Journal of The Korea Society of Computer and Information
Vol. 20, No. 4, April 2015
www.ksci.re.kr
http://dx.doi.org/10.9708/jksci.2015.20.4.111

시험 일정 계획 수립 문제에 관한 채색 수 알고리즘

이 상 운*

Chromatic Number Algorithm for Exam Scheduling Problem

Sang-Un Lee*

요 약

시험 일정 계획 수립 문제는 정확한 해를 다항시간으로 구하는 알고리즘이 알려져 있지 않은 NP-완전이다. 이 문제에 대해, Guéret et al.은 $O(m^4)$ 수행 복잡도의 선형계획법으로 해를 얻고자 하였다. 반면에, 본 논문에서는 $O(m)$ 복잡도의 채색 수 알고리즘을 제안하였다. 제안된 방법은 원 데이터를 교과목에 대한 부적합성 행렬과 그래프로 변환시켰다. 다음으로, 부적합성 제약조건을 충족하면서 최소의 시간으로 시험을 치루기 위해, 최소 차수 정점(교과목)부터 인접하지 않은 정점들을 C_i 색으로 배정하여 B_i 상자에 채웠다. 실험 결과, 제안된 알고리즘은 시험 일정 계획 수립 문제에 대해 선형계획법의 $O(m^4)$를 $O(m)$으로 단축시키면서도 동일한 해를 얻었다.

▸ Keywords : 부적합성, 상자 채우기, NP-완전, 분할정복, 채색 수

Abstract

The exam scheduling problem has been classified as nondeterministic polynomial time-complete (NP-complete) problem because of the polynomial time algorithm to obtain the exact solution has been unknown yet. Guéret et al. tries to obtain the solution using linear programming with $O(m^4)$ time complexity for this problem. On the other hand, this paper suggests chromatic number algorithm with $O(m)$ time complexity. The proposed algorithm converts the original data to incompatibility matrix for modules and graph firstly. Then, this algorithm packs the minimum degree vertex (module) and not adjacent vertex to this vertex into the bin B_i with color C_i in order to exam within minimum time period and meet the incompatibility constraints. As a result of experiments, this algorithm reduces the $O(m^4)$ of linear programming to $O(m)$ time complexity for exam scheduling problem, and gets the same solution with linear programming.

▸ Keywords : Incompatibility, Bin packing, NP-complete, Divide-and-conquer, Chromatic number

•제1저자 : 이상운
•투고일 : 2015. 01. 21, 심사일 : 2015. 02. 04, 게재확정일 : 2015. 03. 04.
* 강릉원주대학교 멀티미디어공학과 (Dept. of Multimedia Eng., Gangneung-Wonju National University)

I. 서 론

특정과의 학생들은 한 학기에 다수의 필수와 선택 교과목들을 수강 신청하여 강의를 듣는다. 이 경우, 중간고사나 기말고사와 같이 특정 기간 동안 시험을 치를 경우, 동일 시간에 배정된 a,b 교과목에 대해 만약, 한 명의 학생이라도 a,b를 동시에 수강 신청한 경우 이 학생은 a,b 두 과목을 동시에 시험을 볼 수 없으므로, 시험 시간표를 잘못 작성한 사례가 된다.

m개 교과목을 n 시간에 시험을 치른다고 한다. m개 교과목은 a개의 필수 교과목과 b개의 선택 교과목으로 나누어지며, $m \times m$의 부적합성 행렬 (incompatibility matrix)의 $a_{ij} = \{0,1\}$에 대해 $a_{ij} = 1$은 i와 j 교과목을 수강 신청한 경우로, 동시에 시험을 볼 수 없다. 이 경우, n 시험시간으로 m개 교과목에 대한 시험을 모두 볼 수 있는가? 만약, 가능하다면 어떻게 시험 일정을 작성할 것인가가 시험 일정 계획 문제 (Exam Scheduling Problem, ESP)이다[1,2].

ESP는 Falkenauer[3]의 상자 채우기 문제 (Bin Packing Problem, BPP)로 볼 수 있으며, BPP는 정확한 해를 찾는 다항시간 알고리즘이 알려져 있지 않아 NP-완전 (NP-complete)으로 분류되고 있다.

ESP 또한 NP-완전[4]으로 대부분의 기존 연구는 한 대학 전체 교과목과 전체 학생들을 대상으로 하는 대규모 데이터에 적용하고 있다. 이에 대한 연구로는 Malkawi et al.[4], Leighton[5]와 Akbulut와 Yilmaz[6]의 그래프 채색 (graph coloring), Kordalewski et al.[7], Arogundade et al.[8]의 유전자 알고리즘 (Genetic Algorithm, GA), White et al.[9]의 Tabu 탐색법 (Tabu Search, TS), Eley[10]의 개미집단 최적화 (Ant Colony Optimization, ACO) 알고리즘, Marco et al.[11]과 Merlot et al.[12]의 하이브리드 알고리즘 (Hybrid Algorithm, HA) 등 다양한 메타휴리스틱 기법들을 적용하고 있다.

이와 같이 ESP를 한 대학 전체 교과목과 전체 학생들을 대상으로 하는 대규모 데이터에 적용할 경우 NP-완전으로 해를 다항시간으로 구하기 어렵다. 또한, 이 경우는 국내 현실과 맞지 않다. 현실적으로는 대학 전체가 아닌 학과 중심으로 운영되며, 교양과 전공 교과목들 중 교양과목을 포함하는 경우, 마지막 1주간 해당 수업시간에 시험을 치를 수 있기 때문에 굳이 ESP의 해를 구할 필요도 없다. 그러나 마지막 1주간이 아닌 특정 기간 동안 시험을 치루는 경우라면 문제가 달라질 수 있다. 이 경우는 학교 전체를 학과의 학년 단위로 분할하여 정복하는 분할정복 (divide-and-conquer) 기법을 적용하면 문제를 보다 단순화 시킬 수 있다. 따라서, 본 논문에서는 특정 학과를 대상으로 하는 소규모 실험 데이터에 대한 ESP에 초점을 맞춘다.

NP-완전인 n개 상자에 m개 교과목들 중 동시에 시험을 치룰 수 있는 교과목들을 채우는 ESP의 BPP에 대해 Guéret et al.[1]은 최적화 문제 (Optimization Problem, OP)로 취급하여, $O(m^4)$ 수행 복잡도의 선형계획법 (Linear Programming, LP) 최적화 패키지를, Edvall[2]은 CPLEX를 MATLAB 프로그램으로 작성하여 적용하였다.

본 논문에서는 BPP를 단순한 결정문제 (Decision Problem, DP)로 취급하여 $O(m)$ 수행 복잡도로 최소 채색 수를 구하는 규칙을 제시한 휴리스틱 알고리즘을 제안한다. 2장에서는 Guéret et al.[1]이 제시한 ESP 사례를 대상으로 고찰해 본다. 3장에서는 ESP에 대해 $O(m)$복잡도로 최적 해를 구할 수 있는 최소 채색 수 알고리즘을 제안한다. 4장에서는 제안된 알고리즘을 실제 데이터에 적용하여 알고리즘 적합성을 평가해 본다.

II. 시험 일정 계획과 상자 포장 문제

Guéret et al.[1]은 표 1의 P_1 ESP를 제시하였다. 이 문제는 한 대학의 컴퓨터학과 3학년 학생들이 수강할 11개 교과목들 (modules)을 보여주고 있다.

표 1. P_1 시험들 간의 부적합성
Table 1. Incompatibilities between different exams for P_1

	DA	NA	C++	SE	PM	J	GMA	LP	MP	S	DSE
DA	-	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1
NA	1	-	0	0	1	0	1	0	0	1	1
C++	0	0	-	1	1	1	1	0	1	1	1
SE	0	0	1	-	1	1	1	0	0	1	1
PM	1	1	1	1	-	1	1	1	1	1	1
J	0	0	1	1	1	-	1	0	1	1	1
GMA	1	1	1	1	1	1	-	1	1	1	1
LP	0	0	0	0	1	0	1	-	0	1	1
MP	0	0	1	0	1	1	1	0	-	1	1
S	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-	1
DSE	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-

한 학생은 4학년에 수강하고자 하는 생산계획 (production planning, PP)과 품질과 보안관리 (Quality and Security Management, QSM) 교과목 여부에 따라 11개 교과목 들 중 8개 교과목을 수강 신청해야 한다. 현 학기에서 특정 교과목은 필수 교과목 (obligatory modules)으로 지정되어 있다. 필수 교과목은 통계학 (Statistics, S), 그래프 모델과 알고리즘 (Graph Models and Algorithm, GMA), 생산관리 (Production Management, PM)와 이산시스템과 사건 (Discrete Systems and Events, DSE)의 4개 교과목이다. 나머지 선택 교과목 (optional modules) 8개는 데이터 분석 (Data Analysis, DA), 수치분석 (Numerical Analysis, NA), 수학 프로그래밍 (Mathematical Programming, MP), C++, Java (J), 로직 프로그래밍 (Logic Programming, LP), 소프트웨어공학 (Software Engineering, SE)이다.

표 1은 개설된 11개 교과목에 대해 모든 학생들이 수강 신청한 교과목들을 대상으로 부적합성 (incompatibility) 행렬을 표현하고 있다. 여기서 $a_{ij}=1,(i \neq j)$는 어느 한 학생이라도 i와 j 교과목을 동시에 수강 신청한 경우이다. 즉, $a_{ij}=1,(i \neq j)$인 i와 j 교과목을 동일 시간에 동시에 시험을 치룰 수 없음을 의미한다.

학과 주임교수는 학기 말에 시험 일정을 편성하고자 한다. 시험 기간은 2일, 매 시험시간은 2시간으로 08:00~10:00, 10:15~12:15, 14:00~16:00, 16:15~18:15로 1일 4회, 총 8회의 시험 시간이 배정되어 있다. 학과 주임교수는 동일 시험 시간에 부적합을 갖는 1개 이상의 교과목 시험을 볼 수 없도록 시험 시간표를 작성하고자 한다. 이에 대한 해답을 구하는 것이 ESP이다.

ESP는 m개의 교과목을 n개의 시험시간 상자에 포장하는 상자포장 문제 (Bin Packing Problem, BPP)로 볼 수 있다. BPP는 상자의 용량 C가 주어진 경우로 C를 만족시키도록 다수의 물품 (크기 또는 무게)을 포장할 수 있다. 반면에, ESP는 물품들 간의 부적합성으로 동일 상자에 포장할 수 없는 제약조건을 가지며, 상자의 용량 제약조건이 없다. 따라서, 상호간에 부적합성이 존재하지 않는 물품들은 모두 하나의 상자에 포장할 수 있다.

표 1의 P_1 문제에 대해, Guéret et al.[1]은 선형계획법 (LP) 패키지를 활용하였으며, Edvall[2]은 CPLEX를 MATLAB 프로그램으로 작성하여 표 2의 해를 얻었다.

표 2. LP와 CPLEX의 최적 배정
Table 2. Optimal assignment of LP and CPLEX

LP				
시험시간	08:00-10:00	10:15-12:15	14:00-16:00	16:15-18:15
Day 1	NA, SE, LP, MP	**PM**	**GMA**	DA, C++
Day 2	-	**S**	J	**DSE**

CPLEX				
시험시간	08:00-10:00	10:15-12:15	14:00-16:00	16:15-18:15
Day 1	**DSE**	**S**	**GMA**	**PM**
Day 2	NA, J, LP	DA, C++	SE, MP	-

Guéret et al.[1]이 적용한 선형계획법은 $O(m^4)$ 수행 복잡도를 갖는 최적화 방법으로 시험 일정표를 작성하여야 한다. 3장에서는 $O(m)$ 복잡도의 규칙을 제시한 휴리스틱 알고리즘을 제안한다.

III. 채색 수 알고리즘

본 장에서는 ESP를 m개 교과목을 n개 시험시간 상자에 포장하는 BPP로 보고, 채색 수 알고리즘 (Chromatic Number Algorithm, CNA)으로 최소의 채색 수 $\chi(G)$를 결정하는 기법을 다음과 같이 제안한다.

Step 1. 학생-교과목 또는 교과목-수강 학생 데이터에 대해 m개 교과목에 대한 $m \times m$의 부적합성 행렬을 작성한다. 여기서 $a_{ij}=1$은 부적합성으로 동일 시간에 시험을 볼 수 없는 쌍을, $a_{ij}=0$은 적합성으로 동일 시간에 시험을 볼 수 있는 쌍을 의미한다.

Step 2. 부적합성 행렬의 상삼각행렬 (upper triangle matrix)에 대해 부적합성 그래프 $G=(V,E)$를 그린다. 여기서, $v \in V$는 교과목 명, $e=\{u,v\} \in E$ 는 부적합성이 "1"인 경우이다.

Step 3. G에서 최소 차수 $\delta(G)$인 정점 u를 선택하여 i번째 색 C_i상자에 넣고, u와 인접한 모든 정점 v의 부속 간선을 모두 삭제한다. i번째 그래프에서 선택할 정점이 없을 때까지 이 과정을 반복 수행한다. 더 이상 선택할 정점이 없으면 $i=i+1$번째 색 C_{i+1} 상자를 배정하고, $G=G \setminus v \in C_i$ 그래프로 변환시킨다. 모든 정점들이 선택될 때까지 i를 증가시키면서 Step 3을 반복 수행한다.

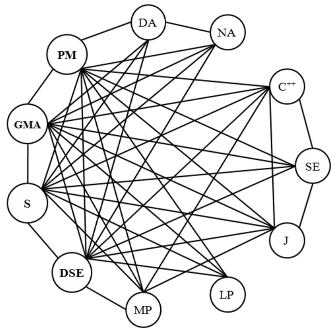
채색 수 문제는 NP-완전으로 알려져 있지만 제안된 알고리즘을 수행하면 Step 3에서 정점 (교과목)수 m에 대해 $O(m)$의 선형시간으로 최소의 채색 수를 얻을 수 있다.

Guéret et al.[1]은 이를 최적화 문제로 보아 $O(m^4)$ 수행 복잡도를 갖는 선형계획법의 최적화 문제를 풀고자 한 반면 제안된 알고리즘은 단순히 채색 수 알고리즘을 적용하여 $O(m)$복잡도로 보다 단순화 시킬 수 있었다.

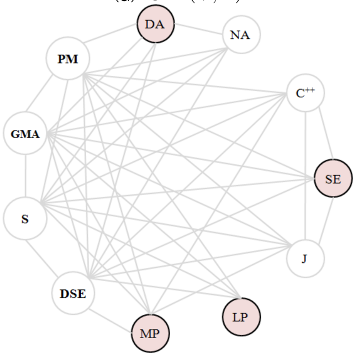
표 1의 P_1 문제에 대해 CNA를 적용한 결과는 그림 1과 같다. 그림 1에서, (a)의 G에서 최소 차수 정점 $\delta(G)=LP$, $\deg(LP)=4$이다. 따라서, 첫 번째 색 C_1에는 LP가 첫 번째로 저장되고, LP와 인접한 PM, GMA, S의 부속 간선들을 모두 삭제하면 , $\delta(G)=DA,NA$, $\deg(DA)=\deg(NA)=1$로 DA나 NA 중 임의로 DA를 C_1에 저장하고, 이어서 MP, SE 순으로 C_1에 저장된다. 따라서, $C_1=\{LP,DA,MP,SE\}$가 되며 하나의 상자에 넣을 수 있다. 다음으로 남은 정점들에 대해 C_2 색에는 최소 차수인 NA, NA의 인접 정점들의 간선을 삭제시 최소 차수인 C++과 J 중에서 임의로 J를 배정하면 $C_2=\{NA,J\}$로 하나의 상자에 채울 수 있다. 이와 같은 방법으로 배정하면 $C_3=\{C^{++}\}, C_4=\{PM\}, C_5=\{GMA\}$, $C_6=\{S\}, C_7=\{DSE\}$로 7개 상자를 채울 수 있으며, 더 이

상 남은 정점 (교과목)이 없으므로 알고리즘이 종료되어 상자 #8은 빈 상자로 남게 된다. 각 상자는 8개의 시험 시간 어디에 배정하여도 무방하다.

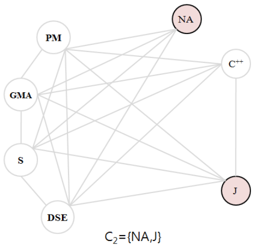
	DA	NA	C++	SE	PM	J	GMA	LP	MP	S	DSE
DA	–	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1
NA	1	–	0	0	1	0	1	0	0	1	1
C++	0	0	–	1	1	1	1	0	1	1	1
SE	0	0	1	–	1	1	1	0	0	1	1
PM	1	1	1	1	–	1	1	1	1	1	1
J	0	0	1	1	1	–	1	0	1	1	1
GMA	1	1	1	1	1	1	–	1	1	1	1
LP	0	0	0	0	1	0	1	–	0	1	1
MP	0	0	1	0	1	1	1	0	–	1	1
S	1	1	1	1	1	1	1	1	1	–	1
DSE	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	–



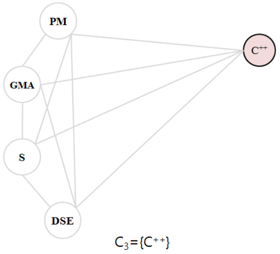
(a) $G=(V,E)$



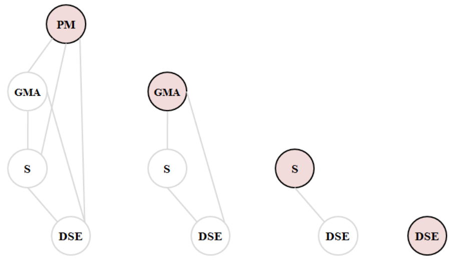
C_1={LP, DA,MP, SE}



C_2={NA,J}

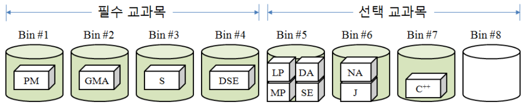


C_3={C++}



C_4={PM} C_5={GMA} C_6={S} C_7={DSE}

(b) Chromatic number of G



(c) Final result of bin packing

그림 1. P_1에 대한 CNA의 최적 배정

Fig. 1. Optimal assignment of CNA for P_1

P_1 문제에 대해 제안된 CNA, LP와 CPLEX의 결과를 요약하여 표 3에 제시하였다. 제안된 CNA는 단순히 채색 수 알고리즘을 적용하여 최적 해를 구할 수 있었으며, LP, CPLEX의 최적화 문제와 동일한 해를 얻었다.

표 3. P_1에 대한 결과 비교

Table 3. Compare with results for P_1

LP				
시험시간	08:00-10:00	10:15-12:15	14:00-16:00	16:15-18:15
Day 1	NA, SE, LP, MP	**PM**	**GMA**	DA, C^{++}
Day 2	–	**S**	J	**DSE**
CPLEX				
시험시간	08:00-10:00	10:15-12:15	14:00-16:00	16:15-18:15
Day 1	**DSE**	**S**	**GMA**	**PM**
Day 2	NA, J, LP	DA, C^{++}	SE, MP	–
CNA				
시험시간	08:00-10:00	10:15-12:15	14:00-16:00	16:15-18:15
Day 1	**PM**	**GMA**	**S**	**DSE**
Day 2	LP, DA, MP, SE	NA, J	C^{++}	–

IV. 실험 및 결과 분석

본 장에서는 Akbulut과 Yilmaz[6]에서 인용된 P_2와 Leighton[5]에서 인용된 P_3 문제에 대해 제안된 CNA를 적용하여 본다.

P_2와 P_3는 표 4에 제시되어 있다. P_2는 10개 교과목에 대해 3일간 1일 2회, 시험시간당 2과목의 시험을 치루는 경우이다. 즉, 시험횟수 상자 수는 6개가 준비되어 있다. P_3은 12개 교과목에 대해 단지 최소 몇 개의 상자가 필요한가를 구하는 문제이다.

표 4. 실험 데이터
Table 4. Experimental data

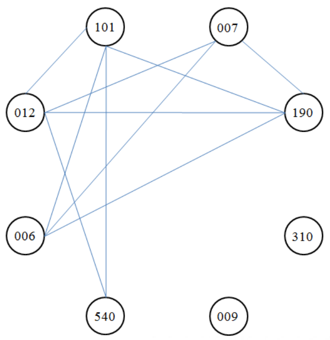
P_2	
Modules	Students
CSE 101	S01, S02, S03
CSE 007	S04, S05, S06
CSE 190	S02, S05, S06
CSE 310	S07, S08
CSE 009	S09, S10
CSE 540	S01, S03
CSE 006	S02, S04
CSE 012	S01, 05

P_3	
Modules	Students
M01	A1, A2, A3, A6
M02	B1, B2, B3
M03	B2, B4
M04	A1, A4, B4
M05	B1, B3
M06	A2, A3, B1
M07	A4, A6
M08	B3, B6, B7
M09	B5, B7, B8
M10	A1, B1, B4
M11	B3, B7
M12	A3, A5

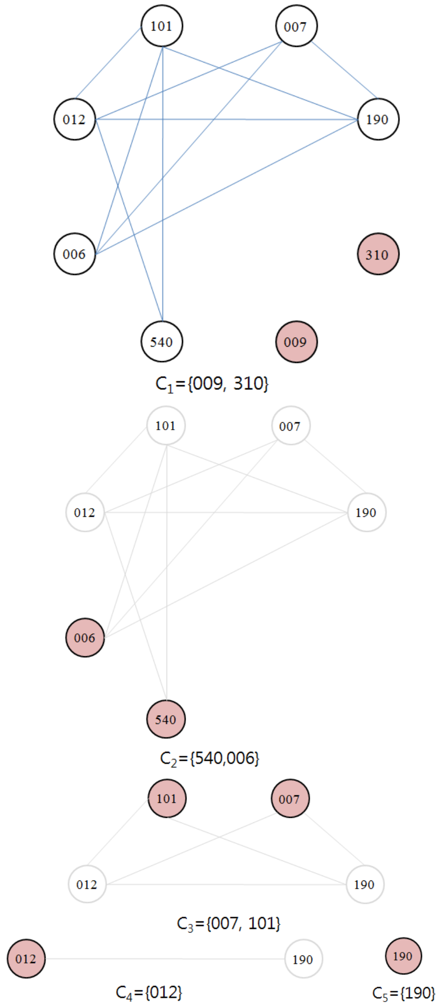
P_2에 대해 제안된 CNA를 적용한 결과는 그림 2에 제시되어 있다. P_2에 대해서는 하나의 상자에는 2개 교과목만 채울 수 있으므로, 최소 차수인 $\deg(009)=\deg(310)=0$ 에 대해 $C_1=\{009,310\}$ 색이 배정되었다. 다음으로 $\deg(540)=2$를 C_2에 채우면 $\deg(006)=\deg(007)=\deg(190)=2$ 가 남아 006을 C_2로 배정한다. 따라서, $C_2=\{540,006\}$이다. 다음으로, $\deg(101)=\deg(007)=2$로 C_3에 101을 채우면 $\deg(007)=0$로 $C_3=\{101,007\}$이 배정된다. 남은 $\deg(012)=\deg(190)=1$에 대해, $\{012,190\}$의 간선이 존재하여 $C_4=\{012\}, C_5=\{190\}$이 배정된다.

Student	Modules							
	CSE 101	CSE 007	CSE 190	CSE 310	CSE 009	CSE 540	CSE 006	CSE 012
S1	1	0	0	0	0	1	0	1
S2	1	0	1	0	0	0	1	0
S3	1	0	0	0	0	1	0	0
S4	0	1	0	0	0	0	1	0
S5	0	1	1	0	0	0	0	1
S6	0	1	1	0	0	0	0	0
S7	0	0	0	1	0	0	0	0
S8	0	0	0	1	0	0	0	0
S9	0	0	0	0	1	0	0	0
S10	0	0	0	0	1	0	0	0

	CSE 101	CSE 007	CSE 190	CSE 310	CSE 009	CSE 540	CSE 006	CSE 012
CSE 101	–	0	1	0	0	1	1	1
CSE 007	0	–	1	0	0	0	1	1
CSE 190	1	1	–	0	0	0	1	1
CSE 310	0	0	0	–	0	0	0	0
CSE 009	0	0	0	0	–	0	0	0
CSE 540	1	0	0	0	0	–	0	1
CSE 006	1	1	1	0	0	0	–	0
CSE 012	1	1	1	0	0	1	0	–



(a) $G=(V,E)$

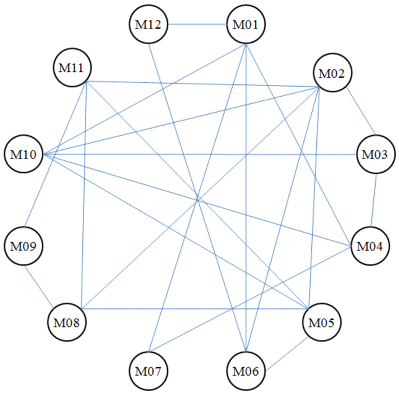


(b) Chromatic number of G
그림 2. P_2에 대한 CNA의 최적 배정
Fig. 2. Optimal assignment of CNA for P_2

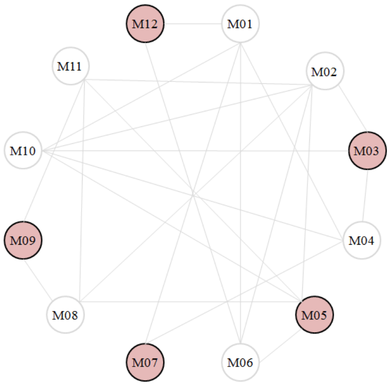
P_3에 대해 제안된 CNA를 적용한 결과는 그림 3에 제시되어 있다. 하나의 상자에 채울 수 있는 교과목 수 제한사항이 없으므로, 최대한으로 채우기 위해, 최소 차수인 $\deg(M07)=\deg(M09)=2$중 임의의 하나로부터 선택하면 $C_1=\{M07, M09, M05, M12, M03\}$이 배정된다. 이어서 $C_2=\{M04, M06, M08\}$, $C_3=\{M01, M02\}$, $C_4=\{M10, M11\}$이 배정되어 4개 시험시간 동안 12개 교과목 시험을 치를 수 있다.

Class	Student	Module											
		M01	M02	M03	M04	M05	M06	M07	M08	M09	M10	M11	M12
A	A1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
	A2	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	A3	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
	A4	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
	A5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	A6	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
B	B1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
	B2	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	B3	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	B4	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
	B5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	B6	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	B7	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0
	B8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0

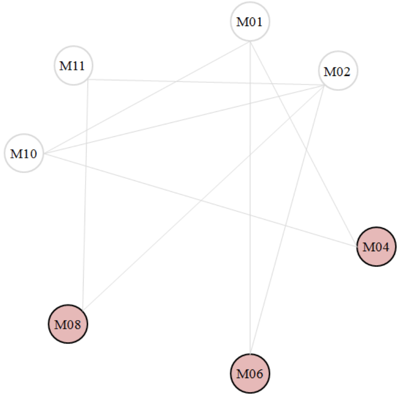
	M01	M02	M03	M04	M05	M06	M07	M08	M09	M10	M11	M12
M01	–	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1
M02		–	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0
M03			–	1	0	0	0	0	0	1	0	0
M04				–		0	1	0	0	1	0	0
M05					–	1	0	1	0	1	1	0
M06						–	0	0	0	0	0	1
M07							–	0	0	0	0	0
M08								–	1		1	0
M09									–		1	0
M10										–	0	0
M11											–	0
M12												–



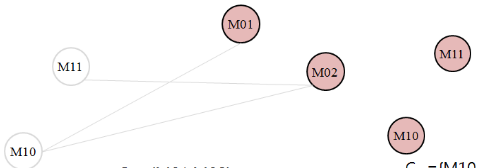
(a) $G=(V,E)$



C_1={M05,M07,M09,M12,M03}



C_2 ={M04,M06,M08}



C_3 ={M01,M02} C_4 ={M10,M11}

(b) Chromatic number of G

그림 3. P_3에 대한 CNA의 최적 배정

Fig. 3. Optimal assignment of CNA for P_3

P_2에 대한 Akbulut과 Yilmaz[6]의 결과와 P_3에 대한 Leighton[5] 결과를 제안된 CNA 결과를 비교하여 표 5에 제시하였다.

표 5. P_2,P_3에 대한 결과 비교

Table 5. Compare with results for P_2 and P_3

P_2

Hybrid	09:00~11:00	11:00~13:00
Day 1	101, 007	310, 009
Day 2	190, 540	006
Day 3	012	-

Graph coloring	09:00~11:00	11:00~13:00
Day 1	190, 009	101, 310
Day 2	007	012, 006
Day 3	540	-

CNA	09:00~11:00	11:00~13:00
Day 1	009, 310	540, 006
Day 2	007, 101	012
Day 3	190	-

P_3

모델	Period #1	Period #2	Period #3	Period #4
Graph coloring	M01,M02,M09	M07,M08, M10,M12	M04,M06,M11	M03,M05
CNA	M07,M05,M09, M12,M03	M04,M06,M08	M01,M02	M10,M11

V. 결론

NP-완전인 BPP의 일종인 시험 일정 계획 수립 문제에 대해, Guéret et al.[1]은 $O(m^4)$ 복잡도의 선형계획법 최적화 기법으로 해를 얻고자 하였다. 반면에, 본 논문에서는 이 문

제에 대해 $O(m)$복잡도의 채색 수 문제로 최적 해를 얻을 수 있는 휴리스틱 알고리즘을 제안하였다.

제안된 방법은 최소 차수를 가진 정점 u부터 C_i 색을 배정하고, u에 인접한 정점들을 제외한 나머지 정점들에 대해 최소 차수 정점을 C_i에 반복적으로 채우는 방법으로 최소 채색 수 상자 개수를 얻을 수 있었다.

실험 결과, 제안된 알고리즘은 NP-완전 문제인 ESP에 대해 선형계획법의 $O(m^4)$ 수행 복잡도를 $O(m)$으로 단축시키면서도 동일한 최적 해를 얻을 수 있음을 보였다.

결론적으로, 제안된 알고리즘은 간단히 해를 구할 수 있는 관계로 시험 일정 계획을 수립하는데 실제로 큰 도움을 줄 수 있을 것이다.

REFERENCES

〔1〕 C. Guéret, X. Prins, and M. Sevaux, "Applications of Optimization with Xpress-MP: 14.4 Exam Scheduling," Dash Optimization Ltd., pp. 220-221, Feb. 2005.

〔2〕 M. Edvall, "Exam Scheduling," Tomlab Optimization Inc, http://tomsym.com/examples/tomsym_examscheduling.html, Apr. 2009.

〔3〕 E. Falkenauer, "A Hybrid Grouping Genetic Algorithm for Bin Packing," Journal of Heuristics, Vol. 2, No. 1, pp 5-30, Aug. 1996.

〔4〕 M. Malkawi. M. A. H. Hassan, and O. A. H. Hassan, "A New Exam Scheduling Algorithm Using Graph Coloring," The International Arab Journal of Information Technology, Vol. 5, No. 1, pp. 80-87, Jan. 2008.

〔5〕 F. T. Leighton, "A Graph Coloring Algorithm for Large Scheduling Problems," Journal of Research of the National Bureou of Standards, Vol. 84, No. 6, pp. 489-506, Nov. 1979.

〔6〕 A. Akbulut and G. Yilmaz, "University Exam Scheduling System Using Graph Coloring Algorithm and RFID Technology," International Journal of Innovation, Management and Technology, Vol. 4, No. 1, pp. 66-72, Feb. 2013.

〔7〕 D. Kordalewski, C. Liu, and K. Salvesen, "Solving an Exam Scheduling Problem Using a Genetic Algorithm," Department of Statistics, University of Toronto, Toronto, Canada, TR-2009-1, 2009.

〔8〕 O. T. Arogundade, A. T. Akinwale, and O. M. Aweda, "A Genetic Algorithm Approach for a Real- World University Examination Timetabling Problem," International Journal of Computer Applications, Vol. 12, No. 5, pp. 1-4, Dec. 2012.

〔9〕 G. White, B. Xie, and S. Zonjic, "Using Tabu Search with Longer Term Memory and Relaxation to Create Examination Timetables", European Journal of Operational Research, Vol. 153, No. 16, pp.80-91, Feb. 2004.

〔10〕 M. Eley, "Ant Algorithms for the Exam Timetabling Problem," Proceedings of the 6th International Conference on Practice and Theory of Automated Timetabling VI, Lecture Notes in Computer Science Vol. 3867, pp. 364-382, Aug. 2007.

〔11〕 C. Marco, B. Mauro, and S. Krzysztof, "An Effective Hybrid Algorithm for University Course Timetabling", Journal of Scheduling, Vol. 9, No. 5, pp. 403-432, Oct. 2006.

〔12〕 L. T. G. Merlot, N. Boland, B. D. Hughes, and P. J. Stuckey, "A Hybrid Algorithm for the Examination Timetabling Problem," 4th International Conference on Practice and Theory of Automated Timetabling IV, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 2740, pp. 207-231. Aug. 2002.

저 자 소 개

이 상 운(Sang-Un, Lee)
1983년 ~ 1987년 :
한국항공대학교 항공전자공학과 (학사)
1995년 ~ 1997년 :
경상대학교 컴퓨터과학과 (석사)
1998년 ~ 2001년 :
경상대학교 컴퓨터과학과 (박사)
2003.3 ~ 2015.3 :
강릉원주대학교 멀티미디어공학과 부교수
2015.4 ~ 현 재 :
강릉원주대학교 멀티미디어공학과 정교수
관심분야 : 소프트웨어 프로젝트 관리, 소프트웨어 개발 방법론, 소프트웨어 신뢰성, 그래프 알고리즘
e-mail : sulee@gwnu.ac.kr