

## 적응적 M-estimators 강건 예측 알고리즘

장석우\*, 김진욱\*\*

### An Adaptive M-estimators Robust Estimation Algorithm

Seok-Woo Jang \*, Jin-Uk Kim \*\*

#### 요약

강건 예측 기법은 오류 자료(outliers)를 제거하고 정상 자료(non-outliers)만으로 모델의 파라미터를 구하는 통계적인 방법으로 잘 알려져 있다. 기존의 문헌에 소개된 많은 강건 예측 알고리즘들이 있으나 컴퓨터 비전 및 영상 처리 분야에서 가장 많이 사용되는 알고리즘은 M-estimators와 LMS(least-median of squares) 방법이다. 이 중 M-estimators는 어파인 모델(affine model)의 파라미터 측정에 있어 최적의 방법으로 잘 알려져 있다. 그러나 M-estimators는 통계적인 효율성이 높지만 초기화가 적절히 수행되지 않으면 오류 자료를 제거하는 데 문제점을 가진다. 따라서 본 논문에서는 이런 문제점을 해결하기 위해 연속적인 시그모이드(sigmoid) 가중치 함수를 사용하여 오류 자료와 정상 자료를 효과적으로 분리하면서 어파인 모델의 파라미터를 효과적으로 측정하는 적응적인 M-estimators 강건 예측 알고리즘을 제안한다. 실험에서는 기존의 강건 예측 방법과 제안된 적응적 강건 예측 방법의 성능을 비교 및 분석하여 제안된 방법의 우수함을 보인다.

#### Abstract

In general, the robust estimation method is well known for a good statistical estimator that is insensitive to small departures from the idealized assumptions for which the estimation is optimized. While there are many existing robust estimation techniques that have been proposed in the literature, two main techniques used in computer vision are M-estimators and least-median of squares (LMS). Among these, we utilized the M-estimators since they are known to provide an optimal estimation of affine motion parameters. The M-estimators have higher statistical efficiency but tolerate much lower percentages of outliers unless properly initialized. To resolve these problems, we proposed an adaptive M-estimators algorithm that effectively separates outliers from non-outliers and estimate affine model parameters, using a continuous sigmoid weight function. The experimental results show the superiority of our method.

▶ Keyword : 가중치 함수(weight function), 강건 예측(robust estimation), 오류 자료(outliers), 통계적인 측정기(statistical estimator), 어파인 모델(affine model)

---

• 제1저자 : 장석우  
• 접수일 : 2005.03.22, 심사완료일 : 2005.05.20  
\* 한국건설기술연구원 건설CALIS연구센터 선임연구원

## 1. 서론

카메라 동작의 파라미터 추출, 2차원 영상으로부터 3차원 영상의 재구성, 카메라의 보정(calibration) 등과 같은 컴퓨터 비전의 응용 분야에서는 여러 가지 측정(estimation) 기법을 필요로 한다. 이런 컴퓨터 비전 분야의 측정 기법에서는 잡음(noise), 부정확한 정합, 서로 다른 클래스에 속하는 자료의 중첩 등에 영향을 받지 않고 정확하게 정의된 측정 모델의 파라미터를 추출하는 것이 매우 중요하다[1,2].

이런 측정 기법 중 강건 예측(robust estimation) 기법은 입력 자료로부터 잡음이나 그 밖의 부정확한 측정 오류로부터 발생하는 오류 자료(outliers)를 제거하고, 정상 자료(non-outliers)만으로 측정 모델의 파라미터를 구하는 통계적인 방법으로 잘 알려져 있다[3]. 즉, 오류 자료가 포함되어 있는 자료를 입력으로 받아들여 강건 예측을 수행할 경우 측정 모델(estimation model)을 최적화시키는 파라미터가 올바르게 수렴하지 못하므로 입력 자료의 통계적인 분포를 고려하여 오류 자료를 최대한 제거한 후 정상 자료만으로 측정 모델의 파라미터를 추출함으로써 파라미터 측정의 정확성을 제고할 수 있다.

일반적으로 기존의 문헌에 소개된 많은 강건 예측 알고리즘들이 있지만 이 중 영상 처리 및 컴퓨터 비전 분야에서 가장 많이 사용하는 두 가지 주요 기법은 LMS(least-median of squares) 기법과 M-estimators 기법이다[4-6]. LMS 기법은 이론적으로 최대한 50%까지의 오류 자료를 포함한 입력 자료를 받아들여 어파인 모델(affine model)의 변화에 독립적으로 오류 자료를 제거하면서 모델의 파라미터를 측정할 수 있지만 통계적인 효율성이 매우 낮다. 이에 반해 M-estimators 기법은 통계적인 효율성이 높지만 올바르게 초기화되지 않으면 오류 자료에 매우 민감하게 작용한다는 단점이 있다[7].

본 논문에서는 이 두 가지 기법 중 어파인 모션 모델 파라미터 측정에 있어 최적의 방법으로 잘 알려져 있는 M-estimators 강건 예측 기법을 개선한다. 강건 예측에서는 입력 자료, 그리고 일련의 파라미터를 가지는 측정 모델 사이의 적합도를 정의하는 목적 함수(object function)를 정의한다. 그런 다음, 최소화 기법을 적용하여 목적 함수가

최적화되도록 조정함으로써 모델의 인수를 구한다. M-estimators 강건 예측에서는 다차원 최소화 문제를 해결하기 위해 역 헤시안(inverse Hessian) 방법과 기울기 강하(steepest descent) 방법을 훌륭하게 결합하여 사용한다. 즉, 최소화 기법의 반복 단계에서 목적 함수가 지역적인 2차원 함수로 올바르게 근사될 경우에는 역 헤시안 방법을 적용하고, 그렇지 않을 경우에는 기울기 강하 방법을 교대로 적용한다.

그러나 이 방법은 효과적으로 제어되지 못하면 목적 함수가 올바르게 수렴하지 않는다고 알려져 있다 [8]. 그리고 기존의 M-estimators 강건 예측은 오류 자료와 정상 자료를 구분하기 어려운 최소화 기법의 초기 단계에서도 보통 임계치로 불러오는 이진 가중치 함수를 사용하여 오류 자료와 정상 자료를 분리한다. 따라서 정상 자료와 오류 자료의 부정확한 분리로 최소화 기법의 단계가 반복됨에 따라 측정 모델의 인수가 잘못 갱신된다.

따라서 본 논문에서는 이런 문제점을 개선한 적용적인 E-estimators 강건 예측 기법을 소개한다. 제안된 적용적인 강건 예측 방법은 연속적인 시그모이드 가중치 함수를 사용하여 정상 자료와 오류 자료의 소속 정도를 보다 효과적으로 표현한다. 그리고 최소화 기법의 반복 단계에서 측정 모델의 잔여 에러(residual error)가 감소함에 따라 점진적으로 시그모이드 가중치 함수를 하드 리미트(hard-limit) 형태로 조율하고, 이를 통해 정상 자료와 오류 자료를 보다 유연하게 분리한다. 따라서 기존의 방법보다 정확하게 측정 모델의 파라미터를 추출할 수 있다.

본 논문의 전체 구성은 다음과 같다. 1장에서는 연구 동기와 제안된 적용적 M-estimators 강건 예측 알고리즘의 전체적인 개요를 설명하였다. 2장에서는 기존의 강건 예측 알고리즘에 대해 자세히 설명하고, 3장에서는 제안된 적용적 강건 예측 기법의 개요와 이 기법의 핵심적인 사항인 연속적인 시그모이드 가중치 함수를 정의하는 방법 및 가중치 조절에 대해 설명한다. 그리고 4장에서는 제안된 강건 예측 방법의 우수함을 보이기 위해 기존의 강건 예측 기법과 제안된 기법의 성능에 대한 실험 결과에 대해 설명하며, 마지막으로 5장에서는 결론을 기술한다.

## II. 기존의 강건 예측

본 장에서는 입력 자료로부터 오류 자료에 민감하지 않게 오류 자료를 제거하면서 정상 자료만으로 모델의 인수를 구하는 통계적인 기존의 M-estimators 강건 예측 기법에 대해 기술한다.

일반적으로 강건 예측은 크게 두 단계로 구성된다. 첫째, 입력 자료로부터 오류 자료를 제거하는 단계이다. 오류 자료가 포함될 경우 모델을 최적화시키는 인수가 올바르게 수렴하지 못하므로 입력 자료의 통계적인 분포를 분석하여 오류 자료를 제거한다. 둘째, 오류 자료를 제거한 입력 자료만을 이용하여 모델의 인수를 구한다. 모델의 인수를 구하는 과정에서는 M-estimators 최소화 기법을 적용한다. 이 기법은 실제 문제에 적용할 경우 매우 잘 동작한다고 알려져 있어 많이 사용되는 방법이다[9].

(그림 1)은 기존의 강건 예측 기법의 전체적인 구조를 보여준다. (그림 1)에서 확인할 수 있듯이 강건 예측은 모델과 입력 자료 사이의 에러가 수렴할 때까지 모델의 인수를 갱신하면서 전체 단계를 반복한다.

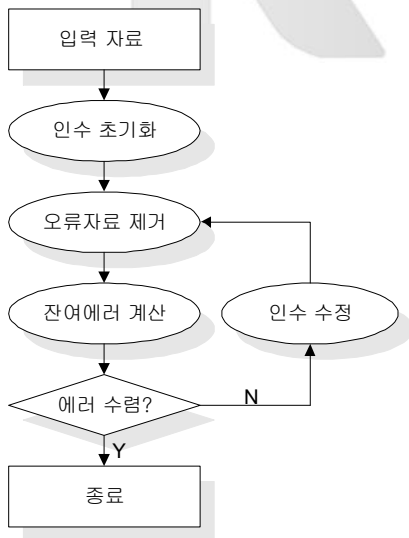


그림 1. 강건 예측의 구조  
Fig. 1. Overall flow of robust estimation

본 논문에서 활용하는 E-estimators 강건 예측 기법은 역 헤시안 방법과 기울기 강하 방법을 훌륭하게 결합한 방법으로 최소화 기법의 반복 시 목적함수가 지역적인 2차원 함수로 올바르게 근사될 경우에는 역 헤시안 방법을 적용하고, 목적함수가 지역적인 2차원 함수로 올바르게 수렴하지 못할 경우에는 기울기 강하 방법을 적용한다.

일반적으로 강건 예측은 식 1과 같은 적합 모델을 설정한다. 식 1에서 인수 a는 최소화 기법을 통해 최종적으로 구하고자 하는 모델의 인수를 의미한다.

$$y = y(x, y; \mathbf{a}) \dots\dots\dots (1)$$

식 1과 같은 모델을 기반으로 구하고자 하는 문제에 대한 목적 함수는 식 2와 같이 정의된다.

$$\chi^2(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^N w_i \left[ \frac{y_i' - y(x_i, y_i; \mathbf{a})}{\sigma_i} \right]^2 \dots\dots (2)$$

$$= \sum_{i=1}^N w_i \|r_i\|^2$$

식 2에서  $y_i'$ 은 i 번째 입력 자료를 의미하고,  $\sigma_i$ 는 i 번째 입력 자료의 분산을 의미하며,  $w_i$ 는 i 번째 입력 자료의 가중치로서 0과 1의 값을 가지는 이진 가중치(binary weight)이다. 식 2의 목적 함수를 테일러 급수(Taylor series)를 이용하여 모델의 인수 a에 대한 2차 방정식의 형태로 올바르게 근사할 수 있다면 목적 함수는 식 3과 같이 표현될 수 있다.

$$\chi^2(\mathbf{a}) \approx \gamma - \mathbf{d} \cdot \mathbf{a} + \frac{1}{2} \mathbf{a} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{a} \dots\dots\dots (3)$$

식 3에서 d는 목적 함수에 대한 인수 a의 1차 미분 행렬을 의미하고, D는 목적 함수에 대한 인수 a의 2차 미분 행렬인 헤시안 행렬을 의미한다. 식 3이 목적 함수를 올바르게 근사한 방정식이라면 목적 함수를 최소화시키는 인수 a는 식 4와 같이 역 헤시안 방법을 통해 직접 계산할 수 있다.

$$\mathbf{a}_{\min} = \mathbf{a}_{\text{cur}} + \mathbf{D}^{-1} \cdot [-\nabla \chi^2(\mathbf{a}_{\text{cur}})] \dots\dots (4)$$

반대로 식 2의 목적 함수를 모델의 인수 a에 대한 2차

방정식의 형태로 올바르게 근사할 수 없다면 목적 함수의 인수 a는 식 5와 같이 기울기 강하 방법을 통해 해결한다.

$$\mathbf{a}_{\text{next}} = \mathbf{a}_{\text{cur}} - \text{constant} \times \nabla \chi^2(\mathbf{a}_{\text{cur}}) \dots (5)$$

강건 예측은 목적 함수의 해를 구하기 위해 식 6과 같은 선형 방정식을 정의함으로써 식 4와 같은 역 헤시안 방법과 식 5와 같은 기울기 강하 방법을 훌륭하게 결합한다.

$$\sum_{l=1}^M \mathbf{a}'_{kl} \delta a_l = \beta_k \dots (6)$$

$$\mathbf{a}'_{kl} = \begin{cases} \mathbf{a}_{kl}(1+\lambda) & \text{if } (k=j) \\ \mathbf{a}_{kl} & \text{if } (k \neq j) \end{cases}$$

식 6에서  $\alpha$ 는  $0.5 \times D$ 를 의미하며,  $\beta$ 는  $-0.5 \times D$ 를 의미한다. 그리고  $\delta a_l$ 은 인수 a의 변화량을 의미한다. 식 6의 선형 방정식은  $\lambda$ 가 클 경우에는 식 5와 동일하게 되며, 반대로  $\lambda$ 가 작아질 경우에는 식 4와 동일하게 된다. 즉, 목적 함수가 인수에 대한 2차 방정식의 형태로 올바르게 근사될 경우에는 식 6의 선형 방정식에서  $\lambda$ 를 감소한 후 역 헤시안 방법을 이용하여 목적 함수의 해를 구하고, 반대로 목적 함수가 인수에 대한 2차 방정식의 형태로 올바르게 근사되지 못할 경우에는  $\lambda$ 를 증가한 후 기울기 강하 방법을 이용하여 목적 함수의 해를 구한다.

강건 예측은 모델의 인수 a에 대한 초기 예측값이 주어질 경우 <표 1>과 같은 단계를 반복 수행하면서 모델의 인수를 구한다. 일반적으로 오류 자료는 입력 자료의 평균으로부터 멀리 떨어진 자료이므로 오류 자료를 포함하여 강건 예측을 수행할 경우 모델의 인수가 올바르게 추출되지 않는다. 따라서 오류 자료는 제거하고 정상 자료만으로 강건 예측을 수행함으로써 정확한 모델의 인수를 구할 수 있다.

오류 자료를 제거하는 기존의 방법은 모델과 입력자료

표 1. 강건 예측의 수도 코드  
Table 1. Pseudo code of robust estimation

강건 예측
1. a에 대한 초기 예측값을 입력한다.
2. $\chi^2(\mathbf{a})$ 를 계산한다.
3. 적당한 $\lambda$ 값( $\lambda = 0.001$ )을 선택한다.
4. $\delta \mathbf{a}$ 에 대하여 선형 방정식의 해를 구한 후에 $\chi^2(\mathbf{a} + \delta \mathbf{a})$ 를 계산한다.
5. $\chi^2(\mathbf{a} + \delta \mathbf{a}) \geq \chi^2(\mathbf{a})$ 이면 $\lambda$ 를 증가시키고 ( $\lambda = \lambda \times 10$ ) 단계 4로 돌아간다.
6. $\chi^2(\mathbf{a} + \delta \mathbf{a}) < \chi^2(\mathbf{a})$ 이면 $\lambda$ 를 감소시키고 ( $\lambda = \lambda \times 0.1$ ), 측정 모델의 파라미터를 수정 ( $\mathbf{a} \leftarrow \mathbf{a} + \delta \mathbf{a}$ )한 후 단계 4로 돌아간다.
7. $\chi^2$ 의 변화가 수렴하면 단계 수행을 정지한다.

사이의 에러  $r_i$ 를 분석하여 수행한다. 먼저, 모든 입력 자료에 대해 에러  $r_i$ 를 구하고, 이들을 오름차순으로 정렬한 후 식 7과 같은 누적 에러를 구한다.

$$E^k(j) = \sum_{l=1}^j w_l^k \|r_l^k\| \dots (7)$$

기존의 강건 예측에서는 오류 자료와 정상 자료를 구분하기 어려운 최소화 기법의 초기 단계에서 누적 에러를 분석하여 오류 자료를 제거하기 위해 기울기 임계치를 사용한다. 즉, 누적 에러의 기울기를 구한 후 기울기 임계치보다 큰 기울기를 가지는 입력 자료들은 오류 자료로 판단하여 제거하며, 기울기 임계치보다 작은 기울기를 가지는 입력 자료들은 정상 자료로 판단한다. 따라서 정상 자료와 오류 자료의 부정확한 분리로 최소화 기법의 단계가 반복됨에 따라 측정 모델의 인수가 잘못 갱신된다.

또한 기존의 강건 예측 방법에서는 최소화 기법의 매 단계마다 기울기 임계치를 새롭게 결정하여 오류 자료를 제거한다. 즉, 이전 단계의 가중치와 현재 단계의 가중치 사이에 존재하는 연관성을 무시하고 매번 새롭게 가중치를 계산한다는 문제점이 있다.

### III. 적응적 M-estimators 강건 예측

본 장에서는 기존의 강건 예측의 문제점을 개선하여 제안한 적응적인 M-estimators 강건 예측에 대해 기술한다.

기존의 강건 예측은 최소화 단계의 초기화 단계에서도 이진 가중치 함수를 이용하여 정상 자료와 오류 자료를 부정확하게 분리하여 측정 모델의 인수를 올바르게 추출하지 못한다. 또한, 이전 단계와 현재 단계의 가중치 사이에 존재하는 연관성을 무시하고 매번 새롭게 가중치를 계산하여 사용하므로 가중치의 불규칙적인 진동이 발생한다.

이런 문제점을 해결하기 위해 본 논문에서 제안한 적응적 강건 예측은 식 8과 같은 측정 모델을 사용한다. 일반적으로 이 모델은 어파인 모델이라고 불린다.

$$y = y(x, y, \mathbf{a}) \dots\dots\dots (8)$$

$$y(x, y, \mathbf{a}) = \begin{bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1x + a_2y + a_3 \\ a_4x + a_5y + a_6 \end{bmatrix}$$

식 8에서 인수 벡터  $\mathbf{a}$ 는 본 논문에서 추출하고자 하는 모델의 인수이고,  $u(x, y)$ 와  $v(x, y)$ 는 적응적 강건 예측의 입력 자료이다. 본 논문에서는 2차원 동작 벡터(motion vector)의 수평 성분과 수직 성분을 활용한다. 식 8의 측정 모델을 기준으로 목적 함수를 정의하면 식 9와 같다.

$$\begin{aligned} \chi^2(\mathbf{a}) &= \sum_{i=1}^N w_i \left[ \frac{y_i' - y(x_i, y_i, \mathbf{a})}{\sigma_i} \right]^2 \dots\dots (9) \\ &= \sum_{i=1}^N w_i \left[ \frac{(x_i' - \widehat{x}_i(x_i, y_i, \mathbf{a}))^2}{\sigma_{x_i}^2} + \frac{(y_i' - \widehat{y}_i(x_i, y_i, \mathbf{a}))^2}{\sigma_{y_i}^2} \right] \\ &= \sum_{i=1}^N w_i \| \mathbf{r}_i \|^2 \end{aligned}$$

식 9에서  $w_i$ 는  $i$  번째 입력 자료의 가중치를 의미하고,

$x_i'$ 과  $y_i'$ 는  $i$  번째 입력 자료의 수평성분과 수직성분을 의미하며,  $\widehat{x}_i(x_i, y_i, \mathbf{a})$ 와  $\widehat{y}_i(x_i, y_i, \mathbf{a})$ 는 측정 모델의 수평 성분과 수직 성분을 의미한다.

본 논문에서 제안하는 적응적 강건 예측은 이진 가중치 함수를 사용하는 기존의 강건 예측과는 다르게 연속적인 가중치 함수(continuous weight function)를 사용한다. 이 함수는 시그모이드(sigmoid) 함수를 이용한다[10]. 본 논문에서 제안된 시그모이드 가중치 함수는 이진 가중치 함수보다 정상 자료와 오류 자료의 소속 정도를 보다 효과적으로 표현하므로 최소화 기법의 반복 초기 단계에서 범할 수 있는 에러를 최소화할 수 있다. 본 논문에서 사용하는 가중치 함수는 식 10과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{W}^k &= (w_1^k, w_2^k, \dots, w_j^k, \dots, w_N^k) \dots\dots\dots (10) \\ w_j^k &= \alpha \cdot w_j^{k-1} + \beta \cdot (1 - \text{sig}^k(x = j; a, c)) \\ \text{sig}^k(x; a^k, c^k) &= \frac{1}{1 + e^{-a^k(x - c^k)}} \\ \text{where } &0 \leq \alpha, \beta \leq 1, \quad \alpha + \beta = 1 \end{aligned}$$

식 10에서  $\mathbf{W}^k$ 는 최소화 단계의  $k$ 번째 반복에서 사용하는 가중치 벡터로서  $w_j^k$ 는 0에서 1사이의 범위를 가지는  $i$  번째 입력 자료의 가중치를 나타낸다. 그리고  $x$ 는 시그모이드 함수의 입력 벡터를 나타내고,  $c^k$ 는 시그모이드 함수를 수평축을 기준으로 이동시키는 바이어스(bias)를 나타내며,  $a^k$ 는  $x = c$  위치에서 시그모이드 함수의 기울기를 조절하는 역할을 수행한다. 본 논문에서는 에러를 오름차순으로 정렬한 누적 에러를 사용하므로 일반적인 시그모이드 함수를 이용하지 않고  $x = c$  위치에서  $y$ 축을 중심으로 회전 이동한 시그모이드 함수를 가중치 함수로 사용한다.

본 논문에서 제안하는 적응적 강건 예측 방법은 최소화 기법의 반복 과정에서 현재 단계의 가중치 계산 시 이전 단계의 가중치를 반영하도록 정의된다. 또한, 최소화 기법이 반복되면서 에러가 감소함에 따라 시그모이드 함수를 하드 리미터(hard limiter) 형태로 조율함으로써 정상 자료와 오류 자료를 보다 유연하게 분리한다.

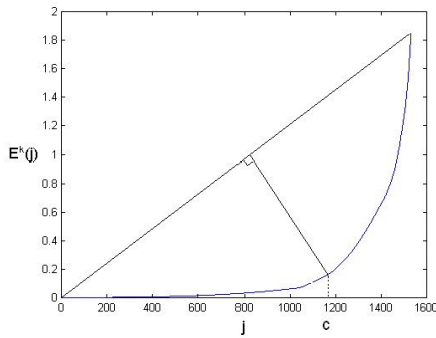


그림 2. 인수  $c^k$ 의 조율  
Fig. 2. Adjustment of parameter  $c^k$

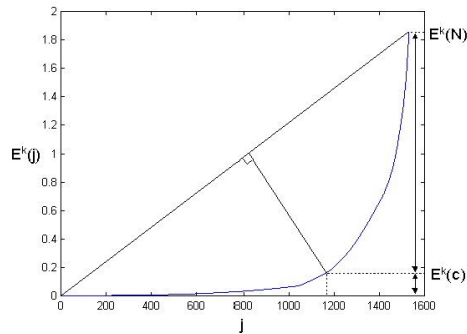


그림 3. 인수  $a^k$ 의 조율  
Fig. 3. Adjustment of parameter  $a^k$

가중치 조율은 시그모이드 함수의 두 인수  $c^k$ 와  $a^k$ 를 조율하여 수행한다. 먼저, 인수  $c^k$ 의 조율은 정렬된 에러의 누적 그래프에서 값의 변화가 가장 급격한 부분에 해당하는 x축 좌표를 이용하여 수행한다. 즉, (그림 2)에서와 같이 정렬된 에러의 누적 그래프에서 1번째 누적 에러와 N번째 누적 에러의 y축 좌표를 연결하여 직선을 생성한 후 이 직선으로부터 가장 멀리 떨어진 지점의 x축 좌표를 계산한다.

최소화 기법의 반복에 따라 인수  $c^k$ 를 조율하는 식은 식 11과 같다.

$$c^k = \alpha \cdot c^{k-1} + \beta \cdot \arg \max_{1 \leq j \leq N} \{ D_j \} \dots\dots\dots (11)$$

$$D_j = \frac{\left| \frac{E^k(N) - E^k(1)}{N-1} \cdot j - E^k(j) + \frac{N \cdot E^k(1) - 1 \cdot E^k(N)}{N-1} \right|}{\sqrt{\left( \frac{E^k(N) - E^k(1)}{N-1} \right)^2 + (-1)^2}}$$

$$E^k(j) = \sum_{i=1}^j w_i^{k-1} \| r_i^k \|^2$$

식 11에서  $E^k(j)$ 는 정렬된 에러의 누적 에러를 의미하며,  $D_j$ 는 1번째 누적 에러와 N번째 누적 에러의 y축 좌표를 연결하여 생성한 직선과 누적 에러 사이의 거리를 나타낸다.

인수  $a^k$ 의 조율은 (그림 3)과 같은 정렬된 에러의 누적 그래프에서  $E^k(c)$ 와  $E^k(N)$  사이의 비율을 활용하여 수행한다. 즉, 최소화 기법의 반복이 진행함에 따라 모델을 구성하는 인수가 입력 자료의 분포에 맞게 적합되고 모델과 입력 자료 사이의 에러는 최소화되므로 정렬된 에러의 누적 그래프에서  $E^k(c)$ 는 점점 감소하다가 어느 시점에서 수렴하게 된다. 결국, 최소화 기법의 반복이 진행될수록  $E^k(c)$ 와  $E^k(N)$  사이의 차이는 점점 증가한다. 따라서 최소화 기법의 반복 초기에는  $a^k$ 는 낮은 값으로 설정되고 최소화 기법의 반복이 진행함에 따라 점점 높은 값으로 설정되다가 에러가 수렴될 경우에는 하드 리미트의 형태를 갖도록 설정된다.

$E^k(c)$ 와  $E^k(N)$  사이의 비율을 이용하여 최소화 기법의 반복에 따라 인수  $a^k$ 를 조율하는 식은 식 12와 같이 정의된다.

$$a^k = a^{k-1} \times \frac{\frac{E^{k-1}(c)}{E^{k-1}(N)}}{\frac{E^k(c)}{E^k(N)}} \dots\dots\dots (12)$$

방법으로 추출한 파라미터가 기존의 방법으로 추출한 파라미터보다 에러가 작음을 확인할 수 있다.

### IV. 실험 결과

본 장에서는 기존의 강건 예측 알고리즘과 본 논문에서 제안한 적응적 M-estimators 강건 예측 알고리즘에 대한 실험을 통하여 이들의 성능을 비교 분석한다. 본 논문에서는 320×240 크기의 입력 영상들로부터 블록 정합 알고리즘[11]을 이용하여 동작 벡터를 추출한다. 그리고 이들을 기존의 강건 예측 방법과 적응적 강건 예측 방법의 입력으로 받아들여 어파인 측정 모델의 파라미터를 추정하며, 이때 발생하는 강건 예측의 에러를 비교한다.

(그림 4)는 1.05배율/frame의 속도로 zoom인되는 카메라를 이용하여 실내 환경에서 촬영한 입력 영상 중의 한 샘플 장면을 보여주고 있다. 그리고 (그림 5)는 이 영상들로부터 위에서 언급한 블록 정합 알고리즘을 이용하여 추출한 블록 단위의 동작 벡터를 보여준다. (그림 5)에서 확인할 수 있듯이 카메라의 zoom인되는 동작은 입력 영상을 확대하는 효과를 가져오므로 이 영상으로부터 추출된 동작 벡터는 영상의 중심 위치를 기준으로 방사되는 모양을 형성한다.

(그림 6)은 (그림 5)의 동작 벡터를 기존의 M-estimators 강건 예측과 본 논문에서 제안한 적응적 M-estimators 강건 예측에 각각 적용하여 오류 동작 벡터를 필터링한 후의 동작 벡터를 보여준다. 그림에서 확인할 수 있듯이 기존의 강건 예측을 이용한 방법은 여전히 많은 잡음 동작 벡터를 포함하고 있다. 이는 측정 알고리즘의 최소화 과정에서 잔여 에러의 수렴 여부와 무관하게 일정한 값의 이진 임계치를 할당함으로써 발생하는 문제이다. 이에 비해 본 논문에서 제안한 적응적 강건 예측으로 필터링된 동작 벡터는 잡음 동작 벡터를 거의 제거한 것을 시각적으로 확인할 수 있다. 이는 고정적인 이진 임계치를 이용하는 대신 연속적인 시그모이드 가중치 함수를 이용하여 정상적인 동작 벡터와 오류 동작 벡터의 소속 정도를 효과적으로 표현하고, 측정 모델의 잔여 에러가 감소함에 따라 가중치 함수를 적응적으로 조율함으로써 유연하게 오류 동작 벡터를 제거할 수 있기 때문이다.

<표 2>는 기존의 강건 예측 알고리즘과 제안된 강건 예측 알고리즘을 이용하여 최종적으로 구한 측정 모델의 어파인 파라미터를 보여주며, (그림 7)과 (그림 8)은 <표 2>를 도식적으로 보여준다. <표 2>에서 확인할 수 있듯이 제안된

### V. 결론

본 논문에서는 기존의 M-estimators 강건 예측 알고리즘의 문제점을 개선한 새로운 적응적 M-estimators 강건 예측 알고리즘을 제안하였다. 기존의 강건 예측에서는 오류 자료와 정상 자료를 구분하기 어려운 최소화 기법의 초기 단계에서 누적 에러를 분석하여 오류 자료를 제거하기 위해 기울기 임계치를 사용한다. 즉, 누적 에러의 기울기를 구한 후 기울기 임계치보다 큰 기울기를 가지는 입력 자료들은 오류 자료로 판단하여 제거하며, 기울기 임계치보다 작은 기울기를 가지는 입력 자료들은 정상 자료로 판단한다. 따라서 정상 자료와 오류 자료의 부정확한 분리로 최소화 기법의 단계가 반복됨에 따라 측정 모델의 인수가 잘못 갱신된다.



그림 4. zoom인 동작을 포함한 입력영상  
Fig. 4. Input images including zoom-in

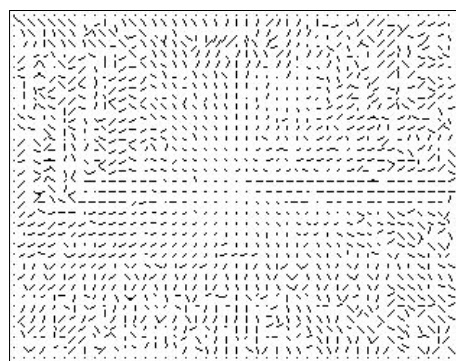
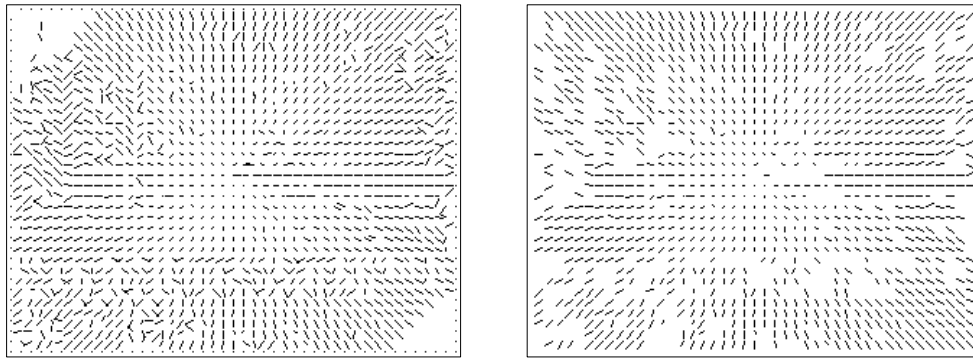


그림 5. zoom인 동작을 포함한 동작벡터  
Fig. 5. Motion vectors including zoom-in



(a) 필터링된 동작벡터 (기존의 방법) (b) 필터링된 동작벡터 (제안한 방법)  
 (a) Filtered motion vectors (Existing method) (b) Filtered motion vectors (Proposed method)

그림 6. 필터링된 동작 벡터 (줌인)  
 Fig. 6. Filtered motion vectors(Zoom-in)

표 2. 어파인 파라미터 추출  
 Table 2. Affine parameter extraction

Method		a1	a2	a3	a4	a5	a6
이상적 방법	값	+1.0600	0.0000	0.0000	0.0000	+1.0600	0.0000
	오차	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
기존의 방법	값	+0.9088	+0.0848	+0.2120	0.0000	+0.9992	-0.0060
	오차	+0.9088	+0.0848	+0.2120	0.0000	-0.0608	-0.0060
제안한 방법	값	+1.0421	+0.0001	+0.0459	-0.0006	+1.0481	+0.0645
	오차	-0.0079	+0.0001	+0.0459	-0.0006	-0.0019	+0.0645

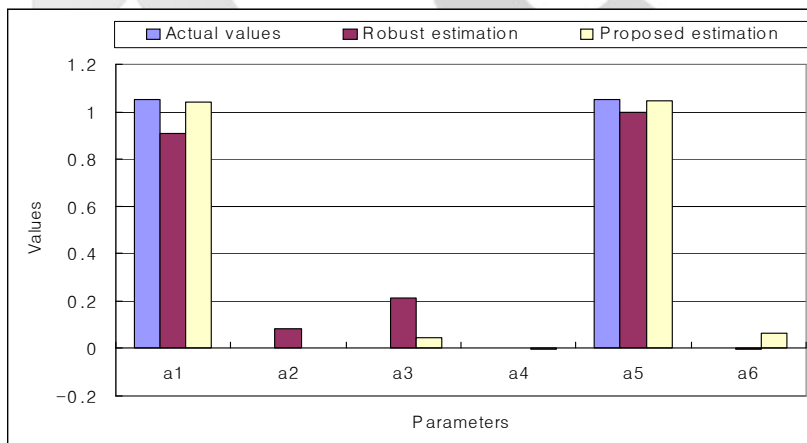


그림 7. 어파인 파라미터의 비교 그래프  
 Fig. 7. Comparison graph of affine parameters



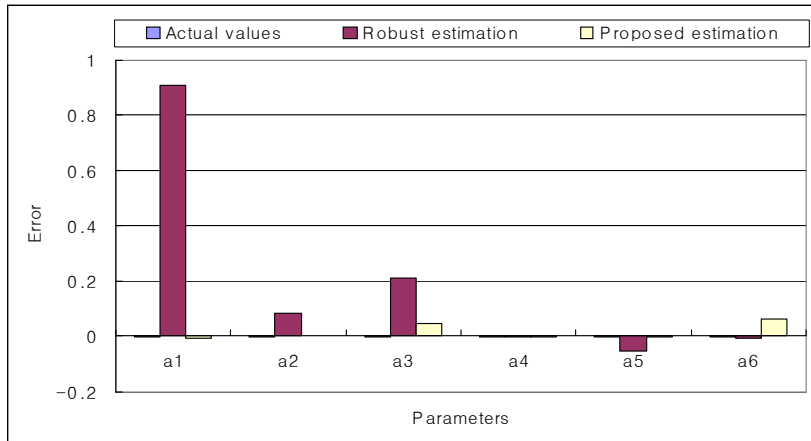


그림 8. 어파인 파라미터 오차 비교 그래프  
 Fig. 8. Comparison graph of affine parameter errors

또한 기존의 강건 예측 방법에서는 최소화 기법의 매 단계마다 기울기 임계치를 새롭게 결정하여 오류 자료를 제거한다. 즉, 이전 단계의 가중치와 현재 단계의 가중치 사이에 존재하는 연관성을 무시하고 매번 새롭게 가중치를 계산함으로써 가중치의 불규칙적인 진동이 발생한다는 문제점이 있다.

본 논문에서는 이런 문제점들을 해결하기 위해 적응적인 M-estimators 강건 예측 알고리즘을 제안하였다. 본 논문에서 제안한 적응적인 강건 예측 알고리즘은 임계치를 사용하지 않고 연속적인 시그모이드 가중치 함수를 사용하여 정상 자료와 오류 자료의 소속 정도를 보다 효과적으로 표현한다. 그리고 최소화 기법의 반복 단계에서 측정 모델의 잔여 에러(residual error)가 감소함에 따라 점진적으로 시그모이드 가중치 함수를 하드 리미트 형태로 조율하고, 이를 통해 정상 자료와 오류 자료를 보다 유연하게 분리한다. 따라서 기존의 강건 예측 방법보다 최소화 단계의 잔여 에러가 보다 많이 수렴함으로써 측정 모델의 파라미터를 보다 정확하게 추출할 수 있다.

본 논문의 향후 연구 방향으로는 보다 다양한 입력 영상들을 이용하여 동작 벡터 추출 및 강건 예측의 어파인 파라미터를 추출할 계획이다. 또한, 적응적 강건 예측의 복잡한 알고리즘을 보다 단순화시킬 수 있는 방법도 강구할 예정이다.

## 참고문헌

- [1] 지정규, 김용균, “가변 탐색창을 이용한 실시간 객체 추적 시스템,” 한국컴퓨터정보학회논문지, Vol. 7, No. 4, pp. 52-58, 2002.
- [2] 이희만, 서정만, “組細 단계를 이용한 光流검출 알고리즘,” 한국컴퓨터정보학회논문지, Vol. 10, No. 1, pp. 223-229, 2005.
- [3] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, and Brian P. Flannery, *Numerical Recipes in C : The Art of Scientific Computing*, Second Edition, Cambridge University Press, pp. 656-706, 1992.
- [4] G. Roth and M. D. Levine, “Extracting Geometric Primitives,” CVGIP: Image Understanding, Vol. 58, pp. 1-22, 1993.
- [5] F. R. Hampel, P. J. Rousseeuw, E. Ronchetti, and W. A. Stahel, *Robust Statistics: The Approach Based on Influence Functions*, John Wiley, New York, 1986.
- [6] Xiaoming Yin and Ming Xie, “Estimation of the

- Fundamental Matrix from Uncalibrated Stereo Hand Images for 3D Hand Gesture Recognition,” Pattern Recognition, Vol. 36, Issue 3, pp. 567-584, 2003.
- [7] Charles V. Stewart, “Robust Parameter Estimation in Computer Vision,” SIAM REVIEW, Vol. 41, No. 3, pp. 513-537, 1999.
- [8] Stan Sclaroff and John Isidoro, “Active Blobs,” Proceedings of the International Conference on Computer Vision, Mumbai, India, pp. 1146-1153, 1998.
- [9] Jong-Il Park and Choong-Woong Lee, “Robust Estimation of Camera Parameters from Image Sequence for Video Composition,” Signal Processing: Image Communication, Vol. 9, No. 1, pp. 43-53, 1996.
- [10] Xuwen Wang, Xiaoqing Ding, and Changsong Liu, “Gabor Filters-Based Feature Extraction for Character Recognition,” Pattern Recognition, Vol. 38, Issue 3, pp. 369-379, 2005.
- [11] Seok-Woo Jang and Hyung-Il Choi, “A Strategy of Matching Blocks at Multi-Levels,” International Journal of Intelligent Systems, Vol. 17, No. 10, pp. 965-975, 2002.

## 저자 소개



### 장석우

2000년 8월 숭실대학교 대학원  
컴퓨터학과 졸업 (공학박사)  
2003년 10월~현재 한국건설기술  
연구원 선임연구원  
<관심분야> 컴퓨터 비전, 영상 처리,  
동작 이해, 비디오 색인 및  
검색 등



### 김진욱

1999년 2월 충남대학교 대학원  
컴퓨터과학과 박사 수료  
1991년 10월~현재 한국건설기술  
연구원 선임연구원  
<관심분야> 정보검색, 데이터베이스,  
정보시스템 등

