

An Acceleration Method for Symmetry Detection using Edge Segmentation

Bo Whan Won*, Ja Young Koo**

Abstract

Symmetry is easily found in animals and plants as well as in artificial structures. It is useful not only for human cognitive process but also for image understanding by computer. Application areas include face detection and recognition, indexing of image database, image segmentation and detection, and analysis of medical images. The method used in this paper extracts edges, and the perpendicular bisector of any pair of selected edge points is considered to be a candidate axis of symmetry. The coefficients of the perpendicular bisectors are accumulated in the coefficient space. Axis of symmetry is determined to be the line for which the histogram has maximum value. This method shows good results, but the usefulness of the method is restricted because the amount of computation increases proportional to the square of the number of edges. In this paper, an acceleration method is proposed which performs 2^{2n} times faster than the original one. Experiment on 20 test images shows that the proposed method using level-3 image segmentation performs 63.9 times faster than the original method.

▶ Keyword : symmetry detection, reflectional symmetry, coefficient space histogram, image segmentation, acceleration method

1. Introduction

대칭성은 동식물을 비롯한 자연계와 인공 구조물에서도 흔히 발견되는 속성으로서 어떤 형상이나 객체가 둘 이상의 동일한 부분으로 나누어 질 수 있는 성질을 말한다. 대응되는 동일한 형상들의 기하학적 관계에 따라서 대칭성은 반사적 대칭, 회전적 대칭, 이동적 대칭, 나선적 대칭, 신축적 대칭 등으로 정의될 수 있다 [1]. 본 논문이 다루는 대칭성은 반사적 대칭으로서 다른 대칭성들에 비해 실세계에서 가장 흔히 발견되는 대칭성이다. 대칭성은 사람의 인지과정에서 뿐만 아니라 컴퓨터를 이용한 영상인식 과정에서 중요한 정보로 사용될 수 있으므로 오래전부터 관심의 대상이었다[2-6]. 대칭성이 활용되는 문제 영역은 일일이 열거할 수 없이 다양하지만 얼굴의 검출과 인식

W[7-9], 영상 데이터베이스의 인덱싱[10], 영상의 분할과

검출[11,12], 의료 영상분석[13] 등 다양한 분야에서 활용된다.

본 논문에서 다루는 대칭축 검출방식은 주어진 영상으로부터 에지를 추출하고 이 점의 집합으로부터 선택된 임의의 두 점 사이의 수직이등분선을 전체 점의 집합에 대한 대칭축 후보로 간주하여 그 직선의 계수를 계수공간에 누적시키는 것이다. 그런데 다른 후보들에 비해서 실제 대칭축을 중심으로 더욱 많은 점의 쌍들이 대칭 관계에 있으므로 그들의 수직이등분선들이 같은 계수를 공유하고 그 결과 계수 공간상의 계수 히스토그램이 그 지점에서 높은 값을 갖게 된다. 이와 같은 방식으로 모든 점의 쌍들에 대해서 히스토그램을 구하여 최댓값을 찾음으로써 주어진 영상의 대칭축을 검출하게 된다. 이 방식은 단순 드로잉과 사람의 얼굴에 대하여 기대할만한 실험결과를 보여주었다[9].

그러나 이 방식은 영상 내에 존재하는 에지의 수가 증가함에 따라 고려해야 하는 에지 쌍의 수가 제곱에 비례하여 증가하는

• First Author : Bo Whan Won, Corresponding Author : Ja Young Koo
*Bo Whan Won (wonbbo@gmail.com) Dept. of Software, Dankook University
**Ja Young Koo (jyko@dankook.ac.kr) Dept. of Software, Dankook University
• Received: 2015. 08. 11, Revised: 2015. 08. 18, Accepted: 2015. 09. 04.

단점을 가지고 있다. 특히 상용되는 영상의 해상도가 점차 커지는 현실에 비추어 이 방식이 유효하기 위해서는 처리되는 에지의 수가 늘어나지 않도록 하는 것이 필요하다. 단순한 샘플링에 의한 데이터 축소는 해상도가 줄어드는데 따른 검출에러가 증가하기 때문에 효용성이 떨어진다. 본 논문에서는 에지영상을 부분영상으로 분할하여 처리함으로써 해상도를 감소시키지 않으면서도 처리 속도를 빠르게 하는 방법을 제안하고 있다.

2장에서는 계수 공간 히스토그램에 의한 대칭축 검출방식을 기술하고 있으며, 3장에서는 영상분할을 통한 가속화 방안을 제안하고 있다. 4장에서는 다양한 데이터에 대한 제안된 방식의 실험결과를 보이고 있으며 5장에서는 결론을 기술하고 있다.

II. Symmetry detection

본 논문에서는 주어진 영상의 에지 점들로 구성된 점의 집합 E 의 대칭적 최대 부분집합의 대칭축을 구하는 문제를 다룬다. 대칭축을 나타내는 직선 R 에 대한 점 p 의 대칭변환을 $q = T_R(p)$ 로 나타내면, 직선 R 에 대한 점의 집합 E 의 대칭변환 $M_R(E)$ 를 $M_R(E) = \{q | q = T_R(p), p \in E\}$ 로 정의할 수 있다. 이때 E 가 직선 R 에 대해서 대칭이면 $E = M_R(E)$ 이고 비대칭이면 $E \neq M_R(E)$ 이다. 주어진 점의 집합 E 에 대한 대칭축을 찾는 것은 식(1)을 만족하는 직선 R_{max} 를 구하는 문제이다. 여기서 $|\cdot|$ 는 집합의 크기를 나타내는 함수이다.

$$R_{max} = \operatorname{argmax}_{(R)} |E \cap M_R(E)| \quad (1)$$

그러나 직선 R 에 대응하는 계수 공간의 크기는 대단히 크므로 식 (1)을 만족하는 해를 계수 공간에서 전수 탐색 할 수는 없고 효과적인 전략을 필요로 한다. 본 논문에서 다루는 방식은 그림 1에 보이는 것처럼 점의 집합이 대칭성을 가질 때 대칭축을 중심으로 대칭되는 모든 점의 쌍들은 그들의 수직이등분선이 같은 계수를 공유하는 동일한 직선이라는 점에 착안한 것이다.

E 에 속한 두 점 e_i 와 e_j 가 R 에 대해서 대칭인 두 점이라면, R 은 e_i 와 e_j 의 수직 이등분선이 되고 $y = mx + h$ 로 표시될 수 있다. 따라서 xy 공간에서 선택된 한 쌍의 점은 mh 공간에서 하나의 점으로 사상된다. R 을 중심으로 한 모든 대칭점의 쌍들은 같은 대칭축을 공유하므로, xy 공간상의 모든 점들의 쌍에 대해서 대응하는 계수를 mh 공간에서 누적시키면 계수 공간 히스토그램이 구성되고 R 의 계수 위치에 높은 값이 누적된다. 이렇게 구성된 계수 공간 히스토그램에서 최댓값을 갖는 계수로부터 대칭축을 검출한다.

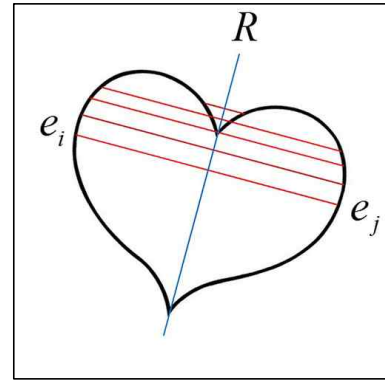


Fig. 1. Perpendicular bisector shared by symmetric pairs of points

그러나 직선을 $y = mx + h$ 와 같은 양함수 형식으로 나타낼 때 수직선은 m 이 무한대가 되어야 하므로 계수공간을 표현할 방법이 적절치 않다. 직선을 식(2)에 보이는 바와 같이 원점으로부터 직선으로의 수선의 길이 ρ 와 그 수선이 x 축과 이루고 있는 각도 θ 를 변수로 나타내면 $0 \leq \theta < 360$ 이고 $0 \leq \rho < \rho_{MAX}$ 이므로 유한한 테이블로 계수 공간을 표현할 수 있다. 여기서 ρ_{MAX} 는 영상의 대각선 길이이다.

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta \quad (2)$$

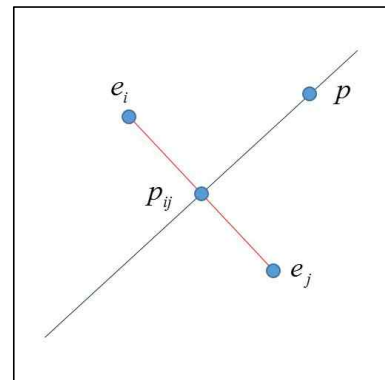


Fig. 2. Two points and their perpendicular bisector

두 점 e_i 와 e_j 의 수직 이등분선이 사상될 매개변수 공간상의 θ 와 ρ 값은 다음과 같이 계산된다. 그림 2에 보이는 바와 같이 두 직선은 직교하므로 내적이 0이다.

$$\begin{aligned} \vec{pp_{ij}} \cdot \vec{e_i e_j} &= 0, \text{ 즉,} \\ x_{ij} &= (x_i + x_j)/2, \quad y_{ij} = (y_i + y_j)/2 \\ (x - x_{ij}, y - y_{ij}) \cdot (x_i - x_j, y_i - y_j) &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

이다. 따라서 수직이등분선상의 점들은

$$(x_i - x_j)x + (y_i - y_j)y - (x_i^2 - x_j^2 + y_i^2 - y_j^2)/2 = 0 \quad (4)$$

을 만족하며 이 직선을 $ax + by + c = 0$ 의 형식으로 나타내면

$$\begin{aligned} a &= k(x_i - x_j) \\ b &= k(y_i - y_j) \\ c &= -k(x_i^2 - x_j^2 + y_i^2 - y_j^2)/2 \end{aligned} \quad (5)$$

이다. 여기서 k 는 임의의 비례 상수이다.

직선의 기울기는 $-a/b$ 이므로 원점을 지나고 그 직선과 직교하는 직선의 기울기는 b/a 이고 기울기를 각도로 나타내면 $\theta = \tan^{-1}(b/a)$ 이다. $\text{atan}()$ 함수는 $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$ 의 값을 반환하므로 θ 값이 양수인 경우에는 1과 3상한 중 어떤 상한의 각 인지, 음수인 경우에는 2와 4상한 중 어떤 상한의 각인지를 구분해야 한다. 그것은 직선의 y 절편 값 $h = -c/b$ 를 통해서 정해될 수 있다. 즉 $\theta > 0, h > 0$ 인 경우는 1상한의 각이고 $\theta > 0, h < 0$ 인 경우는 3상한의 각이며, $\theta < 0, h > 0$ 인 경우는 2상한의 각이고, $\theta < 0, h < 0$ 인 경우는 4상한의 각이다. 따라서 $0 \leq \theta < 2\pi$ 의 각도를 결정하기 위해서는 다음과 같은 코드가 필요하다.

```
theta=atan(b/a);
if(theta*h<0) theta+=PI;
if(theta<0) theta+=2*PI;
```

임의의 점 (x_0, y_0) 와 직선 $ax + by + c = 0$ 과의 최단 거리는 $d = |ax_0 + by_0 + c| / \sqrt{a^2 + b^2}$ 이므로 원점으로부터의 거리는 $\rho = |c| / \sqrt{a^2 + b^2}$ 이다.

이를 바탕으로 한 대칭축 검출 방법은 알고리즘 AOS(Axis of Symmetry)와 같다.

Algorithm AOS

```
1. 입력 영상에서 에지를 추출하여 테이블에 저장
// E_TBL: 에지 테이블, (x_i, y_i): i 번째 에지.
E_TBL[i].x = x_i; E_TBL[i].y = y_i
// S_theta_rho : 계수공간 배열
S_theta_rho[k][l] = 0로 초기화:

2. 모든 에지 쌍에 대해서 theta와 rho를 추출하여 누적
// N_EDG : 에지의 수
for(i = 0; i < N_EDG - 1; i++)
    for(j = i + 1; j < N_EDG; j++)
```

```
x_i = E_TBL[i].x; y_i = E_TBL[i].y
x_j = E_TBL[j].x; y_j = E_TBL[j].y
a = x_i - x_j
b = y_i - y_j
c = -(x_i^2 - x_j^2 + y_i^2 - y_j^2)/2
rho = |c| / sqrt(a^2 + b^2)
theta = atan(b/a)
h = -c/b
if(theta*h < 0) theta += pi
if(theta < 0) theta += 2pi
k = (int)(theta*180/pi); l = (int)rho
S_theta_rho[k][l] ++
end for
end for
```

3. 대칭축 계수의 결정

$$(\theta_{sym}, \rho_{sym}) = \text{argmax}_{(k,l)} (S_{\theta\rho}[k][l])$$

III. Acceleration by Edge Segmentation

2장의 대칭성 검출 알고리즘은 도형과 얼굴 데이터에 대한 실험을 통해서 기대할만한 결과를 보여주었다[9]. 그러나 이 알고리즘에서 대칭축의 계수 검출을 위해서 계산되어야 하는 수직이등분선의 수는 에지 점들의 개수가 N 일 때 N^2 에 비례해서 급격히 증가하므로 N 이 커지면 이 알고리즘은 현실적 대안으로서의 가치가 감소한다. 그러므로 고해상도 영상이 일반화되어가고 있는 현실에 비추어 이 알고리즘이 유용하려면 N 을 작게 만드는 것이 관건이 된다. N 을 작게 만드는 하나의 방법은 에지 영상을 샘플링하는 것이다. 그러나 이 방법은 영상의 해상도를 낮게 하므로 대칭축 검출의 오차가 증가할 수밖에 없다. 본 연구에서는 에지 영상의 해상도를 유지하면서 대칭축의 계수검출을 위한 계산량을 줄이는 방법을 제안하고 있다.

레벨- n 의 샘플링을 원 영상에 대한 x, y 방향으로의 2^n 주기의 샘플링이라고 정의할 때 이를 이용하여 주어진 에지 영상을 2^{2n} 개의 부분영상으로 분할할 수 있다. 각 분할 영상을 \mathbf{m}_{ij}^n 으로 표기하며 이것은 원 영상 \mathbf{I} 의 $x = i, y = j$ 번째 화소로부터 x, y 방향으로 각각 2^n 의 간격으로 샘플링 함으로써 얻어지는 영상이다. \mathbf{m}_{ij}^n 에서 샘플링 위치가 아닌 곳의 영상의 값은 0이다. \mathbf{m}_{ij}^n 들은 식 (6)과 식 (7)의 의미에서 원 영상 \mathbf{I} 의 분할영상이다.

$$m_{ij}^n \cap m_{kl}^n = 0 \text{ if } ij \neq kl \quad (6)$$

$$I = \sqcup_{0 \leq i, j < 2^n} m_{ij}^n \quad (7)$$

여기서 \cap , \sqcup , 0 은 각기 bitwise AND 연산자, bitwise OR 연산자, 0영상을 나타낸다.

예를 들어 $n = 1$ 인 영상분할은 다음과 같이 표현된다.

$$I = m_{00}^1 \sqcup m_{01}^1 \sqcup m_{10}^1 \sqcup m_{11}^1 \quad (8)$$

그림 3은 예제 영상, 에지 영상, 및 레벨-3 분할영상 64개 가운데 임의로 선택된 m_{00}^3 , m_{33}^3 , m_{77}^3 을 보여준다.

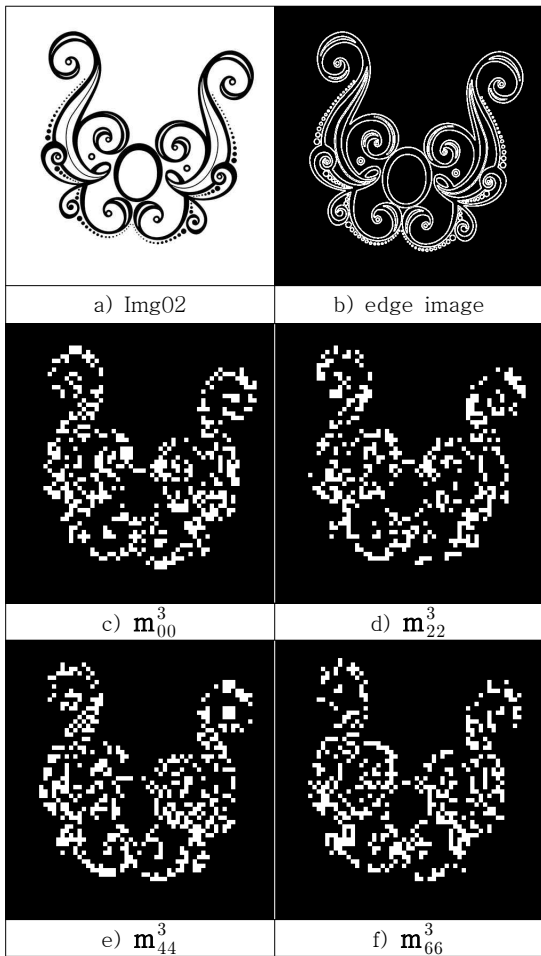


Fig. 3. Example image, edge image, and several m_{ij}^3

영상분할을 이용한 가속화된 알고리즘은 FAST_AOS와 같다.

Algorithm FAST_AOS

1. 초기화

$$n = level$$

$$S_{\theta\rho}[k][l] = 0 \text{ 으로 초기화:}$$

2. 모든 m_{ij}^n 에 대해서 θ 와 ρ 를 추출하여 누적

for($i = 0; i < 2^n; i++$)

for($j = 0; j < 2^n; j++$)

에지 영상으로부터 m_{ij}^n 을 구성

에지테이블 E_TBL 구성

알고리즘 AOS의 step 2. 실행

($S_{\theta\rho}$ 를 모든 m_{ij}^n 에 대해서 누적)

end for

end for

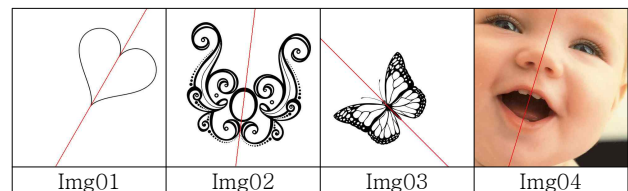
3. 대칭축 계수의 결정

$$(\theta_{sym}, \rho_{sym}) = argmax_{(k,l)} (S_{\theta\rho}[k][l])$$

에지의 수가 N 일 때 알고리즘 AOS가 처리해야 할 에지 쌍의 수 P 는 $P = N(N-1)/2 \approx N^2/2$ 이다. 개선된 알고리즘 FAST_AOS에서 각 분할영상 m_{ij}^n 에 포함된 에지의 수는 평균 $N/2^{2n}$ 이다. 따라서 새로운 알고리즘이 하나의 부분영상에서 처리할 에지 쌍의 수는 $P/2^{4n}$ 이 된다. 그런데 부분영상의 수는 2^{2n} 이므로 전체적으로 처리해야 할 에지 쌍의 수는 $2^{2n} P/2^{4n} = P/2^{2n}$ 가 된다. 예를 들어서 $n = 1$ 일 경우 에지 쌍의 수는 $1/4$ 이 되어 처리 속도가 4배가 되고, 마찬가지로 $n = 2$ 인 경우 속도는 16배가 되고 $n = 3$ 인 경우 평균 속도 개선은 64배가 된다.

IV. Test and Evaluation

제안된 대칭축 검출방법의 성능을 평가하기 위해서 그림 4에 보이는 바와 같은 크기가 512×512 인 컬러영상 20개로 구성된 데이터 집합이 사용되었다. 거기에는 단순 드로잉(Img01-Img03), 사람의 얼굴(Img04-Img07), 동물 및 반영 영상(Img08-Img12), 식물(Img13-Img15), 인공 구조물(Img16-Img18), 의료 영상(Img19-Img20)등이 포함되어 있다.



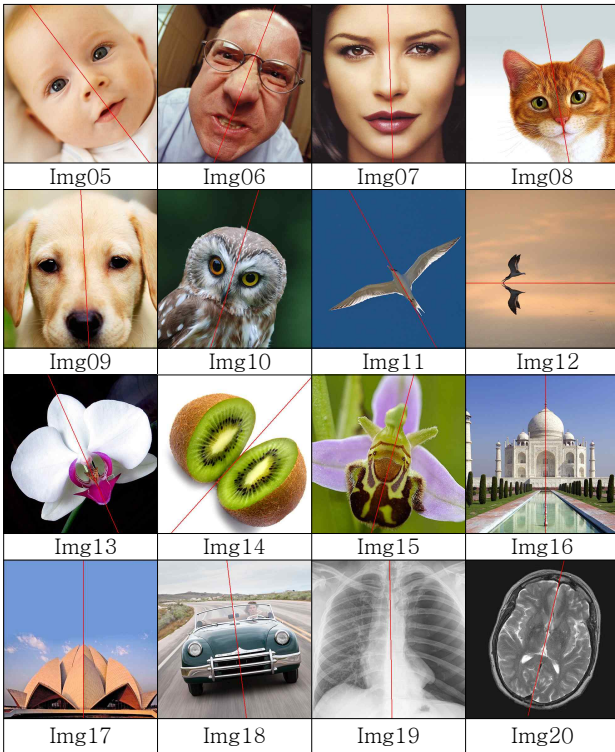
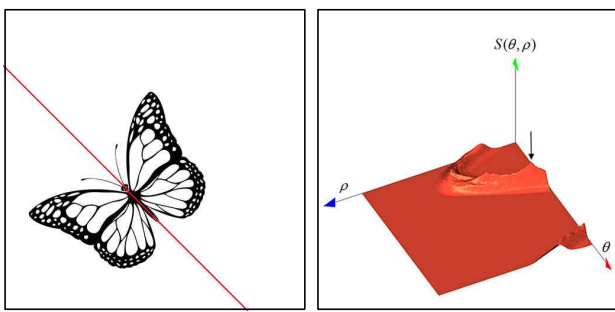
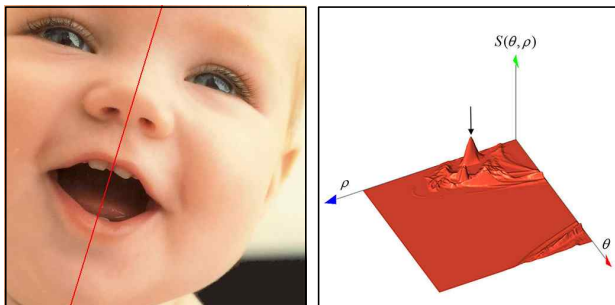


Fig. 4. Test images

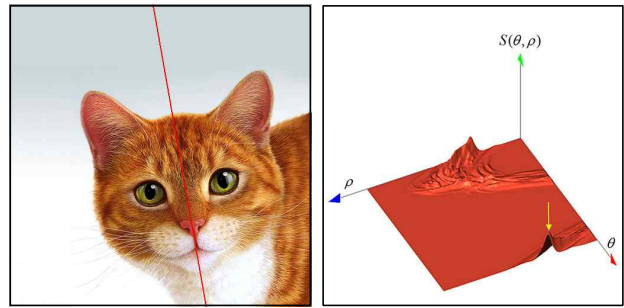
종류별로 하나의 영상과 제안된 알고리즘의 결과로 얻어진 계수 공간 $S(\theta, \rho)$ 의 내용이 그림 5에 보인다. 검출된 대칭축의 계수에 높은 값들이 누적되어 있음을 보여주고 있다.



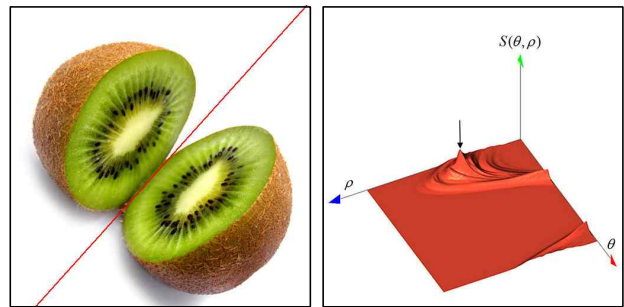
(a) butterfly(drawing) and its result : $\theta = 135, \rho = 69$



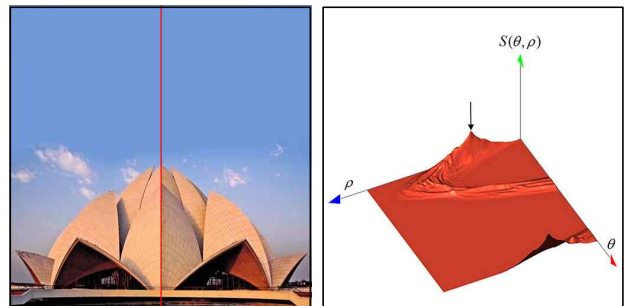
(b) baby(human face) and its result : $\theta = 17, \rho = 265$



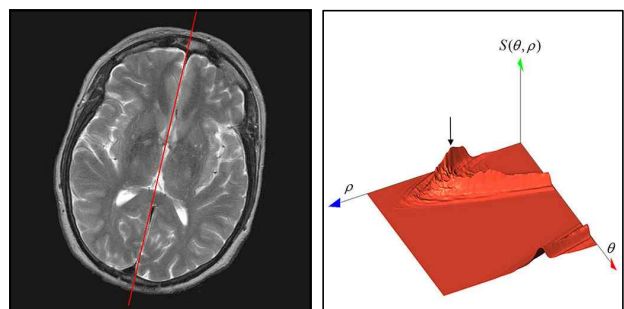
(c) cat(animal) and its result : $\theta = 350, \rho = 239$



(d) kiwi(plant) and its result : $\theta = 42, \rho = 374$



(e) building(artificial structure) and its result : $\theta = 0, \rho = 255$



(f) head mri(medical image) and its result : $\theta = 13, \rho = 309$

Fig. 5. Example images for application areas and coefficient detection by coefficient histograms.

표 1은 본 논문에서 제안된 방법을 20개의 512×512 크기의 테스트 영상에 대해서 적용한 결과로서, 검출된 대칭축의 계수(θ, ρ), 에지 점의 수(N_EDG), FAST_AOS에 의해 계산된 쌍의 수(N_PAIRS), 알고리즘 AOS에 의해 계산된 쌍의 수(ORG_PAIRS), 그리고 개선된 방법의 속도 개선비(Gain=ORG_PAIRS/N_PAIRS)를 보인다. 레벨-3의 영상분할이 사용

되었으며 제안된 방식이 기존 알고리즘에 비해서 평균 63.9배의 속도 개선이 있었음을 보여준다.

Table 1. Detection of axis of symmetry and speed enhancement ratio(level-3 image segmentation)

img	θ	ρ	N_EDG	N_PAIRS	ORG_PAIRS	Gain
01	30	397	4,060	127,423	8,239,770	64.7
02	7	285	29,124	6,620,249	424,089,126	64.1
03	135	69	15,413	1,850,895	118,772,578	64.2
04	17	265	5,489	234,850	15,061,816	64.1
05	323	68	5,719	253,879	16,350,621	64.4
06	21	353	19,057	2,832,641	181,575,096	64.1
07	358	245	8,369	545,398	35,015,896	64.2
08	350	239	7,779	471,877	30,252,531	64.1
09	357	246	6,289	307,407	19,772,616	64.3
10	17	312	12,705	1,259,471	80,702,160	64.1
11	331	105	6,944	375,026	24,106,096	64.3
12	90	301	2,138	38,185	2,284,453	59.8
13	336	131	11,430	1,017,771	65,316,735	64.2
14	42	374	15,780	1,940,689	124,496,310	64.2
15	11	299	10,159	804,259	51,597,561	64.2
16	0	257	21,869	3,745,508	239,115,646	63.8
17	0	255	12,601	1,243,624	79,386,300	63.8
18	353	222	19,675	3,020,746	193,542,975	64.1
19	0	259	14,656	1,674,683	107,391,840	64.1
20	13	309	21,349	3,553,949	227,879,226	64.1

V. Conclusions

본 논문에서는 점의 집합이 주어질 때 대칭인 부분집합이 최대가 되게 하는 대칭축을 검출하는 효과적인 방법을 제안하였다. 직선을 중심으로 대칭관계에 있는 두 점의 수직이등분선은 모두 같은 계수를 공유하는 동일 직선이다. 이 사실에 기반한 기본적인 대칭축 검출 알고리즘은 모든 두 점의 쌍들에 대해서 수직이등분선의 계수를 계수공간에서 누적시킴으로써 최대값을 갖는 계수를 검출하는 것이다. 개선된 알고리즘에서는 원 에지 영상을 레벨- n 샘플링을 통해서 영상분할 함으로써 평균 2^{2n} 배의 속도개선을 얻을 수 있게 되었다. 20개의 테스트 영상에 대해서 실험한 결과 레벨-3 영상분할을 통해서 원 알고리즘과 같은 결과를 63.9배 빠른 속도로 얻을 수 있음을 보였다.

REFERENCES

- [1] Y. Liu et al., "Computational symmetry in computer vision and computer graphics," *Foundations and Trends in Computer Graphics and Vision*, vol. 5, pp. 1-195, 2010.
- [2] M.J. Atallah, "On Symmetry Detection," *IEEE Trans. Computers*, vol. 34, no. 7, pp. 663-666, July 1985.
- [3] S. Lee and Y. Liu, "Curved glide-reflection symmetry detection," *IEEE Trans. PAMI*, vol. 34, no. 2, pp. 266-278, 2012.
- [4] V. Patraucean and R. G. von Gioi. "Detection of mirror symmetric image patches." *CVPR workshop on Symmetry Detection from Real World Images*, pp. 211-216, 2013
- [5] H. Akbar et al. "Bilateral Symmetry Detection on the Basis of Scale Invariant Feature Transform." *PLoS ONE* 9(8), 2014.
- [6] V.S.N. Prasad and B. Yegnanarayana, "Finding Axes of Symmetry from Potential Fields," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 13, no. 12, pp. 1559-1566, Dec. 2004.
- [7] S. Mitra et al., "Understanding the role of facial asymmetry in human face identification." *Statistics and Computing* vol. 17, pp.57-70. 2007.
- [8] A.K. Singh and G.C. Nandi. "Face recognition using facial symmetry." *Proceedings of the Second International Conference on Computational Science, Engineering and Information Technology (CCSEIT '12)*. ACM, New York, NY, USA, pp. 550-554. 2012.
- [9] B.H. Won, J.Y. Koo, "Rotated Face Detection Using Symmetry Detection," *Journal of The Korea Society of Computer and Information*, Vol 16, No 1, pp. 63-70, January 2011.
- [10] D. Sharvit et al. (1998) "Symmetry-based indexing of image databases." *Proc. IEEE Workshop on Content-Based Access of Image and Video Libraries*. pp. 56-62. 1998.
- [11] W.H Li, A.M Zhang, and L. Kleeman "Real Time Detection and Segmentation of Reflectionally Symmetric Objects in Digital Images." *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*. pp. 4867-4873. 2006.
- [12] W.H Li, A.M Zhang, and L. Kleeman "Fast global reflectional symmetry detection for robotics grasping and visual tracking" *Proceedings of Australasian Conference on Robotics and Automation.*, 2005.
- [13] S. A. Jayasuriya and A.W. C Liew, "Symmetry Plane Detection in Neuro Images based on Intensity Profile Analysis", *International Symposium on Information Technology in Medicine and Education*, pp.599-603, 2012.

Authors



Bo Whan Won received the B.S. degree in Chemistry Dankook University Korea, in 1997. He received the M.S. in Computer Engineering from Dankook University in 1999. He is currently Ph. D candidate in the department of Software in Dankook University. He is interested in computer vision.



Ja Young Koo received the B.S. degree in Electronics Engineering from Seoul National University, Korea, in 1977. He received the M.S. and Ph.D degree in Electronics from KAIST in 1980 and 1986, respectively. Dr. Koo joined the faculty of the Department of Software Dankook University, Korea, 1986. He is currently a professor in the same department. He is interested in computer vision.