Journal of The Korea Society of Computer and Information
Vol. 18, No. 7, July 2013 www.ksci.re.kr
http://dx.doi.org/10.9708/jksci.2013.18.7.149

# 선형 재료절단 문제의 다항시간 알고리즘

이 상 운*

# A Polynomial-Time Algorithm for Linear Cutting Stock Problem

Sang-Un, Lee *

## 요 약

일반적으로 재료절단 문제는 재료를 절단할 수 있는 패턴을 찾고 선형계획법으로 최적의 패턴 수를 찾는다. 그러나 패턴 수는 일반적으로 지수적으로 증가하기 때문에 사전에 모든 패턴을 고려하는 것은 비현실적인 것으로 알려져 있다. 본 논문은 Suliman의 실현 가능 패턴을 구하는 방법을 적용하여 사전에 패턴을 구하는 방법을 적용하였다. 또한, 실현 가능 패턴들을 대상으로 선형계획법이나 근사 알고리즘을 적용하지 않고 정확한 해를 다항시간으로 얻는 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 실현 가능 패턴들 중 모든 요구의 1st 발생 빈도가 손실량 0에 모두 분포하는 경우와 다양한 손실량에 분산되어 분포하는 경우로 구분하여 패턴 수를 분배하는 방법을 적용하였다. 제안된 알고리즘을 2개의 데이터에 적용한 결과 모든 데이터에서 정확한 해를 구하는데 성공하였다.

▸ Keywords : 재료절단 문제, 1차원 재료절단 문제, 최초 발생 빈도, 배정

## Abstract

Commonly, one seeks a particular pattern suitable for stock cutting and the number of such patterns through linear programming. However, since the number of the patterns increases exponentially, it is nearly impossible to predetermine all the existing patterns beforehand. This paper thus proposes an algorithm whereby one could accurately predetermine the number of existing patterns by applying Suliman's feasible pattern method. Additionally, this paper suggests a methodology by which one may obtain exact polynomial-time solutions for feasible patterns without applying linear programming or approximate algorithm. The suggested methodology categorizes the feasible patterns by whether the frequency of first occurrence of all the demands is distributed in 0 loss or in various losses. When applied to 2 data sets, the proposes algorithm is

•제1저자 : 이상운
•투고일 : 2013. 4. 20, 심사일 : 2013. 5. 13, 게재확정일 : 2013. 5. 20.
* 강릉원주대학교 멀티미디어공학과 (Dept. of Multimedia Eng., Gangneung-Wonju National University)

found to be successful in obtaining the optimal solutions.

▸ Keywords : Cutting Stock Problem, 1D-CSP, 1st Frequency, Allocation

## I. 서 론

재료절단 문제 (cutting stock problem)는 선형계획법 또는 최적화 문제로 산업계에서 널리 응용되고 있다[1-4]. 제지공장 (paper mill)에서 고정된 폭의 제지 롤에 대해 다른 고객들이 다양한 폭의 다른 개수를 원하는 경우, 절단 손실 (trim loss 또는 waste)을 최소화하는 절단계획을 수립할 필요가 있다. 제지공장에서 1%의 손실량 차이는 년간 백만 달러 이상의 비용 절감 효과를 나타내는 만큼 재료절단 문제의 최적해를 얻는 문제가 대단히 중요하게 대두되고 있다.[1] 재료절단 문제는 1차원 (1D-CSP)과 2차원 (2D-CSP) 재료절단 문제로 구분될 수 있다[1].

$m$개의 $j, (j=1,2,\cdots,m)$ 고객으로부터 길이 $l_j$의 주문량 $q_j$를 의뢰받았을 때, 고정된 제지 롤의 폭 $L$을 주문 $l_j$의 실현 가능한 (feasible) 조합으로 절단하는 것을 절단 패턴 (cutting pattern, $p_i$)이라 한다. 패턴 사용 횟수를 $x_i$, 주문 $j$가 패턴 $p_i$에 발생한 빈도를 $a_{ij}$, 패턴 $i$의 절단 손실량을 $w_i$라 하면 재료절단 문제는 식 (1)을 만족하는 롤 수 $\sum_{i=1}^{n} x_i$ 을 구하는 것이다.

$$\min imize \sum_{i=1}^{n} w_i x_i$$
$$s.t. \sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i \geq q_j, \ \forall_j = 1,2,\cdots,m, \ x_i \geq 0 \quad (1)$$

재료절단 문제는 실현 가능한 패턴을 찾고, 이 패턴들을 대상으로 절단 손실량이 최소가 되면서 요구량을 모두 만족하도록 최적의 롤 수 $\sum_{i=1}^{n} x_i$을 구하는 2단계를 수행해야 한다.

일반적으로, 가능한 패턴 수 $p_i$는 주문 수 $m$의 함수로 지수함수인 $2^m$ 으로 증가한다. 결국, $m$이 크면 가능한 절단 패턴들을 모두 나열하는 것은 현실적으로 불가능해진다. 따라서 사전에 모든 가능한 패턴을 구하는 사전 열 생성 (advance column generation) 대신 실시간 패턴 생성 (on-line pattern generation)으로 선형계획법을 적용해 최적해를 얻는 방법이 일반적으로 적용된다[2-5].

본 논문은 사전 열 생성 방법을 적용하여 최적의 롤 수를 구하는 간단한 방법을 제안한다. 2장에서는 재료절단 문제와 관련된 기존 연구와 문제점을 고찰한다. 3장에서는 최적해를 다항시간 복잡도로 쉽게 찾는 알고리즘을 제안한다. 4장에서는 2개 데이터에 제안된 알고리즘을 적용하여 최적해를 찾는지 평가해 본다.

## II. 관련 연구와 연구배경

재료절단 문제는 첫 번째로 실현 가능한 절단 패턴을 구해야만 한다. 일반적으로 가능한 패턴 수 $p_i$는 주문 수 $m$에 대해 $2^m-1$개가 존재하여 $m$이 크면 가능한 절단 패턴들을 모두 나열하여 최적해를 찾는 Brute-Force 방법은 현실적으로 불가능해진다. 두 번째로 가능한 절단 패턴들을 대상으로 최적해를 얻는 방법으로 일반적으로 선형계획법을 적용한다.

절단패턴은 사전에 모든 가능한 패턴을 구하는 사전 열 생성과 실시간 패턴 생성 방법 중 하나를 적용한다. 사전 열 생성 방법은 소형 또는 중형 규모의 주문에 사용되며, 실시간 패턴 생성 방법은 대형 규모의 주문에 대해 사전에 몇 개의 패턴으로 시작하여 필요시 추가적인 패턴을 생성하여 선형계획법 문제를 푸는데 사용된다.

사전 열 생성 방법은 Suliman[2]와 Goulimis[6]이 있다. Suliman[2]은 트리 개념을 적용하여 $_{\max}l_j$부터 $_{\min}l_j$까지 내림차순으로 레벨을 설정하여 가능한 모든 패턴을 찾는 방법을 제안하였다.

실시간 패턴 생성 방법은 Gilmore와 Gomory[7]의 지연 열 생성 (delayed column generation) 방법과 Haessler[8]의 순차적 휴리스틱 절차 (sequential heuristic procedure)가 있다. 지연 열 생성 방법은 몇 개의 패턴으로 시작하여 문제를 풀고, 필요시 추가적인 패턴을 생성하는 방법이며, 순차적 휴리스틱 절차는 모든 요구사항이 만족될 때까지 패턴을 순서대로 생성하는 방법이다.

재료절단 문제의 최적해를 얻는 방법은 선형계획법, 동적계획법, 휴리스틱 방법, 유전자 알고리즘, 전문가 시스템들이 적용되고 있다.

현재까지 재료절단 문제와 관련된 벤치마킹 데이터는 주문

수 $m$이 대용량인 데이터가 거의 없다. 따라서 사전 열 생성 방법으로 모든 실현 가능한 패턴을 구하고, 다항시간으로 정확한 해를 구하는 방법을 제시할 필요가 있다.

## III. 선형 재료절단 알고리즘

제안된 알고리즘은 먼저 Suliman[2]이 제안한 재료절단 패턴 생성 (열 생성) 방법을 적용하여 가능한 모든 절단 패턴을 얻고, 절단 손실량을 최소로 하는 패턴들을 간단히 선택하는 과정을 다음과 같이 수행한다.

Step 1. 모든 실현 가능한 패턴 $p_i$을 구하여 Trim Loss (Waste, $w_i$) 오름차순으로 정렬한다.

Step 2. 모든 요구 $l_j$의 1st 발생이 존재하는 손실량 $w_i$ 까지만 고려한다.

if 모든 요구 $l_j$의 1st 발생이 손실량 $w_i=0$에 미존재 then

Step 3. 손실량 내림차순으로 해당 패턴 $p_i$의 최소 요구량 ${}_{\min}q_i$을 $x_i$로 배정한다. 나머지 패턴들에 대해 여분의 요구량을 배정한다.

else if 모든 요구 $l_j$의 1st 발생이 손실량 $w_i=0$에 존재 then

Step 3. $|q_i|$ 내림차순으로 해당 패턴의 $p_i$의 최소 요구량 ${}_{\min}q_i$을 $x_i$로 배정한다.

Step 4. 요구량을 충족시키지 못한 재료들을 포함하는 패턴 $p_i$가 존재하면 해당 패턴을 추출하여 패턴의 최소 요구량 ${}_{\min}q_i$을 배정한다. 만약, 해당 패턴이 존재하지 않으면 남은 재료들로 새로운 패턴을 생성하여 $x_i$를 배정한다.

1,000Cm의 제지 제품을 생산하는 제지공장에서 표 1과 같이 주문을 받았을 경우에 대해 AIMMS[9]는 표 2와 같이 37개의 패턴을 얻고, 선형계획법과 LILE 알고리즘으로 해를 얻은 결과를 제시하였다.

표 1. 초지기 데이터
Table 1. Example data for Paper Mill

| Paper Roll Widths ($L$): 1,000Cm | | Optimal $\Sigma x_i=$ 416 Roll |
|---|---|---|
| Order ($j$) | Width ($l_i$) | 주문량 ($q_j$) |
| 1 | 450 | 97 |
| 2 | 360 | 610 |
| 3 | 310 | 395 |
| 4 | 140 | 211 |
| 합 | 415.240Cm | |

표 2. AIMMS의 초지기 해
Table 2. Paper Mill Solution of AIMMS
(a) 패턴

| $p_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 450 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| 360 | | 1 | 1 | | | | | | | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 310 | | | | 1 | 1 | | | | | | | | 2 | 1 | 1 | 1 | | | |
| 140 | | 1 | | 1 | | 3 | 2 | 1 | | 2 | 1 | | | 2 | 1 | | 4 | 3 | 2 |
| $w_i$ | 100 | 50 | 190 | 100 | 240 | 130 | 270 | 410 | 550 | 0 | 140 | 280 | 20 | 50 | 190 | 330 | 80 | 220 | 360 |

| $p_i$ | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 450 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 360 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 310 | | | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | |
| 140 | 1 | | | 2 | 1 | | 4 | 3 | 2 | 1 | | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| $w_i$ | 500 | 640 | 70 | 100 | 240 | 380 | 130 | 270 | 410 | 550 | 690 | 20 | 160 | 300 | 440 | 580 | 720 | 860 |

(b) 배정

| $l_j$ | | 450 | 360 | 310 | 140 | 선형계획법 | | LILE 알고리즘 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $q_j$ | | 97 | 610 | 395 | 211 | $x_i$ | $w_i$ | $x_i$ | $w_i$ |
| $p_i$ | 1 | 2 | | | | 48.50 | 4,850 | 48 | 4,800 |
| | 10 | | 2 | | 2 | 105.50 | 0 | 105 | 0 |
| | 12 | | 2 | | | 100.75 | 10,075 | 100 | 28,000 |
| | 13 | | 1 | 2 | | 197.50 | 3,930 | 197 | 3,940 |
| | 2 | 1 | 1 | | 1 | - | - | 1 | 50 |
| | 12 | | 2 | | | - | - | 1 | 280 |
| | 30 | | | 1 | | - | - | 1 | 690 |
| 계 | | | | | | 452.25 | 18,875 | 453 | 37,760 |

본 문제의 손실량을 최소로 하는 해는 $\sum_{i=1}^{4} l_i q_i / L = 415.24$로 416개의 롤이 필요하다. 그러나 본 데이터는 주문량 $q_j$가 일양분포를 하지 않아 LILE 알고리즘은 453개의 롤이 필요하고 총 손실량은 37,760Cm이다. 반면에, 분수 (fractional) 선형계획법은 $x_i$를 최대한으로 배정하였으나 우리가 얻고자 하는 값은 정수값으로 실제로 적용할 수 없다.

제안 알고리즘을 AIMMS[9] 데이터에 적용한 결과 얻은 해는 표 3과 같다. 제안된 알고리즘은 12개의 실현 가능한 패턴 수를 얻었으며, LILE 알고리즘과 동일하게 453개의 롤이 필요하며, 총 손실량은 37,760Cm이다.

표 3. 제안된 알고리즘 적용 해
Table 3. The Solution of Proposed Algorithm
(a) 패턴

| $w_i$ | $p_i$ | 450 | 360 | 310 | 140 | 수행순서 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5 | | 2 | | 2 | 3 |
| 20 | 6 | | 1 | 2 | | 2 |
| | 12 | | | | 7 | 4 |
| 50 | 2 | 1 | 1 | | 1 | 1 |
| | 7 | | 1 | 1 | 2 | 5 |

(b) 1st 발생 손실량

| $p_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 450 | 2 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | |
| 360 | | 1 | | | 2 | 1 | 1 | 1 | | | | |
| 310 | | | 1 | | | 2 | 1 | | 3 | 2 | 1 | |
| 140 | | 1 | 1 | 3 | 2 | | 2 | 4 | | 2 | 4 | 7 |
| $w_i$ | 100 | 50 | 100 | 130 | 0 | 20 | 50 | 80 | 70 | 100 | 130 | 20 |

(c) 배정

| $w_i$ | $p_i$ | 450 | 360 | 310 | 140 | 수행순서 | 롤 수 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5 | | **2x57** | | **2x57** | 3 | 57 |
| 20 | 6 | | **1x197** | **2x197** | | 2 | 197 |
| | 12 | | | | 7x0 | 4 | 0 |
| 50 | 2 | **1x97** | **1x97** | | **1x97** | 1 | 97 |
| | 7 | | 1x0 | 1x0 | 2x0 | 5 | 0 |
| 미 배정량 | | 0 | **202** | **1** | 0 | | |

(d) 미 배정량 추가 배정

| $w_i$ | $p_i$ | 450 | 360 | 310 | 140 | 롤 수 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 280 | - | | **1x1** | **1x1** | | 1 |
| 640 | - | | **2x101** | | | 101 |
| **미 배정량** | | 0 | 0 | 0 | 0 | |

## IV. 알고리즘 적용성 평가

본 장에서는 표 4와 같이 Wikipedia[1]의 초지기 (paper machine) 데이터와 Umetani et al.[10,11]의 일본의 화학섬유 (chemical fiber) 회사의 실제 수행된 fiber06_9080 데이터의 데이터를 대상으로 제안된 알고리즘을 평가해 본다. 초지기의 최소로 필요한 롤 수는 72.7로 73이며, fiber06_9080은 18.44로 19이다.

표 4. 실험 데이터
Table 4. Experimental Data
(a) 초지기

| Jumbo Roll Widths($L$): 5,600mm | | | Optimal $\Sigma x_i$: 73 Master Roll | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Order ($j$) | Width ($l_j$) | 주문량 ($q_j$) | Order ($j$) | Width ($l_j$) | 주문량 ($q_j$) |
| 1 | 1,380mm | 22 | 8 | 2,000mm | 10 |
| 2 | 1,520mm | 25 | 9 | 2,050mm | 12 |
| 3 | 1,560mm | 12 | 10 | 2,100mm | 14 |
| 4 | 1710mm | 14 | 11 | 2,140mm | 16 |
| 5 | 1,820mm | 18 | 12 | 2,150mm | 18 |
| 6 | 1,880mm | 18 | 13 | 2,200mm | 20 |
| 7 | 1,930mm | 20 | | | |
| 합 | 407,160mm | | | | |

(b) fiber06_9080

| Chemical Fiber Widths($L$): 9,080 | | Optimal $\Sigma x_i$: 19 Roll |
|---|---|---|
| Order ($j$) | Width ($l_j$) | 주문량 ($q_j$) |
| 1 | 520 | 91 |
| 2 | 1000 | 11 |
| 3 | 1066 | 18 |
| 4 | 1120 | 9 |
| 5 | 1150 | 64 |
| 6 | 1250 | 5 |
| 합 | 167,438 | |

Step 1은 롤의 폭을 최대 요구 재료의 폭 $_{\max}l_j$으로 나눈 정수값을 취하면 첫 번째 패턴을 얻을 수 있다. 최대 요구 재료부터 최소 요구 재료까지 가능한 모든 경우수를 구한다. 이 과정을 최소 재료 폭까지 반복적으로 수행하면 모든 패턴을 구할 수 있다. 초지기의 Step 1은 표 5에 제시되어 있으며, 213개의 패턴을 얻었다. 213개 퍼턴들 중 손실량 오름차순으로 모든 요구의 1st 발생 손실량을 구한 결과는 표 6에 제시되어 있다. 1st 발생 손실량 내림차순으로 배정 순서를 결정하였다. 해당 순서에서 재료들의 요구량의 최소값을 배정하고, 나머지 패턴들에 남아 있는 요구량을 배정한 결과는 표 7에 제시되어 있다. 요구량을 충족시키지 못한 재료들을 포함하는 패턴을 추출하여 손실량 오름차순으로 해당 패턴의 최소

표 5. 초지기의 실현 가능 패턴
Table 5. Feasible Patterns for Paper Mill

| $p_i$ | 2200 | 2150 | 2140 | 2100 | 2050 | 2000 | 1930 | 1880 | 1820 | 1710 | 1560 | 1520 | 1380 | $w_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1200 |
| 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1250 |
| 3 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1260 |
| 4 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1300 |
| 5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1350 |
| 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 20 |
| 7 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 90 |
| 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 9 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 140 |
| 10 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 20 |
| 11 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 60 |
| 12 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 200 |
| 13 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 130 |
| 14 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 170 |
| 15 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 310 |
| 16 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 280 |
| 17 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 320 |
| 18 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 460 |
| 19 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 360 |
| 20 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 500 |
| 21 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 640 |
| 22 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1300 |
| 23 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1310 |
| 24 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1350 |
| 25 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 1 | 20 |
| 26 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 70 |
| 27 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 28 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 140 |
| 29 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 10 |
| 30 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 50 |
| 31 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 190 |
| 32 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 70 |
| 33 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 110 |
| 34 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 250 |
| 35 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 30 |
| 36 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 180 |
| 37 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 220 |
| 38 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 360 |
| 39 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 330 |
| 40 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 370 |
| 41 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 510 |
| 42 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 410 |
| 43 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 550 |
| 44 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 690 |
| 45 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1320 |
| 46 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1360 |
| 47 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 30 |
| 48 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 80 |
| 49 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 10 |
| 50 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 150 |
| 51 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 20 |
| 52 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 60 |
| 53 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 200 |
| 54 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 80 |
| 55 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 120 |
| 56 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 260 |
| 57 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 40 |
| 58 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 190 |
| 59 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 230 |
| 60 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 370 |
| 61 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 340 |
| 62 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 380 |
| 63 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 520 |
| 64 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 420 |
| 65 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 560 |
| 66 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 700 |
| 67 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 20 |
| 68 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 70 |
| 69 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 120 |
| 70 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 10 |
| 71 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 50 |
| 72 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 190 |
| 73 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 60 |
| 74 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 100 |
| 75 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 240 |
| 76 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 120 |
| 77 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 160 |
| 78 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 300 |
| 79 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 80 |
| 80 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 230 |
| 81 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 270 |
| 82 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 410 |
| 83 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 380 |
| 84 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 420 |
| 85 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 560 |
| 86 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 460 |
| 87 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 600 |
| 88 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 740 |
| 89 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 120 |
| 90 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 30 |
| 91 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 170 |
| 92 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 60 |
| 93 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 100 |
| 94 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 240 |
| 95 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 110 |
| 96 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 150 |
| 97 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 290 |
| 98 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 20 |
| 99 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 170 |
| 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 210 |
| 101 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 350 |
| 102 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 130 |
| 103 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 280 |
| 104 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 320 |
| 105 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 460 |
| 106 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 430 |
| 107 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 470 |

| $p_i$ | 2200 | 2150 | 2140 | 2100 | 2050 | 2000 | 1930 | 1880 | 1820 | 1710 | 1560 | 1520 | 1380 | $w_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 108 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 610 |
| 109 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 510 |
| 110 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 650 |
| 111 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 790 |
| 112 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 40 |
| 113 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 80 |
| 114 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 220 |
| 115 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 110 |
| 116 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 150 |
| 117 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 290 |
| 118 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 10 |
| 119 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 160 |
| 120 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 200 |
| 121 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 340 |
| 122 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 70 |
| 123 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 220 |
| 124 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 260 |
| 125 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 400 |
| 126 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 180 |
| 127 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 330 |
| 128 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 370 |
| 129 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 510 |
| 130 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 480 |
| 131 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 520 |
| 132 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 660 |
| 133 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 560 |
| 134 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 700 |
| 135 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 840 |
| 136 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 30 |
| 137 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 180 |
| 138 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 220 |
| 139 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 360 |
| 140 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 80 |
| 141 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 230 |
| 142 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 270 |
| 143 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 410 |
| 144 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 30 |
| 145 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 140 |
| 146 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 290 |
| 147 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 330 |
| 148 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 470 |
| 149 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 250 |
| 150 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 400 |
| 151 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 440 |
| 152 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 580 |
| 153 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 550 |
| 154 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 590 |
| 155 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 730 |
| 156 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 630 |
| 157 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 770 |
| 158 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 910 |
| 159 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 20 |
| 160 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 130 |
| 161 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 280 |
| 162 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 320 |
| 163 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 460 |
| 164 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 80 |
| 165 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 190 |
| 166 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 340 |
| 167 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 380 |
| 168 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 520 |
| 169 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 300 |
| 170 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 450 |
| 171 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 490 |
| 172 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 630 |
| 173 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 600 |
| 174 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 640 |
| 175 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 780 |
| 176 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 680 |
| 177 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 820 |
| 178 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 960 |
| 179 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 140 |
| 180 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 250 |
| 181 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 400 |
| 182 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 440 |
| 183 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 580 |
| 184 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 360 |
| 185 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 510 |
| 186 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 550 |
| 187 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 690 |
| 188 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 660 |
| 189 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 700 |
| 190 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 840 |
| 191 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 | 0 | 740 |
| 192 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 880 |
| 193 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 | 1020 |
| 194 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 | 470 |
| 195 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 620 |
| 196 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 660 |
| 197 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 800 |
| 198 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 770 |
| 199 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 810 |
| 200 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 950 |
| 201 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 850 |
| 202 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 990 |
| 203 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 | 1130 |
| 204 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 0 | 920 |
| 205 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 0 | 960 |
| 206 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 1 | 1100 |
| 207 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | 1000 |
| 208 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1140 |
| 209 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 1280 |
| 210 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 1040 |
| 211 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 1180 |
| 212 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 1320 |
| 213 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 80 |

표 6. 1st 발생 손실량
Table 6. First Loss Quantity

| $w_i$ | $p_i$ | 2200 (20) | 2150 (18) | 2140 (16) | 2100 (14) | 2050 (12) | 2000 (10) | 1930 (20) | 1880 (18) | 1820 (18) | 1710 (14) | 1560 (12) | 1520 (25) | 1380 (22) | $\lvert q_i \rvert$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| | 27 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| 10 | 29 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 3 |
| | 49 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| | 70 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 3 |
| | 118 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 20 | 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| | 10 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 3 |
| | 25 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| | 51 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 3 |
| | 67 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| | 98 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| | 159 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |

표 7. 배정 순서 결정 및 배정
Table 7. Decision for Allocation Sequence and Assignment

| $w_i$ \ $l_j$ | 2200 (20) | 2150 (18) | 2140 (16) | 2100 (14) | 2050 (12) | 2000 (10) | 1930 (20) | 1880 (18) | 1820 (18) | 1710 (14) | 1560 (12) | 1520 (25) | 1380 (22) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | ○ | ○ | | | | | ○ | ○ | | | | ○ | |
| 10 | | | 3 | 4 | | 5 | | | | 5 | 4 | | |
| 20 | | | | | 1 | | | | 2 | | | | 1 |

| $w_i$ | $p_i$ | 2200 (20) | 2150 (18) | 2140 (16) | 2100 (14) | 2050 (12) | 2000 (10) | 1930 (20) | 1880 (18) | 1820 (18) | 1710 (14) | 1560 (12) | 1520 (25) | 1380 (22) | $x_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 8 | ○ | | | | | | | ○ | | | | ○ | | 0 |
| | 27 | | ○ | | | | | ○ | | | | | ○ | | 0 |
| 10 | 29 | | ○ | | | | | | ○ | | | ○ | | | 0 |
| | 49 | | | 16 | | | | 16 | | | | | 16 | | 16 |
| | 70 | | | | 0 | | | 0 | | | | 0 | | | 0 |
| | 118 | | | | | | 10 | | 10 | | 10 | | | | 10 |
| 20 | 6 | ○ | | | | | ○ | | | | | | | ○ | 0 |
| | 10 | 12 | | | | | | | | 12 | | 12 | | | 12 |
| | 25 | | 12 | | | 12 | | | | | | | | 12 | 12 |
| | 51 | | | ○ | | | | | ○ | | | ○ | | | 0 |
| | 67 | | | | ○,○ | | | | | | | | | ○ | 0 |
| | 98 | | | | | ○ | | | | ○ | ○ | | | | 0 |
| | 159 | | | | | | | | ○,○ | ○ | | | | | 0 |
| 여분 | | 8 | 6 | 0 | 14 | 0 | 0 | 4 | 8 | 6 | 4 | 0 | 9 | 10 | |

| $w_i$ | $p_i$ | 2200 (8) | 2150 (6) | 2140 (0) | 2100 (14) | 2050 (0) | 2000 (0) | 1930 (4) | 1880 (8) | 1820 (6) | 1710 (4) | 1560 (0) | 1520 (9) | 1380 (10) | $x_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 8 | 8 | | | | | | | 8 | | | | 8 | | 8 |
| | 27 | | 1 | | | | | 1 | | | | | 1 | | 1 |
| 10 | 29 | | 0 | | | | | | 0 | | | 0 | | | 0 |
| 20 | 6 | 0 | | | | | 0 | | | | | | | 0 | 0 |
| | 51 | | | 0 | | | | | 0 | | | 0 | | | 0 |
| | 67 | | | | 7,7 | | | | | | | | | 7 | 7 |
| | 98 | | | | | 0 | | | | 0 | 0 | | | | 0 |
| | 159 | | | | | | | | 0,0 | 0 | | | | | 0 |
| 여분 | | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 6 | 4 | 0 | 0 | 3 | |

요구량을 배정한 결과는 표 8에 제시되어 있다.

fiber06_9080 데이터의 실현 가능 패턴수는 1,047개를 얻었으며 표 9에 일부분만 제시하였다. 모든 요구의 1st 발생 손실량을 구한 결과는 표 10에 제시되어 있다. 1st 발생 손실량이 0인 7개 패턴에 모든 요구가 포함되어 각 패턴의 $|q_i|$ 내림차순으로 배정 순서를 결정하였다. 해당 순서에서 재료들의 요구량의 최소값을 배정하고, 나머지 패턴들에 남아 있는 요구량을 배정한 결과는 표 11에 제시되어 있다. 요구량을 충족시키지 못한 재료들을 포함하는 패턴을 추출하여 손실량 오름차순으로 해당 패턴의 최소 요구량을 배정한 결과는 표 12에 제시되어 있다.

표 8. 부족분 배정
Table 8. Assignment of Shortage

| $w_i$ | $p_i$ | 2200 (0) | 2150 (5) | 2140 (0) | 2100 (0) | 2050 (0) | 2000 (0) | 1930 (3) | 1880 (0) | 1820 (6) | 1710 (4) | 1560 (0) | 1520 (0) | 1380 (3) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 35 | | ○ | | | | | | | | ○,○ | | | |
| | 136 | | | | | | | ○,○ | | | ○ | | | |
| | 144 | | | | | | | ○ | | ○,○ | | | | |
| 140 | 28 | | ○ | | | | | ○ | | | | | | ○ |
| | 145 | | | | | | | ○ | | ○ | ○ | | | |
| | 179 | | | | | | | | | ○,○,○ | | | | |
| 여분 | | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 6 | 4 | 0 | 0 | 3 |

| $w_i$ | $p_i$ | 2200 (0) | 2150 (5) | 2140 (0) | 2100 (0) | 2050 (0) | 2000 (0) | 1930 (3) | 1880 (0) | 1820 (6) | 1710 (4) | 1560 (0) | 1520 (0) | 1380 (3) | $x_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 35 | | 2 | | | | | | | | 2,2 | | | | 2 |
| | 136 | | | | | | | 0,0 | | | 0 | | | | 0 |
| | 144 | | | | | | | 0 | | 0,0 | | | | | 0 |
| 140 | 28 | | 3 | | | | | 3 | | | | | | 3 | 3 |
| | 145 | | | | | | | 0 | | 0 | 0 | | | | 0 |
| | 179 | | | | | | | | | 2,2,2 | | | | | 2 |
| 여분 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |

표 9. fiber06_9080의 실현 가능 패턴
Table 9. Feasible Patterns for fiber06_9080

| $p_i$ | 1250 | 1150 | 1120 | 1066 | 1000 | 520 | $w_i$ | $p_i$ | 1250 | 1150 | 1120 | 1066 | 1000 | 520 | $w_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 7 | | | | | | 330 | 921 | | | 5 | 1 | | 4 | 334 |
| 2 | 6 | 1 | | | | | 430 | 922 | | | 4 | 4 | | | 336 |
| 3 | 6 | | 1 | | | | 460 | 923 | | | 4 | 3 | 1 | | 402 |
| 4 | 6 | | | 1 | | | 514 | 924 | | | 4 | 3 | | 2 | 362 |
| 5 | 6 | | | | 1 | 1 | 60 | 925 | | | 4 | 2 | 2 | | 468 |
| 6 | 6 | | | | | 3 | 20 | 926 | | | 4 | 2 | 1 | 2 | 428 |
| 7 | 5 | 2 | | | | 1 | 10 | 927 | | | 4 | 2 | | 4 | 388 |
| 8 | 5 | 1 | 1 | | | 1 | 40 | 928 | | | 4 | 1 | 3 | 1 | 14 |
| 9 | 5 | 1 | | 1 | | 1 | 94 | | | | … | | | | |
| 10 | 5 | 1 | | | 1 | 1 | 160 | 1003 | | | | 8 | | 1 | 32 |
| 11 | 5 | | 2 | | | 1 | 70 | 1004 | | | | 7 | 1 | 1 | 98 |
| 12 | 5 | | 1 | 1 | | 1 | 124 | 1005 | | | | 7 | | 3 | 58 |
| 13 | 5 | | 1 | | 1 | 1 | 190 | 1006 | | | | 6 | 2 | 1 | 164 |
| 14 | 5 | | 1 | | | 3 | 150 | 1007 | | | | 6 | 1 | 3 | 124 |
| 15 | 5 | | | 2 | | 1 | 178 | 1008 | | | | 6 | | 5 | 84 |
| 16 | 5 | | | 1 | 1 | 1 | 244 | 1009 | | | | 5 | 3 | 1 | 230 |
| 17 | 5 | | | 1 | | 3 | 204 | 1010 | | | | 5 | 2 | 3 | 190 |
| 18 | 5 | | | | 2 | 1 | 310 | 1011 | | | | 5 | 1 | 5 | 150 |
| 19 | 5 | | | | 1 | 3 | 270 | 1012 | | | | 4 | 4 | 1 | 296 |
| 20 | 5 | | | | | 5 | 230 | 1013 | | | | 4 | 3 | 3 | 256 |
| | | | … | | | | | 1014 | | | | 4 | 2 | 5 | 216 |
| 594 | | 7 | | | 1 | | 30 | 1015 | | | | 4 | 1 | 7 | 176 |
| 595 | | 7 | | | | 1 | 510 | 1016 | | | | 3 | 5 | 1 | 362 |
| 596 | | 6 | | 2 | | | 48 | 1017 | | | | 3 | 4 | 3 | 322 |
| 597 | | 6 | | 1 | 1 | | 114 | 1018 | | | | 3 | 3 | 5 | 282 |
| 598 | | 6 | | 1 | | 2 | 74 | 1019 | | | | 3 | 2 | 7 | 242 |
| 599 | | 6 | | | 2 | | 180 | 1020 | | | | 3 | 1 | 9 | 202 |
| 600 | | 6 | | | 1 | 2 | 140 | 1021 | | | | 3 | | 11 | 162 |
| 601 | | 6 | | | | 4 | 100 | 1022 | | | | 2 | 6 | 1 | 428 |
| 602 | | 5 | 2 | 1 | | | 24 | 1023 | | | | 2 | 5 | 3 | 388 |
| 603 | | 5 | 2 | | 1 | | 90 | 1024 | | | | 2 | 4 | 5 | 348 |
| 604 | | 5 | 2 | | | 2 | 50 | 1025 | | | | 2 | 3 | 7 | 308 |
| 605 | | 5 | 1 | 2 | | | 78 | 1026 | | | | 2 | 2 | 9 | 268 |
| 606 | | 5 | 1 | 1 | 1 | | 144 | 1027 | | | | 2 | 1 | 11 | 228 |
| 607 | | 5 | 1 | 1 | | 2 | 104 | 1028 | | | | 2 | | 13 | 188 |
| 608 | | 5 | 1 | | 2 | | 210 | 1029 | | | | 1 | 8 | | 14 |
| 609 | | 5 | 1 | | 1 | 2 | 170 | 1030 | | | | 1 | 7 | 1 | 494 |
| 610 | | 5 | 1 | | | 4 | 130 | 1031 | | | | 1 | 6 | 3 | 454 |
| 611 | | 5 | | 3 | | | 132 | 1032 | | | | 1 | 5 | 5 | 414 |
| 612 | | 5 | | 2 | 1 | | 198 | 1033 | | | | 1 | 4 | 7 | 374 |
| 613 | | 5 | | 2 | | 2 | 158 | 1034 | | | | 1 | 3 | 9 | 334 |
| | | | … | | | | | 1035 | | | | 1 | 2 | 11 | 294 |
| 909 | | | 8 | | | | 120 | 1036 | | | | 1 | 1 | 13 | 254 |
| 910 | | | 7 | 1 | | | 174 | 1037 | | | | 1 | | 15 | 214 |
| 911 | | | 7 | | 1 | | 240 | 1038 | | | | | 9 | | 80 |
| 912 | | | 7 | | | 2 | 200 | 1039 | | | | | 8 | 2 | 40 |
| 913 | | | 6 | 2 | | | 228 | 1040 | | | | | 7 | 4 | 0 |
| 914 | | | 6 | 1 | 1 | | 294 | 1041 | | | | | 6 | 5 | 480 |
| 915 | | | 6 | 1 | | 2 | 254 | 1042 | | | | | 5 | 7 | 440 |
| 916 | | | 5 | 3 | | | 282 | 1043 | | | | | 4 | 9 | 400 |
| 917 | | | 5 | 2 | 1 | | 348 | 1044 | | | | | 3 | 11 | 360 |
| 918 | | | 5 | 2 | | 2 | 308 | 1045 | | | | | 2 | 13 | 320 |
| 919 | | | 5 | 1 | 2 | | 414 | 1046 | | | | | 1 | 15 | 280 |
| 920 | | | 5 | 1 | 1 | 2 | 374 | 1047 | | | | | | 17 | 240 |

표 10. fiber06_9080의 1st 발생 손실량
Table 10. First Loss Quantity of fiber06_9080

| $w_i$ | $p_i$ | 1250 (5) | 1150 (64) | 1120 (9) | 1066 (18) | 1000 (11) | 520 (91) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 46 | **4** | | | | **2** | **4** |
| | 113 | 3 | | | **5** | | |
| | 154 | 2 | **2** | **2** | | 1 | 2 |
| | 479 | 1 | 1 | | | 2 | 9 |
| | 620 | | 4 | 4 | | | |
| | 877 | | 1 | | 5 | | 5 |
| | 1039 | | | | | 7 | 4 |

표 11. 배정 순서 결정 및 배정
Table 11. Decision for Allocation Sequence and Assignment

| $w_i$ | $p_i$ | 1250 (5) | 1150 (64) | 1120 (9) | 1066 (18) | 1000 (11) | 520 (91) | $\|q_i\|$ | 배정순서 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 46 | 4 | | | | 2 | 4 | 10 | 4 |
| | 113 | 3 | | | 5 | | | 8 | 6 |
| | 154 | 2 | 2 | 2 | | 1 | 2 | 9 | 5 |
| | 479 | 1 | 1 | | | 2 | 9 | 13 | 1 |
| | 620 | | 4 | 4 | | | | 8 | 7 |
| | 877 | | 1 | | 5 | | 5 | 11 | 2 |
| | 1039 | | | | | 7 | 4 | 11 | 3 |

| $w_i$ | $p_i$ | 1250 (5) | 1150 (64) | 1120 (9) | 1066 (18) | 1000 (11) | 520 (91) | $x_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 46 | 0 | | | | 0 | 0 | 0 |
| | 113 | 0 | | | 0 | | | 0 |
| | 154 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 |
| | 479 | 1x5 | 1x5 | | | 2x5 | 9x5 | 5 |
| | 620 | | 4x2 | 4x2 | | | | 4 |
| | 877 | | 1x3 | | 5x3 | | 5x3 | 3 |
| | 1039 | | | | | 0 | 0 | 0 |
| 여분 | | 5-5 = 0 | 64-16 = 48 | 9-8 = 1 | 18-15 = 3 | 11-10 = 1 | 91-60 = 31 | |

표 12. 부족분 배정
Table 12. Assignment of Shortage

| $w_i$ | $p_i$ | 1250 (0) | **1150 (48)** | **1120 (1)** | **1066 (3)** | **1000 (1)** | **520 (31)** | $x_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | 600 | 0 | **6x7** | **0** | **0** | **0** | **4x7** | 7 |
| | 여분 | 0 | **6** | **1** | **3** | **1** | **3** | |
| 144 | 605 | 0 | **5x1** | **1x1** | **1x1** | **1x1** | **0** | 1 |
| | 여분 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 3 | |
| 4,238 | - | 0 | **1x1** | 0 | **2x1** | 0 | **3x1** | 1 |
| | 여분 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |

$tloss = 4,482$, $9082 \times 17 = 154,360$ ⇒ **손실율:** $2.9\%$

제안된 알고리즘과 기존의 알고리즘의 성능을 비교 평가한 결과는 표 13에 제시되어 있다. 제안 알고리즘의 총 손실량은 가장 좋은 결과를 얻었다. 또한, 마지막 패턴 4,238은 추후 1250+1150+1120+520=4,040으로 활용이 가능하다. 결국, 제안된 알고리즘의 총 손실량은 442 (0.29%)로 손실이 거의 발생하지 않음을 알 수 있다.

표 13. 알고리즘 성능 평가
Table 13. Compare of Performance for Algorithms

| 알고리즘 | $p_i$ | $\Sigma x_i$ | $\Sigma w_i$ |
|---|---|---|---|
| SHP[1] | 5 | 19 | 3.04% |
| | 5 | 20 | 2.95% |
| ILS[10,11] | 5 | 20 | 8.46% |
| 제안 알고리즘 | 6 | 19 | 2.90% |

## V. 결론 및 향후 연구과제

본 논문은 선형 재료절단 문제의 정확한 해를 다항시간 복잡도로 구하는 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 먼저 실현 가능한 패턴을 간단히 구하는 방법을 적용하였으며, 모든 요구에 대한 손실량이 최소가 되는 패턴들을 추출하여 패턴의 수를 결정하였다. 만약, 모든 요구의 1st 발생이 손실량 0에 미 존재시 손실량이 최대인 요구부터 최소 손실량 요구로 내림차순으로 배정 순서를 결정하였으며, 모든 요구의 1st 발생이 손실량 0에 존재하는 경우 각 패턴의 $q_i$ 를 계산하여 내림차순으로 패턴 수 $x_i$의 배정순서를 결정하였다. 다음으로 충족시키지 못한 요구량에 대해서는 해당 요구를 포함하는 패턴을 찾아 요구량을 배정하는 방법을 적용하였다. 2개의 실험 데이터에 제안된 알고리즘을 적용한 결과 정확한 해를 구하는데 성공하였다.

본 논문에서는 제안된 알고리즘을 1D-CSP에만 적용되었으며, 추후 보다 어려운 2D-CSP 문제에 적용하여 적합성을 검증할 예정이다.

## 참고문헌


[1] Wikipedia, "Cutting Stock Problem," http://en.wikipedia.org/wiki/Cutting_stock_problem, Wikimedia Foundation Inc., 2013.

[2] S. M. A. Suliman, "Pattern Generating Procedure for the Cutting Stock Problem," International Journal of Production Economics, Vol. 74, No. 1-3, pp. 293-301, Dec 2001.

[3] S. Umetani, M. Yagiura, and T. Ibaraki, "A Local Search Approach for One Dimensional Cutting Stock Problem," MIC 2001 - 4th Metaheuristics International Conference, Portugal, Jul 2001.

[4] J. Nazemi, "Kiln Planning, A Cutting Stock Approach," Industrial Engineering Department, AZAD University, Tehran, IRAN, 2008.

[5] G. Belov and G. Scheithauer, "The Number of Setups (Different Patterns) in One-Dimensional Stock Cutting," Institute for Numerical Mathematics, Dresden University, 2003.

[6] C. Goulimis, "Optimal Solutions for the Cutting Stock Problem," European Journal of Operational Research, Vol. 44, No. 2, pp. 197-208, Jan 1990.

[7] P. C. Gilmore and R. E. Gomory, "A Linear Programming Approach to the Cutting Stock Problem," Operations Research, Vol. 9, No. 6, pp. 849-859, Nov 1961.

[8] R. W. Haessler, "Controlling Cutting Pattern Changes in One-Dimensional Trim Problems," Operations Research, Vol. 23, No. 3, pp. 483-493, May 1975.

[9] J. Bisschop and M. Roelofs, "AIMMS Optimization Modeling, AIMMS 3.8," Paragon Decision Technology, 2007.

[10] S. Umetani, "Combinatorial Optimization and Algorithms: Benchmark Problem Instances" Department. of Advanced Science and Technology, Graduate School of Engineering, Toyota Technological Institute, Nagoya city, Japan, 2003.

[11] S. Umetani, M. Yagiura, and T. Ibaraki, "One Dimensional Cutting Stock Problem to Minimize the Number of Different Patterns," European Journal of Operational Research, Vol. 146, No. 2, pp. 388-402, Apr 2003.


## 저 자 소 개


이 상 운(Sang-Un, Lee)

1983년 ~ 1987년 :
한국항공대학교 항공전자공학과 (학사)
1995년 ~ 1997년 :
경상대학교 컴퓨터과학과 (석사)
1998년 ~ 2001년 :
경상대학교 컴퓨터과학과 (박사)
2003.3 ~ 현 재 :
강릉원주대학교 멀티미디어공학과 부교수
관심분야 : 소프트웨어 프로젝트 관리, 소프트웨어 개발 방법론, 소프트웨어 신뢰성, 신경망, 뉴로-퍼지, 그래프 알고리즘
e-mail : sulee@gwnu.ac.kr