

## 용해공정에서 다변량 관리도를 이용한 조기경보시스템 구축

이 회 식\*, 이 명 주\*\*, 한 대 희\*\*\*

# Establishing a Early Warning System using Multivariate Control Charts in Melting Process

Hoe-Sik Lee \*, Myung-Joo Lee \*\*, Dae-Hee Han \*\*\*

### 요 약

제조업에서는 2개 이상의 상관성이 있는 품질특성치를 동시에 감시하거나 관리를 하기 위한 필요성이 많이 제기되고 있다. 하지만 복수의 품질특성치를 각각 독립적으로 감시하면 판단의 오류가 발생할 수 있다. 복수의 품질특성치를 동시에 감시하고자 할 때  $\chi^2$  또는  $T^2$  와 같은 다변량 관리도가 사용되어질 수 있다. 본 논문에서는 다수의 품질특성치를 갖는 용해공정에서 조기에 이상 징후를 파악하기 위하여 다변량 관리도를 이용한 조기경보 시스템을 구현하였다. 용해공정에서 상관성이 있는 다수의 품질특성치를 동시에 관리하기 위해 개발된 이 모듈은 용해공정의 통계적 공정관리 활동에 효율성 및 효과성을 향상시켜 주었다.

### Abstract

In some manufacturing industries, there are many situation in which the simultaneous monitoring or control of two or more related quality characteristics is necessary. However, monitoring these two or more related quality characteristics independently can be very misleading. When several characteristics of manufactured component are to be monitored simultaneously, multivariate  $\chi^2$  or  $T^2$  control chart can be used. In this paper, establishing a early warning system(EWS) using multivariate control charts to analyze early out-of-control signals in melting process with many quality characteristics was presented. This module which we developed to control several characteristics improved efficiency and effectiveness of process control in the melting process.

▶ Keyword : 다변량 관리도(Multivariate control charts), 용해공정(Melting process),  
조기경보시스템(EWS : early warning system)

• 제1저자 : 이회식

• 접수일 : 2007. 7.3, 심사일 : 2007. 7.20, 심사완료일 : 2007. 9.19

\* 경기대학교 첨단산업공학부 교수 \*\* 서울대학교 통계연구소 책임연구원

\*\*\* 대림대학 산업경영과 전임강사

### I. 서론

급속도로 변화하는 산업현장에서의 정보기술의 적용과 품질정보화에 부합하기 위해서는 다수의 관리점을 동시에 하나의 관리점으로 단순화하여 시계열적인 공정관리를 해주는 것이 요구된다. 즉 2개 이상의 연관된 품질특성치를 관리하거나 또는 공정에서의 동시 모니터링을 효율적으로 하기 위해서는 2개 이상의 관리항목의 변화를 동시에 관찰할 수 있는 다변량 관리도가 필요하다.

다변량 관리도는 개별 관리도가 찾아내지 못하는 이상 징후를 동시에 파악할 수 있다. 즉 상관관계가 존재하는 변수 그룹에서 변수들 간의 상관관계에 이상이 있으면 이를 이상원인에 의한 징후로 관찰할 수 있다. 예로 온도 변수들 간 양의 상관관계가 존재하는 변수 관계에서 어느 한 변수의 값이 커졌을 때 다른 변수의 값이 작아진다면 이를 이상이라고 탐지하게 된다.

본 연구는 관리항목이 많아 애로사항을 겪고 있는 국내 S사의 용해공정 조기경보시스템 관리에 정보시스템을 도입하기 위하여, 개별적으로 관리하는 여러 관리항목들에 대하여 다변량 관리도를 적용하는 정보시스템을 개발, 구현함으로써 관리항목을 단순화하여 관리의 효율성을 향상시킨 사례를 소개하고자 한다.

### II. T<sup>2</sup> 관리도 고찰

Montgomery는 다변량 공정에 대한 모니터링 및 관리를 위한 다변량 관리도로 Hotelling T<sup>2</sup> 관리도, 다변량 EWMA 관리도 등을 소개하였다[1].

χ<sup>2</sup> 관리도는 p 개의 다변량 품질특성치를 동시에 관찰하기 위해 사용되며 관리도의 관리상한(UCL) 아래에 점이 타점되면 관리상태로 판정한다. 하나 이상의 점이 UCL을 넘어가면 관측자는 특별원인이 가미된 이상상태로 판정하며 특별원인을 찾기 위한 조사를 시작한다.

표본크기가 n, 품질특성치가 2개(p=2)이고 각 품질특성치별 분산과 공분산이 알려져 있다면 각각의 통계량과 관리관계선은 다음과 같다.

$$\chi_0^2 = \frac{n}{\sigma_1^2\sigma_2^2 - \sigma_{12}^2} [\sigma_2^2(\bar{x}_1 - \mu_1)^2 + \sigma_1^2(\bar{x}_2 - \mu_2)^2 - 2\sigma_{12}^2(\bar{x}_1 - \mu_1)(\bar{x}_2 - \mu_2)] \dots\dots\dots (1)$$

$$UCL = \chi_{\alpha,2}^2 \dots\dots\dots (2)$$

품질특성치 p 변량에 대하여 공정이 관리상태이고 관리 상태 하의 공정 파라미터값들이 기지(既知)이면 χ<sup>2</sup> 관리도에 타점될 통계량은 다음과 같다.

$$\chi_0^2 = n(\bar{x} - \mu)' \Sigma^{-1}(\bar{x} - \mu) \dots\dots\dots (3)$$

여기에서  $\bar{x}$  는 p×1 품질특성치 표본평균 벡터, Σ 는 공분산 매트릭스, μ' = [μ<sub>1</sub>, μ<sub>2</sub>, ..., μ<sub>p</sub>] 는 각 품질특성치의 평균 벡터를 나타낸다.

$$UCL = \chi_{\alpha,p}^2 \dots\dots\dots (4)$$

UCL은 자유도가 p인 χ<sup>2</sup> 분포를 따른다.

그러나 대부분의 경우 파라미터값들을 모르기 때문에 공정이 안정된 상태라고 간주되었을 때 취해진 표본 크기 n의 초기 시료군 m개로부터 평균벡터 μ와 p×p 공분산 매트릭스 Σ 값을 추정한다. Hotelling's T<sup>2</sup> 통계량은 파라미터 추정치들을 사용하여 계산되며 T<sup>2</sup> 관리도에 타점되고 T<sup>2</sup> 관리도의 UCL은 F-분포를 따른다. T<sup>2</sup> 통계량은 다음과 같다.

$$T^2 = n(\bar{x} - \bar{\bar{x}})' S^{-1}(\bar{x} - \bar{\bar{x}}) \dots\dots\dots (5)$$

여기에서 S는 표본공분산의 평균 매트릭스로서 Σ의 불 편추정량이고  $\bar{\bar{x}}$  는 공정이 관리상태에 있을 때 공정의 평균벡터이다.

$$S = \begin{bmatrix} \bar{S}_1^2 & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{13} & \dots & \bar{S}_{1p} \\ & \bar{S}_2^2 & \bar{S}_{23} & \dots & \bar{S}_{2p} \\ & & \bar{S}_3^2 & \dots & \vdots \\ & & & \ddots & \bar{S}_p^2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

$$\bar{x}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m x_{jk} \quad j = 1, 2, \dots, p \dots\dots\dots (7)$$

$$\bar{S}_{jh} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jhk} \quad j \neq h \dots\dots\dots (8)$$

m은 시료군의 크기

$T^2$  관리도를 통해 공정을 관리하는 방법은 2단계에 걸쳐 적용된다. 1단계는 공정의 관리상태 여부를 해석하기 위한 단계이고 2단계는 1단계에서 얻어진 값들을 이용하여 공정을 관리하기 위한 단계이다. 1단계와 2단계의 관리한계선은 다음과 같다.

1단계:

$$UCL = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha, p, mn-m-p+1}$$

$$LCL = 0$$

2단계:

$$UCL = \frac{p(m+1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha, p, mn-m-p+1}$$

$$LCL = 0$$

화학 또는 장치산업과 같은 특수한 경우에는 개개측정치 ( $n = 1$ ) 관리도가 적용되며  $T^2$  관리도를 활용할 수 있다. 이때의 Hotelling  $T^2$  통계량과 2단계 관리한계선은 다음과 같다.

$$T^2 = (\bar{x} - \bar{\bar{x}})' S^{-1} (\bar{x} - \bar{\bar{x}}) \dots\dots\dots (9)$$

$$UCL = \frac{p(m+1)(m-1)}{m^2-mp} F_{\alpha, p, m-p}$$

이때 만약 시료군  $m$ 이 매우 크면( $m > 100$ ) 관리한계선 근사치는 다음과 같다.

$$UCL = \frac{p(m-1)}{m-p} F_{\alpha, p, m-p} \dots\dots\dots (10)$$

또는

$$UCL = \chi_{\alpha, p}^2$$

Tracy는  $n = 1$ 일 때 1단계에서의 관리한계선이  $\beta$ -분포를 따르며 다음과 같이 제시하였다[1][4].

$$UCL = \frac{(m-1)^2}{m} \beta_{\alpha, p/2, (m-p-1)/2} \dots\dots\dots (11)$$

관리상태의 판정은 개별적인  $\bar{x}$  관리도보다 세심한 주의를 기울여야 한다. Ranjan & Arup은 <표 1>과 같이 품질특성

치별  $\bar{x}$  관리도를 고려한 관리상태 판정을 제시하였다[5].

표 1. 관리상태의 해석  
Table 1. Analyze of control states

관리상태		$\bar{x}$ 관리도	$T^2$ 관리도	개별 $\bar{x}$ 를 고려한 관리도 해석
개별 $\bar{x}$ 관리도	$T^2$ 관리도			
p 변량 모두 관리상태	관리상태			공정이 관리상태에 있음
p 변량 모두 관리상태	이상상태			품질특성치간에 기대 관계(상관계수)가 변하였으므로 공정에 이상이 있다. 이러한 상황은 드물게 나타난다.
일부 품질특성치가 이상상태인 경우	관리상태			관리상태 하에 있는 품질특성치가 매우 많고 상관계수가 전반적으로 유지되고 있다.
일부 품질특성치가 이상상태인 경우	이상상태	case 1: 품질특성치간에 기대 관계(상관계수)가 변하였으므로 공정에 이상이 있다.		
		Case 2: 관계는 유지된다. 하지만 이탈한 점이 관리한계선으로부터 멀리 떨어져 있다.		

이상상태 신호가 왔을 경우 관리도의 해석은 쉽지 않다. 어떤 품질특성치에 문제가 발생했는지에 대한 해석이 이루어져야 한다. 일반적인 방법은 품질특성치 개별로  $\bar{x}$  관리도를 작성하여 보는 것이지만 이 방법은 명확하지가 않다. Alt, Hayter 등은 Bonferroni-type 관리한계를 이용한  $\bar{x}$  관리도를 제안하였고, Jackson의 경우 원 변수의 선형 결합으로 이루어진 p 주요인(principal components)에 기초한 관리도 사용을 추천하였다. 하지만 주요인이 항상 명확한 해석을 제공하지 못한다는 단점이 있다[1].

Runger 등은  $T^2$  통계량을 개별특성치의 기여도를 반영하는 요소로 분해함으로써 이상 신호를 진단하는데 매우 유용한 방법을 제안하였다[1].

$$d_i = T^2 - T_{(i)}^2 \dots\dots\dots (12)$$

$T^2$ 는 현재의 통계량,  $T_{(i)}^2$ 는  $i$ 번째 변량을 제외한 다른 공정 변수들의 통계량을 나타낸다.  $d_i$ 는 전체 통계량에 대한  $i$ 번째 변수의 상대적 기여도이다. 이상 신호가 발생하면  $d_i$  ( $i=1, 2, \dots, p$ ) 값을 계산한 후 상대적으로 값이 큰  $d_i$  값을 가지는 변수에 대하여 주의를 기울인다.

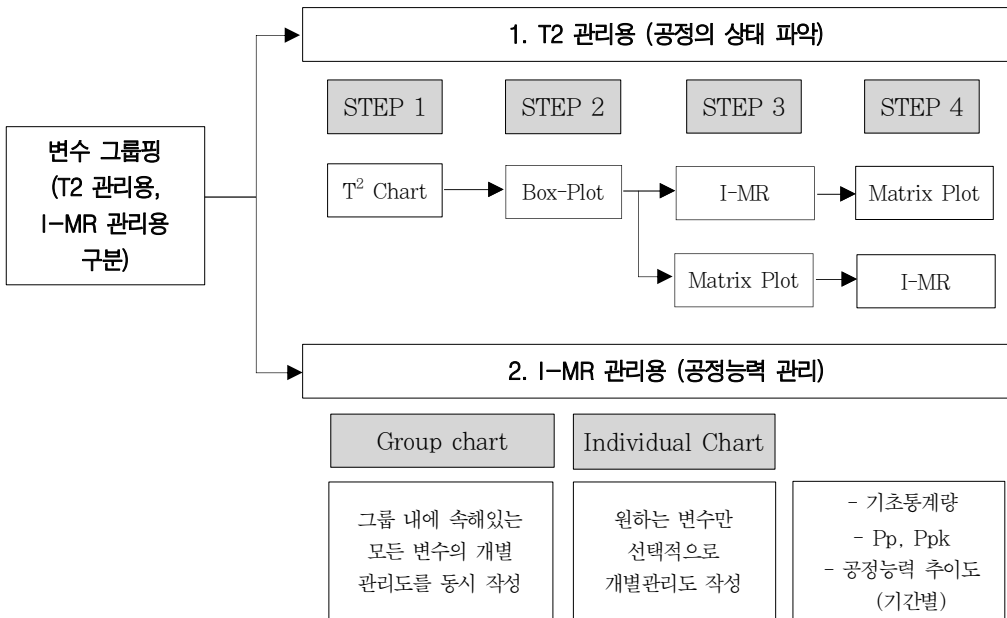


그림 1. 조기경보시스템 흐름도  
Fig 1. Flow chart of early warning system

### III. 용해공정의 조기경보시스템 구축

#### 3.1 조기경보시스템 개요

S사는 컴퓨터 모니터, TV 브라운관, LCD의 ITO 코팅 유리 등을 만드는 회사로 제품의 대형화, 평면화, 슬림화 등의 요구에 맞추어 선진형 고급 제품을 생산하는 회사이다. 특히 유리를 원하는 디자인으로 가공하기 위해서는 용해공정이 필요하며 이 용해공정에는 온도측정 부위만 10개 지점에 이른다. 이 10개 지점을 동시에 관리할 수 있는 방법은 기존의 관리방법에서는 쉽지 않았다.

본 장에서는 용해공정의 관리점을 단순화하고 이를 동시에 관리할 수 있는 방법으로  $T^2$  관리도를 이용한 조기경보시스템(EWS : Early warning system)을 구현한 방법과 그 효과를 소개하였다.

#### 3.2 $T^2$ 관리도를 활용한 조기경보시스템 개발

용해공정은 총 4개의 동일 설비로 구성되어 있으며 각 설비별 온도측정 부위는 10개 지점이 있다. 이 중에서는 공정의 흐름상 동시에 관리할 수 있는 것과 별도로 관리하는 것이 필요하다. 또한 용해공정은 일반 제조공정과는 달리 공

정에서 얻을 수 있는 데이터가 소수이므로 화학 또는 장치 산업에서 적용하는 개별측정치 관리도 즉, 각 설비에 있는 각각의 온도 측정부위별로 I-MR 관리도를 적용하였다. 각 공정별 온도 측정부위는 <표 2>와 같다.

표 2. 온도측정 항목  
Table 2. List of temperature measurement

공정명	관리점	관리주기
Tank	hot spot 바닥	20분
	MBDH	20분
	MC2 온도	20분
	일일 운전온도 편차	24hr
Refiner	FNA	20분
Fore hearth	6B	20분
	5BS	1hr
	BC	1hr
	BBNR+BBNL	1hr
	gob optical	1회/shift

하지만, 각 설비별로 10개 부위의 온도측정을 관리하다 보니 관리자가 작성해야 될 관리도와 관리상태 판정이 중복적이고 품질기록이 증가되는 불편함이 있었다. 이에 온도

관리를 통합하여 효율적으로 공정을 관리할 수 있는 관리방법을 선택하였고 <그림 1>과 같이  $T^2$  관리도를 이용한 조기경보시스템을 개발하였다. 적용의 순서는 다음과 같다.

1) 다변량 관리점 Master table 모듈

Master table 은 자료를 층별하고 DB화 하는 기능으로 주요 색인으로는 Tank, Group, 과거데이터의 기간설정 등이 있으며 <그림 2>와 같다.

T	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
T	Tank	Group	Control Item	Item	Day/Floor	Use	Hotelling	Histor				
Ex)	K07	K07_BATCH_T2_H	K30_MC1	tank	MC1	X	DCH	Y	4	D	1	20034
1	K03	MC	K30_MC1	tank	MC1	X	DCH	Y	4	D	1	20034
2	K03	MC	K30_MC2	tank	MC2	X	DCH	Y	4	D	1	20034
3	K03	MC	K30_MC3	tank	MC3	X	DCH	Y	4	D	1	20034
4	K03	MC	K30_MC4	tank	MC4	X	DCH	Y	4	D	1	20034
5	K03	MC	K30_SMA	tank	SMA	X	DCH	Y	4	D	1	20034

그림 2. 마스터 테이블  
Fig 2. Master Table

2)  $T^2$  관리도 작성 모듈

메뉴에서  $T^2$  를 클릭하면 상세 옵션을 선택할 수 있다. 옵션은 Tank, Historical period, Monitoring period 등을 선택하며 <그림 3>과 같이 나타난다. <그림 3> 중앙 부분에  $T^2$  관리도가 나타나면 Data screening 기능이 있어서 각각 2, 3, 4, 5, 6, 7시그마를 벗어나는 점을 화면으로 파악할 수 있도록 기능을 구성했으며 이 외에 해석이 용이하도록 Y축 조정 기능과 분석 데이터를 호출하는 기능을 가지고 있다.

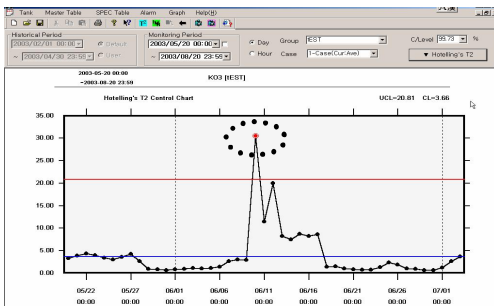


그림 3.  $T^2$  관리도  
Fig 3.  $T^2$  control chart

<그림 3>을 보면 점들 중 하나가 관리한계선을 이탈한 것으로 관측된 것을 알 수 있다.(점선 부분)

3) 각 변량별 이상데이터 확인 모듈

$T^2$  관리도를 더블 클릭하면 <그림 4>와 같이 각 변량별 Box-plot이 작성된다. 이 때 원하는 변량을 선택하고(하나 또는 전체 선택) "I-MR Chart" 버튼을 클릭하면 <그림 5>과 같이 각 변량별 관리도가 작성된다.

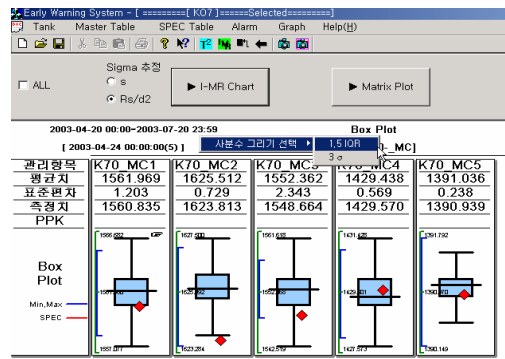


그림 4. Box-Plot  
Fig 4. Box-Plot diagram



그림 5. I-MR 관리도  
Fig 5. I-MR control chart

이 때 분석자로 하여금 관리한계선을 이탈하는 점들을 쉽게 판별토록 하기 위하여  $T^2$  관리한계선을 이탈하는 점과 I-MR 관리한계선을 이탈하는 점의 색을 구분하여 표시하였다. 빨간색 점은 I-MR 관리도의 이탈점(이것은 과거에도 이상상태로 판정될 수 있는 점들임)이며, 연두색 점은

$T^2$  관리도 상에서의 이탈점을 나타낸다. 두 관리도 상에서의 이탈상태를 동시에 표시해 줌으로써 <표 1>에서 언급한 관리상태의 판정을 용이하게 하였다. <그림 5>를 보면 관리한계선을 이탈한 점(빨간색) 외에 관리한계선 내에 있지만 연두색을 띤 점들이 다수 타점되어있는 것을 알 수 있다. 이 연두색 점들은 현재의 I-MR 관리도에서는 이탈점들이 아니지만 다른 변수들과 상관관계를 이루어  $T^2$  관리도에서는 이상점이 된다. 또한 <그림 5>의 'spec' 옵션을 선택하여 규격을 나타냄으로써 각 점들과 규격과의 비교도 가능하도록 하였다.

또한 I-MR 관리도 상에서 단일 변수를 선택하여 공정능력지수를 <그림 6>과 같이 주별 또는 월별로 확인할 수 있다. 이를 이용하여 단일 품질특성치의 분포와 해당 규격 간의 공정능력 추이를 분석함으로써 품질특성치의 품질변동에 대한 분석을 수월하게 해 준다.

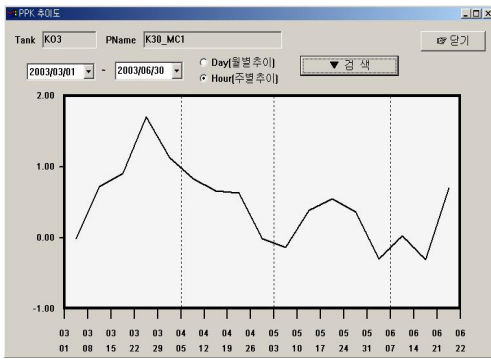


그림 6. 공정능력지수 추이  
Fig 6. PCI(PPK) Trend diagram

4) 다변량 간의 상관관계 매트릭스

<그림 4>의 'Matrix Plot' 아이콘을 클릭하면 <그림 7>과 같이 각 변수별 상관관계를 가늠할 수 있는 Matrix Plot 이 작성된다. 이 Matrix Plot에서 빨간 점으로 표시되는 것은  $T^2$  관리도에서 관리한계선을 이탈한 점들을 나타낸다.

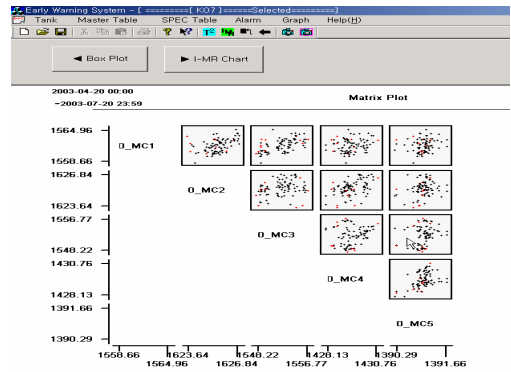


그림 7. 상관 Matrix Plot  
Fig 7. Correlation matrix-plot diagram

3.3  $T^2$  관리도 시스템 적용의 효과

기존의 용해공정 관리에서는 10개 이상의 Q-Map 관리점에 대한 관리시 품질기록이 증가하고 매 측정시마다 다수의 관리도를 해석해야 하는 시간적 제약과 업무의 비효율성이 내재되어 있었다. 이를 효율적으로 관리하기 위해 다변량 관리도 중에서  $T^2$  관리도를 용해공정의 조기경보시스템에 적용하였고 그 결과 관리의 효율성이 좋아졌다.

또한 개별 관리도가 찾아내지 못하는 다변량간 이상 징후를 조기에 발견하게 해 줌으로써 대량의 부적합을 예방할 수 있는 효과를 거두었다. 즉 개별 관리도의 경보(warning) 기능을 살펴보지 않아도 하나의 관리도로 이상 징후를 민감하게 발견할 수 있다는 것이다. 이는  $T^2$ 가 상관관계가 존재하는 변수 그룹에서 변수들끼리의 상관관계에 이상이 있으면 경보를 해 주기 때문이다. 예를 들면, 온도 변수들간 양의 상관관계가 존재하는 변수 관계에서 한 변수의 값이 커졌을 때 다른 변수의 값이 작아진다면 이를 이상이라고 탐지한다. 즉 Tank 온도 프로파일 이상(상관관계 이상)과 같이 개별 관리도로는 찾아낼 수 없는 경보(warning)를 탐색해 낼 수 있다. 각 변량의 데이터가 목표치에서 멀어질수록  $T^2$  값이 커지고 경보를 주게 되는데 이는 단순히 목표치를 벗어난 것으로만  $T^2$  값이 커지는 것이 아니고 변량이 움직이는 산포를 고려하여 그 산포범위보다 크게 움직일 때  $T^2$  값이 커지게 된다.

## IV. 결 론

다변량 관리도는 품질특성치 하나 하나를 개별적으로 관리하는 것이 비효율적인 경우 관리공수의 단축 및 이상징후의 조기경보에 효과적이라 할 수 있다. 다변량 관리도와 개별 관리도를 적절히 이용하는 경우 복잡한 공정의 통계적 관리가 용이해진다.

본 논문에서는 S사 용해공정의 복수 관리점을 통합하여 관리의 효율화를 추진하는 통계적공정관리 모듈을 개발함으로써 관리공수의 절감과 품질기록(Quality records)의 양(量)을 혁신적으로 감소시킬 수 있는 조기경보시스템(Early warning system)을 구현하였다.

다변량 관리도를 이용한 조기경보시스템을 구축한 결과 복수의 온도 관리점을 소수로 통합하여 관리할 수 있었고 공정관리자의 작업을 용이하게 하였으며, 무엇보다도 공정의 이상징후를 조기에 발견할 수 있기 때문에 S사의 원가절감 및 품질개선에 큰 효과를 거두었다.

그러나 이와 같은 시스템 개발은 모든 공정에 일괄적으로 적용하기에는 제약조건이 많아 현실적으로 어렵고 TGQM(Total Green Quality Management) 소프트웨어의 추가 모듈로서가 아닌 좀더 많은 기능을 가진 독립모듈로서의 기능 확장을 연구할 필요성이 있다고 사료된다.

## 참고문헌

[1] Douglas C. Montgomery, "Introduction to Statistical Quality Control", John Wiley & Sons, 4ed, pp.507-543, 2001.

[2] Douglas C. Montgomery, P.J. Klatt, "Economic design of T2 control charts to maintain current control of a process", Management Science, Vol. 19, No. 1, pp.76-89, 1972.

[3] Gunabushanam Nedumaran, Joseph J. Pignatiello Jr., "On constructing T2 control charts for on-line process monitoring", IIE Transactions, Vol. 31, pp.529-536, 1999.

[4] Mario Gonzalez-de la Parra, Pilar Rodriguez-Loaiza, "Application of the Multivariate T2

Control Chart and the Mason-Tracy-Young Decomposition Procedure to the Study of the Consistency of Impurity Profiles of Drug Substance", Quality Engineering, Vol. 16, No. 1, pp.127-142, 2003.

[5] Ranjan SETT, A.R. MUKHERJEE, "Application of multivariate control chart using T2 statistics", International Conference on Statistical Methods and Statistical Computing for Quality and Productivity Improvement, pp. 570-578, 1995.

[6] 이배진, "배치 공정의 온라인 모니터링을 위한 다변량 관리도", 한양대학교 대학원, 박사학위 논문, 2001.

## 저 자 소개



### 이 회 식

1991년 2월 한양대학교 산업공학과 공학박사  
1981년~ 현재 경기대학교 첨단산업공학부 교수  
<관심분야> 품질경영, Single PPM, 통계적품질관리



### 이 명 주

1979년 2월 한양대학교 산업대학원 공학석사  
2007년 2월 경기대학교 산업공학과 박사과정 수료  
1995년~ 현재 서울대학교 통계연구소 책임연구원  
<관심분야> SPC, 6시그마, 품질공학, 신뢰성공학



### 한 대 희

1999년 2월 경기대학교 산업공학과 공학석사  
2002년 2월 경기대학교 산업공학과 박사과정 수료  
2006년~ 현재 대림대학 산업경영과 전임강사  
<관심분야> 품질경영, 환경경영, 유통물류