, 퍼빌리언 깊이는 다이아몬드의 프로포션에 영향을 나타내는 주요 원인

으로 작용하였다. 거들 반사를 찾음으로써 깊은 퍼빌리언과 얇은 퍼빌리언을 구별할 수 있었다. 퍼빌리언 패시들은 빛이 균등하게 되돌아오게 하는 절대적인 요소로서, 등급 구분과 형광 반응에 중요한 역할을 하는 것으로 나타났다. 브릴리언트에 나타난 테이블 영상의 반사광이 크면 클수록, 퍼빌리언의 깊이 퍼센트도 비례하여 증가하였다. 구조적 상관 관계의 측정 실험과 LSM 회귀 분석으로, 등급별 신뢰할 수 있는 프로포션에 관한 영향력의 근거를 제시하고, 품질과 가치 평가를 위한 차이와 광학 효과를 확인하였다.

#### 참 고 문 헌

- [ 1 ] N. Peters, "Rough Diamonds (A Practical Guide)", (Amer Inst of Diamond Cutting Inc, 1999) p. 10.
- [ 2 ] L. Ludel, "How to Cut a Diamond" (Library Congress Cata, Nevada, 1985) p. 70.
- [ 3 ] R. Newman, "Diamond Hand Book (A Practical Guide to Diamond Evaluation)", (International Jewelry Publications (Los Angeles), 2010) p. 49.
- [ 4 ] B.W. Anderson and E.A. Jobbins, "Gem Testing" (Butterworths (London, Boston, Singapore, Sydney, Toronto, Wellington), 1990) p. 195.
- [ 5 ] Scandinavian, diamond nomenclature committee, "Scandinavian diamond nomenclature and grading standards", (Scan. Jewellers' Association, 1970) p. 15.
- [ 6 ] A. Godoy, "Diamond Identification and Appraisal" (Editorial Melvin, 2009) p. 112.
- [ 7 ] V. Krishnan, "Probability and Random Process" (Wiley-Interscience (A John Wiley and Sons, Inc., Publication), 2006) p. 684.
- [ 8 ] G. Smith, "Statistical Reasoning", (Allyn and Bacon, Inc. (Boston, London, Sydney, Toronto), 1985) p. 471.
- [ 9 ] R.E. James, "Statistics, Data Analysis, and Decision Modeling", (Pearson Education, 2010) p. 224.