

정육면체형 셀의 분해를 이용한 삼중선형 등위면의 계산

손 봉 수*

Trilinear Isosurface Extraction Using Cell Decomposition

Bong-Soo Sohn *

요 약

본 논문에서는 삼차원 볼륨이미지로부터 정육면체형 셀의 분해를 통해 위상학적으로 정확한 삼중선형 등위면을 계산하고 가시화하는 알고리즘을 제시하였다. 등위면은 삼차원 볼륨이미지를 가시화하는데 자주 사용되며, 볼륨데이터의 각 정육면체형 셀안의 등위면을 삼각형의 집합으로 나타냄으로써 컴퓨터에서 가시화하기 쉽게 된다. 그러나, 대부분의 기존 등위면 계산 방식들은 이상적인 형태인 삼중선형 등위면의 위상을 보존하지 못하여 정확성이 떨어지는 단점을 가지고 있다. 본 논문은 삼차원 볼륨이미지를 구성하는 정육면체형 셀에서 일어날 수 있는 모든 등위면 형태에 대하여 정확한 삼중선형 등위면의 위상을 결정하고, 각 경우에 따라 적절한 정육면체 셀의 분해를 실시한 뒤, 분해된 셀들에 대하여 등위면을 나타내는 삼각형들을 추출하여, 위상학적으로 정확한 삼중선형 등위면을 만들어 낸다. 마지막으로, 본 논문에서 제안된 알고리즘을 구현한 결과는 정확한 삼중선형을 가시화할 수 있음을 보여준다.

Abstract

This paper describes an algorithm to compute and visualize a topologically accurate trilinear isosurface from three dimensional volumetric image via cubic cell decomposition. An isosurface is often used for visualizing a three dimensional volumetric image. An isosurface defined in each cubic cell of the volume is triangulated in order to be visualized in a computer. However, most isosurface extraction methods generate a triangulated isosurface which may not be topologically equivalent to the ideal trilinear isosurface. We propose a method to decide a correct connectivity of a trilinear isosurface in a cubic cell and perform appropriate cell decomposition according to the decision. Using the method, we can extract isosurface triangles from the cells generated by the decomposition. We prove that this method generates a triangulated isosurface which is topologically equivalent to the trilinear isosurface. We implemented our proposed algorithm and the result shows it can generate topologically accurate trilinear isosurface.

▶ Keyword : 등위면(isosurface), 컴퓨터 그래픽스(computer graphics), 가시화(visualization)

• 제1저자 : 손봉수

• 접수일 : 2007.4.13, 심사일 : 2007.4.18, 심사완료일 : 2007. 5.20.

* 경북대학교 컴퓨터공학과

I. 서론

과학적 시물레이션과 CT나 MRI와 같은 측정 장치들은 삼차원 직선형격자(rectilinear grid)상에서 샘플된 함수 값들의 형태로써 볼륨이미지 데이터를 자주 생성한다. 삼중보간법은 격자 안 각 셀들 내부의 함수를 정의하는 방식으로 널리 쓰인다. 등위면(isosurface) 가시화는 이 방식으로 정의된 볼륨데이터를 가시화하는 가장 인기 있는 방식 중 하나이다. 등위면은

$I(w) = \{(x, y, z) | F(x, y, z) = w\}$ 로 나타내어지는 등위 집합(level set)으로 정의된다. 여기서 F 는 볼륨데이터의 각 셀에서 삼중보간법이 실행되어 만들어진 함수이고, w 는 등위값(isovalue)이다. 정육면체 내에서 함수를 생성할 수 있는 가장 자연스러운 방법인 삼중보간법으로 생성된 함수 F 로부터 정의된 등위면 I 를 삼중선형 등위면으로 호칭한다. 그림1(왼쪽)은 인간 얼굴의 밀도를 CT로 스캔하여 얻어진 삼차원 볼륨이미지를 볼륨렌더링[1] 기법으로 그린 결과이며, 그림1(오른쪽)은 삼차원 볼륨이미지로부터 피부와 뼈의 밀도를 나타내는 등위값을 각각 적용하여 계산한 얼굴피부와 두개골의 등위면을 가시화한 결과를 보여주고 있다.

연속적인 형태로 정의된 등위면 I 는 컴퓨터상에서 모델링 및 가시화되기 위해서 이산적인 형태인 삼각형의 집합으로 나타내어져야 한다. 이 과정을 삼각형화 (triangulate) 라고 부른다. 볼륨이미지 데이터로부터 삼각형화 된 등위면을 계산하기 위한 알고리즘이 많이 개발되어 왔다[2][3][4]. 그러나 기존의 알고리즘으로 생성된 삼각형화 된 등위면은 대부분 삼중선형 등위면의 위상을 정확하게 나타내지 못할 경우가 생기는 단점이 있다. 만약, 정확하지 못한 위상을 가진 등위면이 과학적 시물레이션 계산을 위한 도메인 모델로 사용된다면, 그 결과에 심각한 오류가 생길 수 있다[5]. 이를 고려한다면 위상학적으로 정확한 등위면을 생성하는 것이 중요함을 알 수 있다.

이 논문에서는 볼륨이미지 데이터 내의 각 정육면체형 셀에 대하여 정확한 삼중선형의 위상학적 경우를 결정하고, 그에 따라 정육면체 셀을 여러개의 더 단순한 셀의 집합으로 분해하는 알고리즘을 제안하였다. 분해의 결과로 생성된 단순한 셀들의 등위면에 대하여 삼각형화함에 의해서 삼중선형 등위면을 위상학적으로 정확하게 계산하여 등위면을

나타내는 메쉬를 생성할 수 있다.

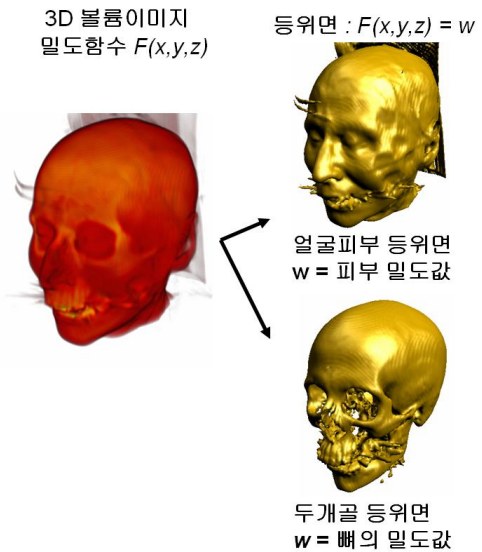


그림 1. 삼차원 볼륨이미지로부터 등위면을 계산하여 렌더링한 예제

Fig 1. The example of rendering isosurfaces extracted from a three dimensional volumetric image.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. II절에서는 등위면 가시화 기법과 그와 관련된 기존 연구들을 설명하였다. III절에서는 삼중선형 등위면의 정의와 가시화 방법을 설명하였다. IV절에서는 각 정육면체형 셀의 등위면을 위상학적 성질에 따라 경우를 나누고, 경우에 따른 셀의 분해 방법을 설명하였다. V절에서는 위상학적으로 정확한 삼중선형 등위면을 삼각형화 하는 알고리즘을 설명하였다. 마지막으로 VI절에서 이 논문의 결론을 맺었다.

II. 등위면 가시화

볼륨이미지 데이터에서 정의되는 등위면을 가시화하기 위해서는, 우선 등위면을 삼각형화하여야 한다. 등위면을 삼각형화 하는 가장 대표적인 방법은 Lorensen과 Cline이 제안한 Marching Cubes방식이다[4]. 이 방식은 전체 볼륨이미지를 격자 상에서 존재하는 정육면체형 셀의 집합으로 보아, 각 셀 내의 등위면을 삼각형화하면 전체 등위면을 삼각형화 할 수 있다는 아이디어를 사용한다. 그래서 정육면체형 셀 내에서 있을 수 있는 모든 등위면의 형태 경우에

대하여, 삼각형 화하는 표를 제시하였다. 위 방식은 모든 정

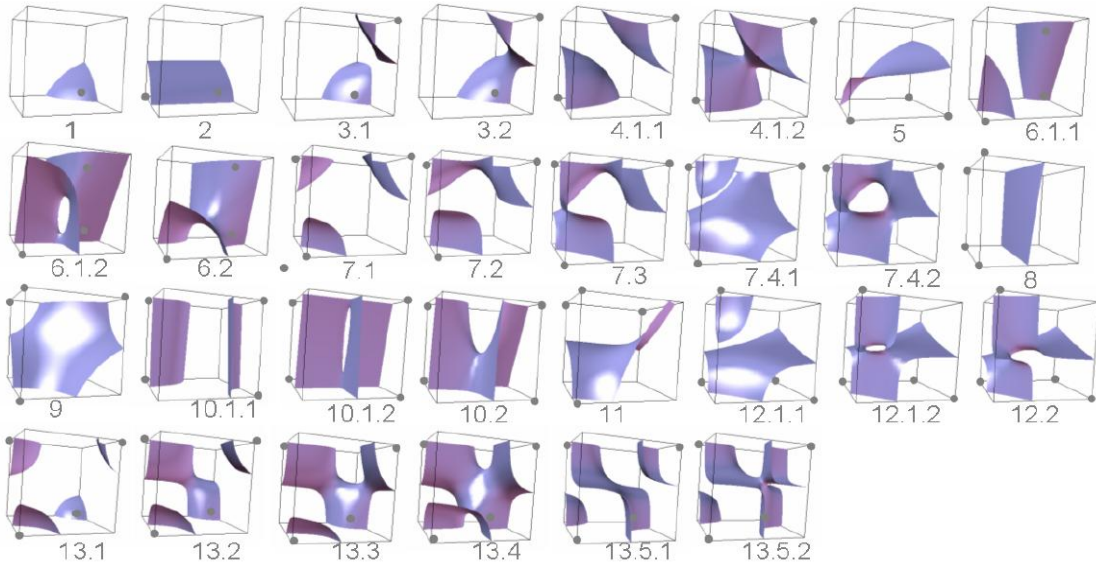


그림 2. 삼중 보간 함수에서 정의되는 등위면의 모든 가능한 형상. 정육면체의 각 버텍스에서 함수 값이 등위값보다 큰 경우 검정색으로 채워진 작은 원으로 표시하였다.

Fig 2. Every possible configuration of trilinear isosurface topology. If the function value of a vertex in a cube is greater than an isovalue, the vertex is represented with a black solid circle.

육면체형 셀을 방문하여 그 셀에 대한 등위면 삼각형화를 수행하는데, 등위면이 없는 빈 셀을 방문하는 경우가 많으므로 낭비가 있다. 많은 논문들이 Marching Cubes 방식의 이러한 비효율적인 방식을 개선하여 등위면이 없는 빈 셀들의 방문을 방지하는 알고리즘을 제안하였다[3][6].

삼중선형 등위면은 복잡한 기하와 위상을 가질 수 있다. 이 성질 때문에, 등위면을 기하와 위상이 정확하게 반영되는 메쉬로 변환하는 것은 복잡한 복원 알고리즘을 필요로 한다. 앞서 언급된 Marching Cubes 방식에서 각 셀에 대하여 지역적인 삼각형화를 수행할 때 모호성이 발생한다. 이것이 적절히 해결되지 않으면 재생된 등위면이 잘못된 연결 성질을 가질 수 있다. 이것을 방지하기 위하여 육면체 각각의 면에 면안장점(face saddle point)을 이용하여 모호성을 제거하는 방법이 Nielson[3]에 의해 개발되었는데, 이것은 재생된 등위면이 각 사각형 면에서 정확한 연결 성질을 가질 수 있게 한다. 그림 3은 면 안장점을 면의 네 버텍스에 연결함으로써 수행되는 분해 방식이 등위선의 연결 성질을 결정하는데 있어 모호성을 제거하여 주어 정확한 위상의 등위선을 재생산하게 해줌을 보여준다. 그러나 정육면체형 셀 내부에 여전히 모호성이 남아 있게 되는데, 이 모호성이 해결되지 않는다면, 등위면에 부적절한 구멍이 생

여 몸체안장점(body saddle point)을 이용하여 모호성을 제거하는 방식을 제안하였다. 이 방식에 의하여 위상학적으로 정확한 삼중선형 등위면 메쉬를 생성할 수 있다.

그러나 이 방식은 복잡한 지역적 삼각형화 알고리즘을 요구하여, 그 사용이 제한적일 때가 있다. 예를 들면, 위상학적으로 올바른 구간볼륨의 사면체화에는 이용될 수 없다[8].

III. 삼중선형 등위면의 토폴로지

정육면체형 셀 안에서 정의되는 함수 F^c 는 정육면체의 여덟 버텍스(vertex)들이 가지고 있는 값들을 삼중 보간(trilinear interpolation) 함으로써 아래의 식과 같이 생성할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 F^c(x,y,z) = & F_{000}(1-x)(1-y)(1-z) + F_{001}(1-x)(1-y)z \\
 & + F_{010}(1-x)y(1-z) + F_{011}(1-x)yz \\
 & + F_{100}x(1-y)(1-z) + F_{101}x(1-y)z \\
 & + F_{110}xy(1-z) + F_{111}xyz
 \end{aligned}$$

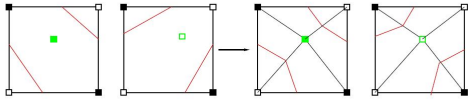


그림 3. 등위선의 정확한 연결정보를 결정하는 사각형의 삼각형 분해.

Fig 3. Triangular decomposition of a face determines the correct connectivity of an isocurve.

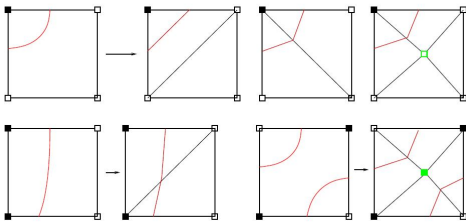


그림 4. 면을 삼각형으로 분해하는 것은 이중선형 함수에서 정의되는 등위선의 위상을 보존한다.

Fig 4. Triangular decomposition of a face preserves the bilinear isocurve topology.

위 식으로부터, 정육면체의 각 면(face) 위에서 정의된 함수 F^f 는 아래의 식에서와 같이 사각형 면의 네 버텍스들이 가지고 있는 값들을 이중 보간한 함수(bilinear function)가 된다는 것을 알 수 있다.

$$F^f(x,y) = F_{00}(1-x)(1-y) + F_{01}(1-x)y + F_{10}x(1-y) + F_{11}xy$$

안장점(saddle points)은 각 축의 방향으로 일차 편미분값이 영인 지점을 뜻하는데, 그것은 정육면체형 셀 안에서 정의되는 삼중선형 등위면의 정확한 위상을 결정하는데 중요한 역할을 한다. 면안장점과 몸체안장점은 각각 $F_x^f = F_y^f = 0$ 과 $F_x^c = F_y^c = F_z^c = 0$ 을 만족시키는 지점이며, [7][9]에 설명되어 있다.

그림 2는 정육면체형 셀 내에서 일어날 수 있는 모든 가능한 삼중 등위면의 연결 형태를 나열하여 가시화하였다. 어떤 점의 부호를 그 점에서의 함수 값이 등위값보다 크면 양(positive)이며, 그렇지 않으면 음(negative)라 하자. 각각의 등위면 연결 형태는 정육면체의 여덟 버텍스와 면안장점 그리고 몸체안장점의 부호의 조합에 의해서 결정될 수 있으며 대칭적인 경우는 제외하였다.

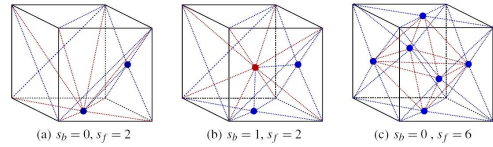


그림 5. 등위면의 위상을 보존하는 정육면체 셀의 분해 방식을 보여주는 예

Fig 5. The example of cell decomposition that preserves isosurface topology.

IV. 등위면 위상을 보존하는 셀 분해

이 절에서는 삼중 보간법으로 생성된 함수를 가지는 정육면체형 셀을 선형 보간법으로 생성된 함수를 가지는 사면체들의 집합으로 분해하는 규칙을 설명한다. 분해가 수행되는 동안 셀 안에서 정의된 등위면의 위상이 모든 등위값에 대하여 보존된다. 이 분해 방식을 직선형 격자를 가지는 전체 볼륨안의 모든 정육면체형 셀에 적용할 때, 두 개의 이웃하는 정육면체형 셀들이 마주보는 면에서 면의 분해 방식이 서로 일치되도록 한다. 이 분해 규칙은 셀의 면안장점과 몸체안장점의 위치와 함수 값의 분석에 따라 이루어진다. 그림 4는 위상을 보존하는 셀 분해 방식의 전체적인 아이디어를 이차원 경우의 예제를 통해 보여준다. 이차원 경우는 삼차원 경우보다 훨씬 단순하기 때문에 전체적인 아이디어를 이해하기 쉽다.

s_b 와 s_f 를 각각 몸체안장점과 면안장점의 개수라 하면, 다음과 같은 네 가지 경우가 생긴다. (i) $s_b = 0$ 이고 $s_f = 0$ 인 경우, (ii) $s_b = 0$ 이고 $1 \leq s_f \leq 4$ 인 경우, (iii) $s_b = 1$ 이고 $0 \leq s_f \leq 4$ 인 경우, (iv) $s_b = 0$ 이고 $s_f = 6$ 인 경우, (v) $1 \leq s_b \leq 2$ 이고 $s_f = 6$ 인 경우. 면안장점의 개수가 여섯 개인 경우가 가장 복잡하므로 주의 깊게 보아야 한다. 면안장점의 개수는 다섯 개가 될 수 없다. 몸체안장점의 개수는 면안장점의 개수가 여섯이 아닐 때 두 개가 될 수 없다. 셀 분해 규칙은 다음과 같다.

- 경우 (i) : 정육면체를 새로운 버텍스의 삽입 없이 여섯 개의 사면체로 분해한다. Carr와 그의 저자들의 논문[10]에서 위의 셀 분해를 위한 표준적인 방식을 볼 수 있다.

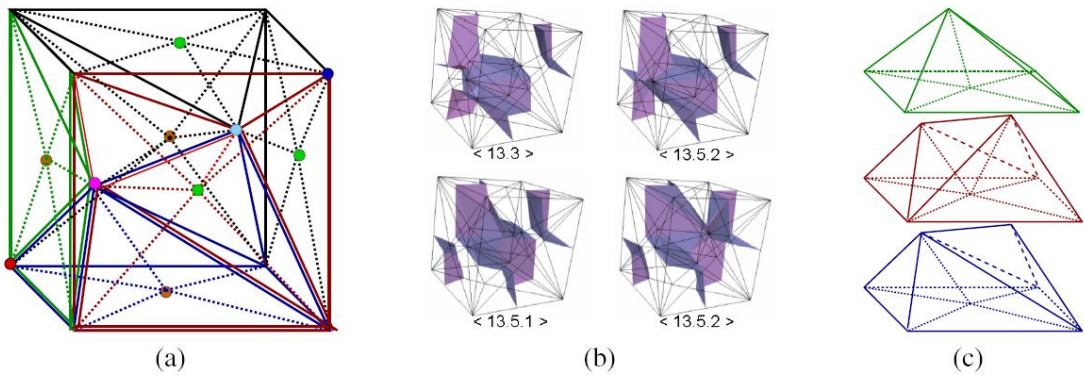


그림 6. (a) 두 개의 몸체 안장점이 있을 때의 셀 분해 방식. 짙은 파란색, 초록색, 연한 하늘색, 분홍색, 갈색, 빨간색 동그라미는 각각 작은 코너 버텍스, 작은 면 안장점, 작은 몸체 안장점, 큰 몸체 안장점, 큰 면 안장점, 그리고 큰 코너 버텍스를 나타낸다. (b) 그림 (a) 경우에서 등위값에 따라 다르게 나타날 수 있는 등위면의 위상. (c) 피라미드와 프리즘이 사면체형으로 분해되는 방식.

Fig 6. (a) Cell decomposition when there are two body saddles. (b) Isosurface renderings with different topology when a cube is decomposed as in (a). (c) Decomposition of a pyramid to tetrahedra.

- 경우 (ii) : 면안장점을 가진 면들에 대하여 면안장점 중 하나를 선택하여, 그 안장점과 나머지 다섯 면을 연결하여 정육면체를 다섯 개의 피라미드로 만든다. 만약 피라미드의 사각형 면이 면안장점을 가지고 있다면 그 피라미드를 면안장점을 공유하는 네 개의 사면체로 분해한다. 만약 피라미드의 사각형 면이 면안장점을 가지고 있지 않다면, 그 면을 마주보는 면이 일관되게 두 개의 삼각형으로 분리하여 피라미드를 두 개의 사면체로 만든다. 만약 면안장점의 개수가 세 개 또는 네 개일 때는 함수 값이 두 번째로 큰 면안장점을 선택하여야 한다.
- 경우 (iii) : 우선 정육면체를 몸체안장점으로부터 여섯 개의 각 면을 연결함으로써 여섯 개의 피라미드를 만든다. 경우 (ii)에서와 같이, 만약 피라미드의 사각형 면이 면안장점을 가지고 있다면 피라미드를 네 개의 사면체로 분해하고, 그렇지 않다면 피라미드를 두 개의 사면체로 분해한다.
- 경우 (iv) : 여섯 개의 면안장점을 연결하여 다이아몬드형 셀을 생성한다. 다이아몬드형 셀은 네 개의 사면체로 분리된다. 정육면체의 열두 개 에지(edge) 각각의 두 버텍스와 에지를 공유하는 두 면의 면안장점을 연결함으로써 열두 개의 사면체를 생성한다. 마지막으로, 다이아몬드형 셀의 각 삼각형 면과 그 면을 마주보

는 정육면체의 버텍스를 연결하여 사면체를 만든다. 여섯 개의 정육면체 버텍스가 있으므로 여섯 개의 사면체가 생성된다. 그림 5(c)에서 볼 수 있듯이, 경우 (iv)에서 전체 과정의 결과로서, 정육면체형 셀은 스물네 개의 사면체로 분해된다.

- 경우 (v) : 그림 6은 두 개의 몸체안장점과 여섯 개의 면안장점이 있는 경우의 셀 분해 방법을 보여준다. 셀의 분해 후, 두 개의 피라미드와 네 개의 프리즘이 생성되고 피라미드와 프리즘은 각각 사면체들로 분해된다. 몸체 안장점들과 연결된 두 개의 평행하는 면을 선택하여 피라미드를 형성한다. 우리는 안장점들을 값의 크기 순서대로 세 개의 “작은 면안장점”, “작은 몸체안장점”, “큰 몸체안장점”, 세 개의 “큰 면안장점”으로 분류한다. 작은/큰 면안장점을 가지는 세 면들과 이웃하는 버텍스들을 “작은/큰 코너 버텍스”라 호칭하자. 작은/큰 면안장점을 가진 평행하는 두 개의 면들은 작은/큰 몸체안장점과 각각 연결되어 두 개의 피라미드를 생성한다. 네 개의 프리즘은 각각 작은 코너 버텍스가 큰 몸체 안장점과 연결되지 않고, 큰 코너 버텍스가 작은 몸체 안장점과 연결되지 않도록 하여 사면체들로 분해된다. 이러한 제한을 만족시키기 위하여, 그림 6(c)와 같이 두 가지 형식의 프리즘 분해 방법이 가능하다. 몸체안장점의 개수가 하나일 때, 우리는 작은 또는 큰 몸체 안장점이 피라미드의 면안장점으로 옮겨간 것으로 생각하여 그 피라미드가 제거되었다고 판단한

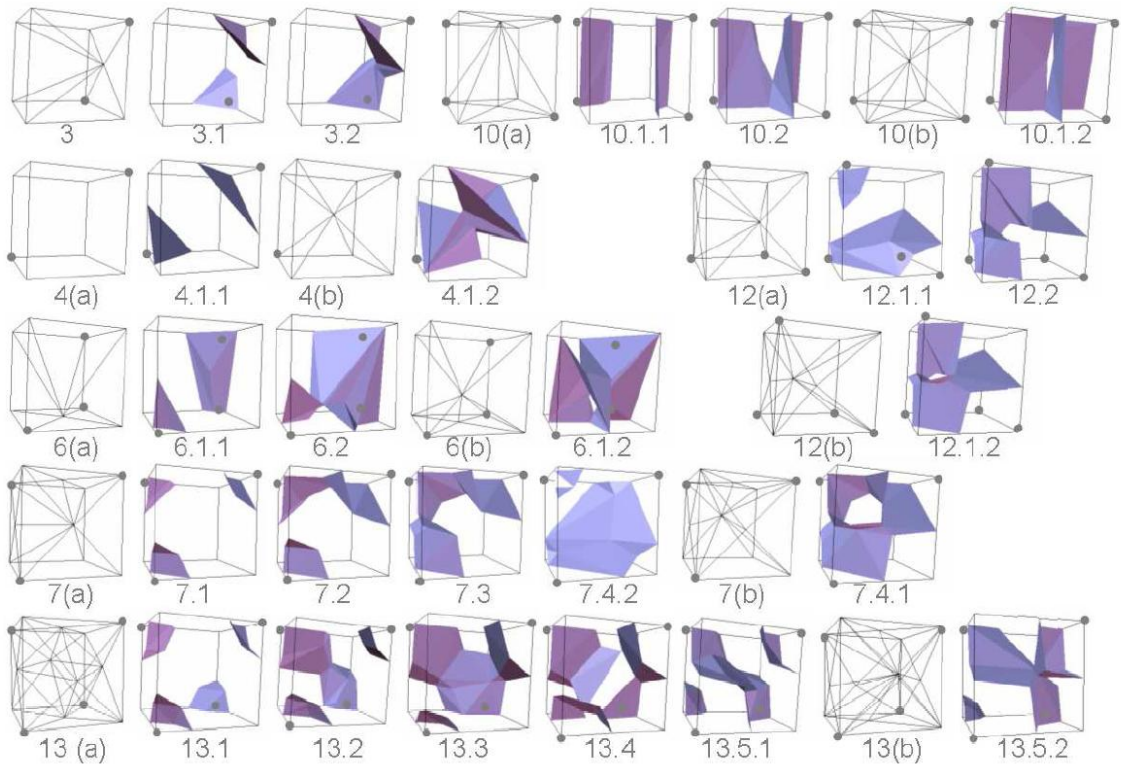


그림 7. 정육면체형 셀 안의 등위면이 모호성 형상에 따른 셀의 분해와 분해된 셀들에 대한 등위면 삼각형화의 결과.
 Fig 7. The result of isosurface triangulation from the cells that are generated according to our modified cell decomposition.

다. 이 경우, 피라미드를 형성하는 두 개의 마주보는 면들은 제거된 피라미드의 면안장점이 가장 작은 또는 가장 큰 면안장점이 되지 않도록 선택한다.

그림 5는 위 규칙을 이용하여 면안장점과 몸체 안장점을 가진 정육면체형 셀을 사면체의 집합으로 분해하는 세 가지 경우의 예를 보여준다.

우리는 각각의 경우에 대하여 위 규칙에 따른 셀의 분해 과정에서 삼중선형 함수의 등위면이 모든 등위값에 대하여 위상을 보존함을 다음과 같이 증명한다. 우리는 이상적인 삼중선형 등위면으로부터 계산된 삼각형 화된 등위면을 PL (piecewise linear) 등위면이라고 부른다. 증명은 모든 등위값에 대하여 PL 등위면 조각과 삼중선형 등위면의 조각 개수가 같고, 각 PL 등위면 조각이 대응되는 삼중선형 등위면 조각과 위상학적으로 동등하다는 것을 보임으로써 이루어진다.

우선 셀의 분해 과정에서 정육면체 각 면 위의 등위선

위상을 보존한다는 것은 쉽게 알 수 있다. 면은 그 위에 면 안장점이 있을 때 그 안장점을 공유하는 네 개의 삼각형으로 분해되고, 안장점이 없을 때는 두 개의 삼각형으로 분해

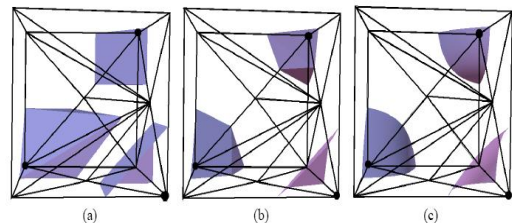


그림 8. (a) 단순한 방법, (b) 향상된 방법, (c) 이상적인 형태의 등위면 비교

Fig 8. Comparison of isosurface using (a) naive interpolation (b) improved interpolation, and (c) ideal form.

된다. 등위선이 면 안에 포함되어 있는 경우, 세 가지 가능성의 등위선 연결 성질이 있다. 그림 4는 이중 보간 함수의

각 등위선 연결 성질이 우리들의 셀 분해 규칙에 따라 생성된 삼각형들의 집합 위에서 보존됨을 보여준다.

우리는 벡텍스의 함수값이 등위값보다 크거나 작으냐에 따라 코너 벡텍스와 안장점을 상-벡텍스와 하-벡텍스로 분류한다. 그리고, '조각벡텍스'라는 용어를 상-벡텍스와 하-벡텍스에서 서로 연결된 조각의 개수가 다른 것보다 같거나 큰 것으로 사용하겠다. 그림 2에서 보이는 등위면 형상 13.5.1 과 13.5.2의 경우를 제외하고는, 조각벡텍스의 서로 연결된 조각은 등위면의 조각을 나타낸다. 만약 등위면에 구멍이 없다면, 면 위의 조각벡텍스의 연결된 조각들은 정육면체형 셀 안에서 서로 분리되어 있어서, 각각의 조각벡텍스 연결조각에 대하여 단순한 디스크형태의 등위면 조각을 형성하며, 이것은 삼중선형 등위면의 위상과 일치한다. 만약 구멍이 없다면, 면 위에 있는 조각벡텍스의 연결된 조각들은 몸체 안장점을 통해서 서로 연결되어 있어 터널 형태의 등위면 조각을 형성한다. 우리가 경우 (ii)에서 면안장점의 개수가 세 개 또는 네 개일 때, 그리고 경우 (v)에서 몸체 안장점이 하나일 때 두 번째로 가장 큰 면안장점을 선택하는 이유는 분리되어야 하는 조각벡텍스들이 연결되는 것을 방지하기 위해서다. 예를 들어서, 등위면 형상 7.2에서 가장 작은 또는 가장 큰 면안장점을 선택한다면, 두 개의 조각벡텍스의 연결조각들이 에지를 통해 연결됨으로써 두 개의 분리되어야 할 등위면 조각들이 터널을 통해 연결될 것이다.

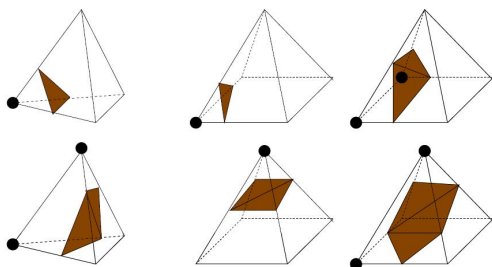


그림 9. 사면체형 셀(왼쪽)과 피라미드형 셀(오른쪽) 내부의 등위면 삼각형화.

Fig 9. triangulation of tetrahedral and pyramidal cell.

경우 (iv)와 경우(v)에서는 면안장점이 여섯 개 있는데, 형상 13.5.1과 13.5.2를 제외하고는 경우 (i), (ii), (iii)과 비슷한 방식으로 옳음이 증명될 수 있다. 형상 13.5.1과 13.5.2의 경우, 작은 등위면 조각의 형성에 영향을 주는 사면체들을 제거하고 경우 (i), (ii), (iii)의 증명을 나머지 등위면 조각에 적용하면 그 위상학적 옳음이 증명된다.

V. 삼중선형 등위면의 계산

독자들은 정육면체형 셀을 정사면체형 셀들의 집합으로 분해한 뒤, 각각의 정사면체형 셀안의 등위면을 삼각형화하는 것이 단순하고 자연스러운 방식이라 생각할 수 있을 것이다. 그러나, 이러한 Marching Tetrahedra (MT) 방식 [8]을 사용하여 정사면체로의 분해를 직접적으로 등위면 계산에 사용한다면 등위면을 나타내는데 있어 너무 많은 개수의 삼각형이 생성될 수 있기 때문에 효율성이 떨어질 수 있다. 우리는 필요할 때에만 셀의 적절한 분해를 실행시킴으로써, 상대적으로 작은 개수의 삼각형을 생성하는 MC방식과 등위면 위상을 결정하는데 있어 발생할 수 있는 모호성을 제거시켜주고 단순함을 가지고 있는 MT방식의 장점을 모두 이용할 수 있는 방식을 제안하고자 한다.

우리는 등위면 삼각형화의 모호성을 해결하고 정확한 위상을 가진 등위면의 삼각형 근사를 위하여 변종 셀 분해 방식을 제안한다. 핵심 아이디어는 등위면의 위상을 보존하면서 정육면체 셀을 모호성이 제거되도록 정사면체형 셀 또는 피라미드형 셀의 집합으로 분해하는 것이다. 면 모호성은 정사각형 면을 면안장점을 공유하는 네 개의 삼각형으로 분해함으로써 제거될 수 있다. 비슷한 원리로, 정육면체 내부의 모호성은 정육면체를 몸체안장점을 공유하는 여섯 개의 피라미드형 셀로 분해함으로써 제거될 수 있다. 만약 내부 모호성이 존재하지만 정육면체 내부의 등위면이 터널 모양이 아니라면 셀의 분해를 하지 않아도 괜찮다. 정육면체형 셀의 분해는 다음의 네가지 경우가 있다. (a) 면 모호성이 없고, 등위면이 터널 모양이 아닌 경우, (b) 여섯 개 미만의 면 모호성이 있고, 등위면이 터널 모양이 아닌 경우, (c) 등위면이 터널 모양인 경우, 그리고 (d) 각각의 여섯 개 면이 모두 모호성을 가지고 있고, 등위면은 터널 모양이 아닌 경우로 나눌 수 있다.

- 경우 (a) : 정육면체형 셀에 대하여 셀의 분해가 필요 없으며, MC 형태의 등위면 삼각형화를 수행하면 된다.
- 경우 (b) : 모호성을 가진 면위의 면 안장점을 선택하여, 그 점을 나머지 다섯 면의 네 벡텍스들과 연결하여 다섯 개의 피라미드를 만든다. 만약 피라미드의 사각형 면이 면안장점을 가지면 그 점을 면의 네 벡텍스에 연결하여, 피라미드를 그 면안장점을 공유하는 네 개의 사면

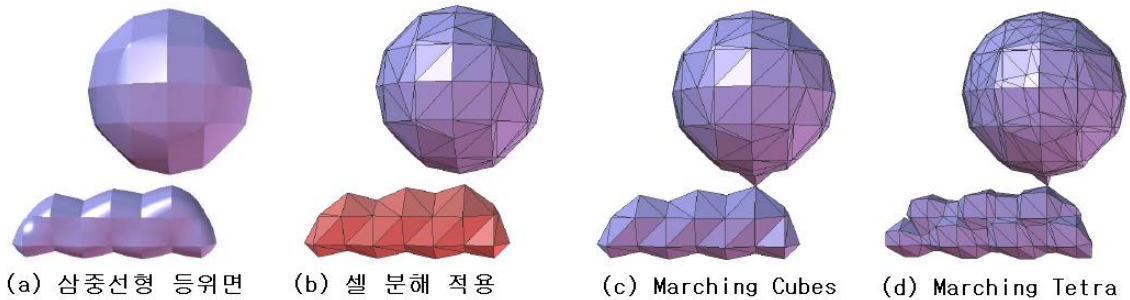


그림 10. 이상적인 삼중선형 등위면과 삼각형화된 등위면의 비교.
 Fig 10. The comparison of ideal trilinear isosurface and triangulated isosurfaces.

체로 분해한다. 모호성을 가지는 면이 세 개 이상이면, 두 번째로 큰 값을 가지는 면안장점을 선택해야 한다.

- 경우 (c) : 터널과 관계된 몸체안장점을 정육면체 각 면의 네 버텍스에 연결함으로써 정육면체를 여섯 개의 피라미드로 분해한다. 경우 (b)에서와 같이, 만약 피라미드의 사각형 면이 면 모호성을 가진다면, 그 면은 면안장점을 공유하는 네 개의 삼각형으로 분해되며, 피라미드는 네 개의 사면체로 분해된다.
- 경우 (d) : III절의 경우 (iv)에서와 같은 분해 방식을 수행하며, 이 때 다이아몬드는 두 개의 피라미드로 분해하는 것이 더 효율적이다.

그림 1에서 보이는 정육면체 내의 등위면 형상 1, 2, 5, 8, 11 은 정육면체형 셀 내에서 모호성을 가지지 않는 경우들이다. 이때에는 셀이 분해되지 않으며, MC 논문[4]의 방식을 이용하여 정육면체형 셀 안의 등위면을 삼각형화 하면 된다. 피라미드형 셀의 경우는 그림 9에서 볼 수 있듯이 등위면을 삼각형화하기 위한 네 가지 경우를 가진다. 이 때, 피라미드의 사각형 면은 등위면의 삼각형화 이전에 벌써 면모호성이 제거되었기 때문에 모호성을 가질 수 없다. 사면체의 경우 등위면 삼각형화를 하는데 있어 두 가지 경우를 가진다.

우리는 이 변형 셀 분해 방식을 구현하여 그림 2에서 보이는 모든 경우에 적용하여 삼각형화된 등위면을 계산하였다. 그림 7은 모호성이 있는 모든 삼중선형 등위면을 본 논문에서 제안된 방식을 이용하여 삼각형화 한 예를 보여준다. 이 결과는 본 논문의 방식이 삼중선형 등위면을 위상학적으로 정확하게 삼각형화 하는 데 사용될 수 있음을 확인시켜 준다.

여기서, 기하학적 정확성은 제한된 개수의 삼각형으로 나타내어지는 삼각형화 된 등위면이 이상적인 삼중선형 등위면과 시각적으로 비슷하게 보이게 만드는 것과 관련이 있다. 일반적으로, 직선형 격자로부터 전환하여 만들어진 사면체형 그리드는 등위면을 삼각형화 하는데 있어 다음과 같은 두 가지 문제를 일으킨다. (i) 너무 많은 개수의 메쉬 요소를 생성한다. (ii) 삼각형화 된 등위면이 시각적인 흠을 가질 수 있다.

(i)을 방지하기 위하여 우리는 면 모호성이 없는 정육면체의 면에 대해서는 셀 분해 과정에서 피라미드를 생성한다. 피라미드의 사각형 면에는 모호성이 없어야 한다. 정육면체형 셀 안에서 삼중보간법으로 생성되는 함수는 셀 분해 과정 후 사면체형 셀 안에서 선형보간법으로 생성되는 함수의 집합으로 변환되는데, 이때 그림 8에서 볼 수 있듯이 시각적인 흠이 발생할 수 있다. 정육면체의 에지가 아닌 사면체의 에지와 교차하는 등위면 위의 점은 삼중선형 등위면과 차이가 많이 날 수 있다. 이러한 시각적 흠을 제거하기 위하여, 우리는 삼각형화 된 등위면의 버텍스를 강제로 이상적인 삼중선형 등위면 위로 옮긴다.

그림 10은 (a) 이상적인 삼중선형 등위면과 (b) 본 절에서 설명된 셀 분해 방식, (c) Marching Cubes 방식, (d) Marching Tetrahedra 방식을 이용하여 등위면을 삼각형화한 결과를 비교하여 보여준다. 셀 분해 방식을 이용한 등위면 삼각형화는 이상적인 형태인 삼중선형 등위면과 위상학적으로 동등하며 기하학적으로 매우 유사한 등위면 메쉬를 생성함을 볼 수 있다. 게다가 MT방식이 필요이상의 많은 삼각형을 생성하지만 위상학적으로 그리고 기하학적으로 부정확한 등위면 메쉬를 생성함과는 달리, 본 논문에서 제안된 셀 분해 방식은 생성하는 삼각형의 개수가 상대적으로 적음에도 정확한 메쉬를 생성하게 되어 정확성과 효율성

을 동시에 이룰 수 있음을 알 수 있다.

VI. 결론

본 논문에서는 삼중선형 등위면의 위상을 보존하면서 정육면체형 셀을 사면체형 셀의 집합으로 분해하는 방식을 제안하고, 삼중선형 등위면을 위상학적으로 정확하게 삼각형화 하는 알고리즘을 설명하였다. 우리는 사면체형 그리드에서만 동작하는 많은 가시화 알고리즘들이 본 논문에서 제안된 셀 분해 방식을 이용하여 직선형 볼륨이미지 데이터를 가시화할 수 있을 것이다. 셀의 분해 과정에서 원래 삼중선형 등위면의 위상과 기하의 왜곡이 줄어들어 더욱 정확한 가시화가 가능하다.

Acknowledgement

Chandrajit Bajaj교수는 본 논문의 기본 아이디어를 제공하였다. 본 논문에서 사용된 인간 얼굴의 밀도를 나타내는 볼륨이미지는 University of North Carolina at Chapel Hill에서 제공되었다.

참고문헌

[1] R.A. Drebin, L. Carpenter, P. Hanrahan, "Volume Rendering", ACM SIGGRAPH, Vol. 22, No. 4, pp. 65-74, 1988[6] C.L. Bajaj, V. Pascucci, D.R. Schikore, "The contour spectrum", In IEEE Visualization Conference, pp. 167-173, 1997

[2] C.L. Bajaj, V. Pascucci, D.R. Schikore, "Fast isocontouring for improved interactivity", Proc. of Symposium on Volume Visualization, pp. 39-46, 1996

[3] P. Cignoni, P. Marino, E. Montani, E. Puppo, R. Scopigno, "Speeding up isosurface extraction using interval trees", IEEE Trans. on Visualization and Computer Graphics, pp.

158-170, 1997

[4] W.E. Lorensen, H.E. Cline, "Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm", ACM SIGGRAPH, pp. 163-169, 1987.

[5] J. Zhang, C.L. Bajaj, B.-S. Sohn, "3D finite Element meshing from imaging data", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering (CMAME) Vol. 194, pp. 5083-5106

[6] C.L. Bajaj, V. Pascucci, D.R. Schikore, "The contour spectrum", In IEEE Visualization Conference, pp. 167-173, 1997

[7] A. Lopes, K. Brodlie, "Improving the robustness and accuracy of the marching cubes algorithm for isosurfacing", IEEE Trans. on Visualization and Computer Graphics, 9(1), pp. 19-26, 2003.

[8] G.M. Nielson, J. Sung, "Interval volume tetrahedrization", Proc. of IEEE Visualization Conference, pp. 221-228, 1997

[9] B.K. Natarajan, "On generating topologically consistent isosurfaces from uniform samples", The Visual Computer, 11(1): 52-62, 1994

[10] H. Carr, T. Möller, J. Snoeyink, "Simplicial subdivisions and sampling artifacts", Proc. of IEEE Visualization Conference, pp. 99-108, 2001.

저자 소개



손 봉 수

1999년 2월 : 학사(전산과학)
 서울대학교
 2005년 8월 : 박사(전산과학)
 텍사스오스틴대학교
 2006~ 현재 :
 경북대학교 컴퓨터공학과 전임강사