

An Assignment-Balance-Optimization Algorithm for Minimizing Production Cycle Time of a Printed Circuit Board Assembly Line

Sang-Un Lee *

Abstract

This paper deals with the cycle time minimization problem that determines the productivity in printed circuit board (PCB) with n components using the m placement machines. This is known as production cycle time determination problem (PCTDP). The polynomial time algorithm to obtain the optimal solution has been unknown yet, therefore this hard problem classified by NP-complete. This paper gets the initial assignment result with the machine has minimum unit placement time per each component firstly. Then, the balancing process with reallocation from overhead machine to underhead machine. Finally, we perform the swap optimization and get the optimal solution of cycle time T^* within $O(mn)$ computational complexity. For experimental data, the proposed algorithm can obtain the same result as integer programming+branch-and-bound (IP+B&B) and B&B.

▶ Keywords : Assembly line, Cycle time, Assignment, Balanced, Swap optimization

• First Author: Sang-Un Lee, Corresponding Author: Sang-Un Lee

*Sang-Un Lee (sulee@gwnu.ac.kr), Dept. of Multimedia Engineering, Gangneung-Wonju National University

• Received: 2015. 11. 09, Revised: 2015. 11. 14, Accepted: 2015. 11. 30.

I. Introduction

인쇄회로기판 (printed circuit board, PCB) 조립라인에서, i 대의 기계를 $M_i, (i=1,2,\dots,m)$ 이 조립라인의 컨베이어벨트 상에 배치되어 하나의 PCB에 j 개의 부품 (component) 들 $c_j, (j=1,2,\dots,n)$ 을 배치하여 생산한다. 하나의 부품은 다수의 기계들이 배치시킬 수 있다. 이 경우 첫 번째로 어느 부품을 어느 기계에 배정할 것인지에 대한 부품 배정 (component allocation) 문제를 해결하고, 다음으로, 각 기계의 자동송급장치 배열 (feeder arrangement)과 부품 배치 순서 (placement sequencing)를 결정해야 한다[1].

본 논문은 부품 배치 문제를 다룬다. 부품 배치 문제는 각 기계의 준비시간 (set-up time)이 필요하며, 회로기판에 배치될 q_j 개의 j 개 부품들 모두를 주어진 i 대의 기계에 배정하여 최대 작업종료시간을 가진 기계의 작업시간을 최소로 해야 한다. 왜냐하면 최대 작업시간을 가진 기계가 PCB 1개당 생산 시간인 생산주기 (cycle time)를 결정하기 때문이다. 이를 생산주기 결정 문제 (production cycle time determination problem, PCTDP)라 한다[2].

PCTDP는 조립라인의 생산성을 결정하는데 있어 중요한 요인으로 작용한다[3]. 그러나 이 문제의 최적 해를 다항시간으로 구하는 알고리즘이 제안되지 않고 있어 NP-완전 (NP-complete)으로 분류된 난제이다[2].

PCTDP에 대해 Ammons et al.[1]은 정수계획법 (integer programming, IP)을, Kodek과 Krisper[2]는 분기한정법 (branch-and-bound, B&B)을, Ji와 Wan[3]은 정수계획법 (integer programming, IP)과 B&B의 혼합형을, Drenzer와 Nof[4]는 상자 채우기 삽입 계획 (bin packing insertion plan)을, Gunter et al.[5]은 부품 뜨개질 (component knitting) 방법을, Watkins와 Cochran[6]은 병목 기계로부터 비병목기계로의 부품 이동 방법을, Ho와 Ji[7]은 유전자 알고리즘 (genetic algorithm, GA)을, Neammancee와 Randhawa[8]는 7단계의 통합된 방법 (integrated methodology)을 제안하였다.

본 논문에서는 NP-완전인 PCTDP에 대해 $O(mn)$ 의 다항시간으로 해를 구할 수 있는 알고리즘을 제안한다. 2장에서는 PCTDP를 고찰한다. 3장에서는 PCTDP의 해를 다항시간으로 구할 수 있는 알고리즘을 제안한다. 4장에서는 제안된 알고리즘을 다양한 사례들에 적용하여 본다.

II. Description and Related Works

일반적으로, 하나의 PCB 조립라인은 다수의 다른 배치 기계 (non-identical placement machines)들로 구성되어 있다.

부품 j 1개를 배치 기계 i 로 기판에 배치하는 시간을 단위 배치시간 p_{ij} 라 하자. PCB 조립라인에서의 PCTDP는 모든 부

품들을 배치기계들에 배정하는데 있어 모든 기계들 중에서 최대 배치시간 (생산주기)을 가진 기계의 배치시간을 최소화시키는 것이 목적이다. 따라서, m 대 기계와 n 개 부품에 대한 PCTDP의 생산주기 T^* 는 식 (1)로 표현된다[3].

$$T^* = \text{Minimize } \max \left\{ \sum_{j=1}^n (p_{ij}x_{ij}) + s_i, i=1,2,\dots,m \right\} \quad (1)$$

subject to. $\sum_{i=1}^m x_{ij} = q_j, (j=1,2,\dots,n)$
 $x_{ij} \geq 0, \text{ integer}$

Ji와 Wan[3]에서 인용된 표 1의 P_1 문제에 대해 PCTDP를 고찰해 보자. P_1 은 $m=3, n=7$ 인 경우로 PCB 조립라인에 3대의 기계가 설치되어 있고, 각 기계의 준비시간은 110, 147과 147sec 이며, 7가지 부품 394개를 3개 기계로 회로기판에 배치해야 하나의 PCB가 생산된다. 여기서 $p_{ij} > 0$ 는 단위 부품 배치 시간이며, $p_{ij} = \infty$ 는 해당 기계로 해당 부품을 배치하는 작업을 수행할 수 없는 경우이다. s_i 는 기계를 정상 가동시키는 준비시간이며, q_j 는 j 번째 부품의 총 배치 수량이다.

Table 1. P_1 component allocation problem

Machine	Component							Setup time (s_i)
	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	
M_1	3.00	7.00	7.00	5.00	∞	∞	∞	110.0
M_2	7.00	12.00	15.00	16.00	15.00	15.00	21.00	147.0
M_3	23.00	38.00	35.00	35.00	27.00	33.00	43.00	147.0
q_j	324	37	12	5	7	5	4	394

Ji와 Wan[3]은 P_1 에 대해 IP+B&B를 적용하여 표 2와 같이 배정하여 $T^* = 971.00$ 을 얻었다.

Table 2. Solution of IP+B&B for P_1

Machine	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7
M_1	276		1	5			
M_2	47	37	2				1
M_3	1		9		7	5	3

Machine	Component							Assembly time		
	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	$\sum p_{ij}$	s_i	T_i
M_1	828.00	0.00	7.00	25.00	0.00	0.00	0.00	860	110.0	971.00
M_2	329.00	444.00	30.00	0.00	0.00	0.00	21.00	824	147.0	971.00
M_3	23.00	0.00	315.00	0.00	189.00	165.00	129.00	821	147.0	968.00
									T^*	971.00

B&B는 2^n 개의 트리 노드를 탐색하기 때문에 수행 횟수가 요구되어 n 이 증가하면 수행횟수가 기하급수적으로 증가하여 최악의 경우 (worst case) 전수탐색법 (brute-force search)과 동일한 NP-완전이다[9]. 수학적 프로그램의 일종인 정수계획법 (IP)과 선형계획법 (linear programming, LP)은 변수의 개수 n 이 증가하면 문제의 크기는 기하급수적으로 증가하는 관계로 NP-완전으로 분류되어 실제적으로는 소규모 문제들에만 적용되고 있다[10][11].

PCTDP는 부품을 기계에 1:1로 배정하는 관계로 할당문제 (assignment problem, AP)[12] 중에서도 병목인 최대값이 최소가 되도록 하는 병목 할당문제 (bottleneck AP, BAP)[13]로 볼 수 있으며, 부품수를 다르게 배정하는 관계로 수송문제

(transportation problem, TP)[14]로도 볼 수 있다. 따라서 PCTDP는 BAP와 TP가 결합된 문제로 다항시간으로 해를 찾기가 쉽지 않다.

III. Assignment-Balance-Optimization Algorithm

PCTDP의 가장 큰 특징은 사전에 T^* 가 어떤 값을 갖는지 결정할 수도 없고, 추정도 불가능한 난제이다.

본 장에서는 사전에 알지 못하는 T^* 를 찾기 위해, 각 부품 j 의 최소 단위 배치시간 $\min p_{ij}$ 을 가진 기계 i 에 배정하고, 과부하 (overhead) 기계의 부품을 저부하 (underhead) 기계로 재배정하여 균형 (balance)을 맞춘 후, 배정량 교환 최적화 (swap optimization)를 수행하는 3단계 방법을 제안한다.

첫 번째 단계를 수행하면, 생산성이 가장 좋은 기계에 많은 부품 들이 배정되어 과부하가 발생한다. 이 기계의 작업시간을 $T^0 = T^A$ 라 하면, 평균값 T^0/m 도 구할 수 있다. 따라서 $T^0/m < T^* < T^0$ 에 속함을 알 수 있으며, 두 번째와 세 번째 단계는 T^* 가 T^0 에서 점점 멀어지며, 반대로 T^0/m 에 가까워지도록 하는 방법이다. 제안된 알고리즘은 $O(mn)$ 수행 복잡도가 요구된다. 제안된 알고리즘을 배정-균형-최적화 알고리즘 (assignment-balance-optimization algorithm, ABOA)이라 하며, 그림 1에 제시되어 있다.

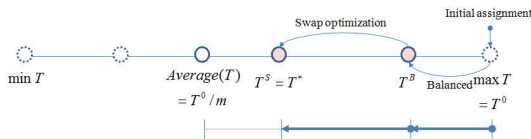


그림 1. 배정-균형-최적화 알고리즘

Fig. 1. Assignment-balance-optimization algorithm

ABOA는 다음과 같이 수행된다.

Step 1. 부품 최소 단위시간 배정

```
for j=1 to n
    min pij에 qj 배정
end
```

Step 2. 균형 배분

```
until  $\forall i, T_i \approx T^B$  do
    min  $T_i$  기계의 부품 단위시간  $p_{ij}$ 와 선택된  $p'_{ij}$  와
    의 차이  $d_j = p_{ij} - p'_{ij}$  계산
    min  $d_j$ 인  $p'_{ij}$ 의 일부분  $q'_{ij}$ 를  $p_{ij}$ 로 이동,  $q'_{ij}$ 
    는 min  $T_i$ 가 max  $T_i$ 로 되지 않는 양
end
```

Step 3. 교환 최적화

```
until  $\exists, T^s < T^B$  do
    ( $M_1, c_1$ ) =  $p_{11}/q_{11}$ , ( $M_1, c_2$ ) =  $p_{12}/q_{12}$ ,
    ( $M_2, c_1$ ) =  $p_{21}/q_{21}$ , ( $M_2, c_2$ ) =  $p_{22}/q_{22}$ ,
     $p_{21} > p_{11}, p_{22} > p_{12}, p_{22} - p_{12} > p_{21} - p_{11}$ 
    에 대해
     $q_{m1} = (M_2, c_1) \rightarrow (M_1, c_1)$ ,
     $q_{m2} = (M_1, c_2) \rightarrow (M_2, c_2)$ 
    if  $\exists, T_1, T_2$ 가 감소되는  $q_{m1}, q_{m2}$  then
         $p_{11} = p_{11} + q_{m1}, p_{21} = p_{21} - q_{m1}$ ,
         $p_{12} = p_{12} - q_{m2}, p_{22} = p_{22} + q_{m2}$ 
    end
end
```

ABOA를 P_1 에 적용한 과정은 그림 2에 제시되어 있다. 초기 배정 결과, $T_1 = 1450, T_2 = 411, T_3 = 147$ 로 $T^0 = 1450$ 을 얻었으며, M_3 는 부품이 전혀 배정되지 않아 가장 성능이 좋지 않은 기계임을 알 수 있다.

p_{ij}/q_{ij} (t_{ij})	Component							Σp_{ij}	s_i	T_i
	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7			
M_1	3.00/324 (972.00)	7.00/37 (259.00)	7.00/12 (84.00)	5.00/5 (25.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	1340	110.0	1450.00
M_2	7.00/0 (0.00)	12.00/0 (0.00)	15.00/0 (0.00)	16.00/0 (0.00)	15.00/7 (105.00)	15.00/5 (75.00)	21.00/4 (84.00)	264	147.0	411.00
M_3	23.00/0 (0.00)	38.00/0 (0.00)	35.00/0 (0.00)	35.00/0 (0.00)	27.00/0 (0.00)	33.00/0 (0.00)	43.00/0 (0.00)	0	147.0	147.00
								T^*		1450.00

(a) Assign minimum unit time of part

기계	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7
M_1	3.00	7.00	7.00	5.00			
M_2	7.00	12.00	15.00	16.00	15.00	15.00	21.00
M_3	23.00	38.00	35.00	35.00	27.00	33.00	43.00
차이	20	31	28	30	12	18	22
순서	3				1	2	

기계	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	Σp_{ij}	s_i	T_i
M_1	3.00/324→186 (972.00→558.00)	7.00/37 (259.00)	7.00/12 (84.00)	5.00/5 (25.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	926	110.0	1036.00
M_2	7.00/0→115 (0.00→805.00)	12.00/0 (0.00)	15.00/0 (0.00)	16.00/0 (0.00)	15.00/7→0 (105.00→0.00)	15.00/5→0 (75.00→0.00)	21.00/4 (84.00)	889	147.0	1036.00
M_3	23.00/0→23 (0.00→529.00)	38.00/0 (0.00)	35.00/0 (0.00)	35.00/0 (0.00)	27.00/0→7 (0.00→189.00)	33.00/0→5 (0.00→165.00)	43.00/0 (0.00)	883	147.0	1030.00
								T^*		1036.00

(b) Balanced distribution

기계	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	Σp_{ij}	s_i	T_i
M_1	3.00/186→256 (558.00→768.00)	7.00/37→0 (259.00→0.00)	7.00/12 (84.00)	5.00/5 (25.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	877	1100	987.00
M_2	7.00/115→45 (805.00→315.00)	12.00/0→37 (0.00→444.00)	15.00/0 (0.00)	16.00/0 (0.00)	15.00/0 (0.00)	15.00/0 (0.00)	21.00/4 (84.00)	843	147.0	990.00
M_3	23.00/23 (529.00)	38.00/0 (0.00)	35.00/0 (0.00)	35.00/0 (0.00)	27.00/7 (189.00)	33.00/5 (165.00)	43.00/0 (0.00)	883	147.0	1030.00
								T^*		1030.00

기계	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	Σp_{ij}	s_i	T_i
M_1	3.00/256→276 (768.00→828.00)	7.00/0 (0.00)	7.00/12→1 (84.00→7.00)	5.00/5 (25.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	860	1100	970.00
M_2	7.00/45 (315.00)	12.00/37 (444.00)	15.00/0 (0.00)	16.00/0 (0.00)	15.00/0 (0.00)	15.00/0 (0.00)	21.00/4 (84.00)	843	147.0	990.00
M_3	23.00/23→3 (529.00→69.00)	38.00/0 (0.00)	35.00/0→11 (0.00→385.00)	35.00/0 (0.00)	27.00/7 (189.00)	33.00/5 (165.00)	43.00/0 (0.00)	808	147.0	955.00
								T^*		990.00

기계	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	Σp_{ij}	s_i	T_i
M_1	3.00/276 (828.00)	7.00/0 (0.00)	7.00/1 (7.00)	5.00/5 (25.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	860	1100	970.00
M_2	7.00/45 (315.00)	12.00/37 (444.00)	15.00/0→3 (0.00→45.00)	16.00/0 (0.00)	15.00/0 (0.00)	15.00/0 (0.00)	21.00/4→1 (84.00→21.00)	825	147.0	972.00
M_3	23.00/3 (69.00)	38.00/0 (0.00)	35.00/11→8 (385.00→280.00)	35.00/0 (0.00)	27.00/7 (189.00)	33.00/5 (165.00)	43.00/0→3 (0.00→129.00)	832	147.0	979.00
								T^*		979.00

기계	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	Σp_{ij}	s_i	T_i
M_1	3.00/276 (828.00)	7.00/0 (0.00)	7.00/1 (7.00)	5.00/5 (25.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	860	1100	970.00
M_2	7.00/45→47 (315.00→329.00)	12.00/37 (444.00)	15.00/3→2 (45.00→30.00)	16.00/0 (0.00)	15.00/0 (0.00)	15.00/0 (0.00)	21.00/1 (21.00)	824	147.0	971.00
M_3	23.00/3→1 (69.00→23.00)	38.00/0 (0.00)	35.00/8→9 (280.00→315.00)	35.00/0 (0.00)	27.00/7 (189.00)	33.00/5 (165.00)	43.00/3 (129.00)	821	147.0	968.00
								T^*		971.00

(c) Swap optimization
Fig. 2. ABOA for P_1

두 번째로 균형배분에서, $T_1 > T_2 > T_3$ 로 M_3 를 기준으로 p_{ij} 차이 계산 결과 $|p_{25} - p_{35}| = 12$ 에 대해 $q_{26} \rightarrow q_{36} = 5$ 를, $|p_{11} - p_{31}| = 20$ 에 대해 $q_{11} \rightarrow q_{31} = 23$ 을 이동시켰다. 또한, $T_1 > T_3 > T_2$ 로 M_2 를 기준으로 $|p_{11} - p_{21}| = 4$ 에 대해 $q_{11} \rightarrow q_{21} = 115$ 를 이동시켜 $T_1 = 1036, T_2 = 1036, T_3 = 1030$ 으로 $T^B = 1036$ 으로 $T^0 = 1450$ 을 14 감소시켰다.

마지막으로, 교환 최적화는 4회를 수행하였다. $q_{21} \rightarrow q_{11} = 45, q_{12} \rightarrow q_{22} = 37$ 결과 $T_1 = 987, T_2 = 990, T_3 = 1030$ 으로 $T^{s1} = 1030$ 을, $q_{31} \rightarrow q_{11} = 20, q_{13} \rightarrow q_{33} = 11$ 결과 $T_1 = 970, T_2 = 990, T_3 = 955$ 로 $T^{s2} = 990$ 을, $q_{33} \rightarrow q_{23} = 3, q_{27} \rightarrow q_{37} = 3$ 결과 $T_1 = 970, T_2 = 972, T_3 = 979$ 로 $T^{s3} = 979$ 를, $q_{31} \rightarrow q_{21} = 2, q_{23} \rightarrow q_{33} = 1$ 결과 $T_1 = 970, T_2 = 971, T_3 = 968$ 로 $T^{s4} = 971$ 을 얻어 $T^* = 971.00$ 을 얻을 수 있었다.

IV. Applications and Evaluation

본 장에서는 표 3의 P_2 문제에 대해 제안된 ABOA를 적용하여 본다. P_2 는 Kodek과 Krisper[2]에서 인용되었다. P_2 는

3대 기계로 10가지 부품, 총 404개를 하나의 PCB에 배치하는 문제이다. Kodek과 Krisper[2]는 P_2 문제에 대해 B&B를 적용하여 표 4와 같이 $T^* = 112.50$ 을 얻었다.

Table 3. P_2 component allocation problem

p_{ij}	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	s_i
M_1	0.3	0.7	0.7	0.5	∞	∞	∞	0.6	0.5	∞	5.0
M_2	0.7	1.2	1.5	1.6	1.5	1.8	1.9	∞	0.7	1.9	6.7
M_3	1.7	2.3	2.2	2.4	1.9	1.5	2.0	2.5	∞	1.8	7.8
q_j	162	90	51	30	22	16	12	9	7	5	

Table 4. Solution of B&B for P_2

q_j	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}
M_1	162	6	49	30				9		
M_2		84						7		
M_3			2		22	16	12			5

기계	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	Σp_{ij}	s_i	T_i
M_1	48.6 (48.60)	4.20 (63.00)	34.3 (35.70)	15.0 (15.00)	0.0 (0.00)	0.0 (0.00)	0.0 (0.00)	5.4 (5.40)	0.0 (3.50)	0.0 (0.00)	107.5	5.0	112.50
M_2	0.0 (0.00)	100.80 (0.00)	0.0 (0.00)	0.0 (0.00)	0.0 (0.00)	0.0 (0.00)	0.0 (0.00)	4.9 (0.00)	0.0 (0.00)	0.0 (0.00)	105.7	6.7	112.40
M_3	0.0 (0.00)	0.0 (0.00)	4.4 (0.00)	41.8 (33.00)	24.0 (24.00)	24.0 (0.00)	0.0 (0.00)	0.0 (0.00)	9.0 (9.00)	103.2	7.8	111.00	
											T^*		112.50

제안된 ABOA를 P_2 문제에 적용한 결과는 그림 3에 제시되어 있다.

기계	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	Σp_{ij}	s_i	T_i
M_1	0.3/162 (48.60)	0.7/90 (63.00)	0.7/51 (35.70)	0.5/30 (15.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	0.6/9 (5.40)	0.5/7 (3.50)	$\infty/0$ (0.00)	171.20	5.0	176.20
M_2	0.7/0 (0.00)	1.2/0 (0.00)	1.5/0 (0.00)	1.6/0 (0.00)	1.5/22 (33.00)	1.8/0 (0.00)	1.9/12 (22.80)	$\infty/0$ (0.00)	0.7/0 (0.00)	1.9/0 (0.00)	55.80	6.7	62.50
M_3	1.7/0 (0.00)	2.3/0 (0.00)	2.2/0 (0.00)	2.4/0 (0.00)	1.9/0 (0.00)	1.5/16 (24.00)	2.0/0 (0.00)	2.5/0 (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	1.8/5 (9.00)	33.00	7.8	40.80
											T^*		176.20

(a) Assign minimum unit time of part

Machine	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}
M1	0.3	0.7	0.7	0.5				0.6	0.5	
M2	0.7	1.2	1.5	1.6	1.5	1.8	1.9		0.7	1.9
M3	1.7	2.3	2.2	2.4	1.9	1.5	2.0	2.5		1.8
c_j	162	90	51	30	22	16	12	9	7	5
차이	1.4	1.6	1.5	1.9	0.4		0.1	1.9		

기계	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	Σp_{ij}	s_i	T_i
M_1	0.3/162 (48.60)	0.7/90 (63.00)	0.7/51 (35.70)	0.5/30 (15.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	0.6/9 (5.40)	0.5/7 (3.50)	$\infty/0$ (0.00)	171.20	5.0	176.20
M_2	0.7/0 (0.00)	1.2/0 (0.00)	1.5/0 (0.00)	1.6/0 (0.00)	1.5/22→0 (33.00→0.00)	1.8/0 (0.00)	1.9/12→0 (22.80→0.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	1.9/0 (0.00)	0.00	6.7	6.70
M_3	1.7/0 (0.00)	2.3/0 (0.00)	2.2/0 (0.00)	2.4/0 (0.00)	1.9/0→22 (0.00→41.80)	1.5/16 (24.00)	2.0/0→12 (0.00→24.00)	2.5/0 (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	1.8/5 (9.00)	98.80	7.8	106.60
											T^*		176.20

Machine	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8	c9	c10
M1	0.3	0.7	0.7	0.5				0.6	0.5	
M2	0.7	1.2	1.5	1.6	1.5	1.8	1.9	1.9	0.7	1.9
M3	1.7	2.3	2.2	2.4	1.9	1.5	2.0	2.5		1.8
c_j	162	90	51	30	22	16	12	9	7	5
차이	0.4	0.5	0.8	1.1					0.2	

기계	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	Σp_{ij}	s_i	T_i
M_1	0.3/162→0 (48.60→0.00)	0.7/90 (63.00)	0.7/51 (35.70)	0.5/30 (15.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	0.6/9 (5.40)	0.5/7→0 (3.50→0.00)	$\infty/0$ (0.00)	119.10	5.0	124.10
M_2	0.7/0→162 (0.00→113.40)	1.2/0 (0.00)	1.5/0 (0.00)	1.6/0 (0.00)	1.5/0 (0.00)	1.8/0 (0.00)	1.9/0 (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	0.7/0→7 (0.00→4.90)	1.9/0 (0.00)	118.30	6.7	125.00
M_3	1.7/0 (0.00)	2.3/0 (0.00)	2.2/0 (0.00)	2.4/0 (0.00)	1.9/22 (41.80)	1.5/16 (24.00)	2.0/12 (24.00)	2.5/0 (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	1.8/5 (9.00)	98.80	7.8	106.60
											T^*		125.00

Machine	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8	c9	c10
M1	0.3	0.7	0.7	0.5				0.6	0.5	
M2	0.7	1.2	1.5	1.6	1.5	1.8	1.9	1.9	0.7	1.9
M3	1.7	2.3	2.2	2.4	1.9	1.5	2.0	2.5		1.8
c_j	162	90	51	30	22	16	12	9	7	5
차이	1.0	1.6	1.5	1.9					1.9	

기계	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	Σp_{ij}	s_i	T_i
M_1	0.3/0 (0.00)	0.7/90 (63.00)	0.7/51 (35.70)	0.5/30 (15.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	0.6/9 (5.40)	0.5/0 (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	119.10	5.0	124.10
M_2	0.7/162→154 (113.40→107.80)	1.2/0 (0.00)	1.5/0 (0.00)	1.6/0 (0.00)	1.5/0 (0.00)	1.8/0 (0.00)	1.9/0 (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	0.7/7 (4.90)	1.9/0 (0.00)	112.70	6.7	119.40
M_3	1.7/0→8 (0.00→13.60)	2.3/0 (0.00)	2.2/0 (0.00)	2.4/0 (0.00)	1.9/22 (41.80)	1.5/16 (24.00)	2.0/12 (24.00)	2.5/0 (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	1.8/5 (9.00)	112.40	7.8	120.20
											T^*		124.10

(b) Balanced distribution

기계	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	Σp_{ij}	s_i	T_i
M_1	0.3/0→154 (0.00→46.20)	0.7/90→0 (63.00→0.00)	0.7/51 (35.70)	0.5/30 (15.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	0.6/9 (5.40)	0.5/0 (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	102.3	5.0	107.30
M_2	0.7/154→0 (107.80→0.00)	1.2/0→90 (0.00→108.00)	1.5/0 (0.00)	1.6/0 (0.00)	1.5/0 (0.00)	1.8/0 (0.00)	1.9/0 (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	0.7/7 (4.90)	1.9/0 (0.00)	112.9	6.7	119.60
M_3	1.7/8 (13.60)	2.3/0 (0.00)	2.2/0 (0.00)	2.4/0 (0.00)	1.9/22 (41.80)	1.5/16 (24.00)	2.0/12 (24.00)	2.5/0 (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	1.8/5 (9.00)	112.4	7.8	120.20
											T^*		120.20

기계	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	Σp_{ij}	s_i	T_i
M_1	0.3/154→162 (46.20→48.60)	0.7/0 (0.00)	0.7/51→49 (35.70→34.30)	0.5/30 (15.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	0.6/9 (5.40)	0.5/0 (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	103.30	5.0	108.30
M_2	0.7/0 (0.00)	1.2/90 (108.00)	1.5/0 (0.00)	1.6/0 (0.00)	1.5/0 (0.00)	1.8/0 (0.00)	1.9/0 (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	0.7/7 (4.90)	1.9/0 (0.00)	112.90	6.7	119.60
M_3	1.7/8→0 (13.60→0.00)	2.3/0 (0.00)	2.2/0→2 (0.00→4.40)	2.4/0 (0.00)	1.9/22 (41.80)	1.5/16 (24.00)	2.0/12 (24.00)	2.5/0 (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	1.8/5 (9.00)	103.20	7.8	111.00
											T^*		119.60

기계	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	Σp_{ij}	s_i	T_i
M_1	0.3/162 (48.60)	0.7/0→6 (0.00→4.20)	0.7/49 (34.30)	0.5/30 (15.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	0.6/9 (5.40)	0.5/0 (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	107.5	5.0	112.50
M_2	0.7/0 (0.00)	1.2/90→84 (108.00→100.80)	1.5/0 (0.00)	1.6/0 (0.00)	1.5/0 (0.00)	1.8/0 (0.00)	1.9/0 (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	0.7/7 (4.90)	1.9/0 (0.00)	105.7	6.7	112.40
M_3	1.7/0 (0.00)	2.3/0 (0.00)	2.2/2 (4.40)	2.4/0 (0.00)	1.9/22 (41.80)	1.5/16 (24.00)	2.0/12 (24.00)	2.5/0 (0.00)	$\infty/0$ (0.00)	1.8/5 (9.00)	103.2	7.8	111.00
											T^*		112.50

(c) Swap optimization

Fig. 3. ABOA for P_2

초기 배정 결과, $T_1 = 176.20$, $T_2 = 62.50$, $T_3 = 40.80$ 으로 $T^0 = 176.20$ 을 얻었으며, $T_1 > T_2 > T_3$ 로 M_1 의 성능 (생산성) 이 가장 좋음을 알 수 있다.

두 번째로 균형배분은 3회 수행되었다. $T_1 > T_2 > T_3$ 로 M_3 를 기준으로 p_{ij} 차이 계산 결과 $|p_{27} - p_{37}| = 0.1$ 에 대해 $q_{27} \rightarrow q_{37} = 12$ 를, $|p_{25} - p_{35}| = 0.4$ 에 대해 $q_{25} \rightarrow q_{35} = 22$ 를 이동시켜 $T_1 = 176.20$, $T_2 = 6.70$, $T_3 = 106.60$ 으로 $T^{B1} = 176.20$ 을 얻었다. $T_1 > T_3 > T_2$ 로 M_2 를 기준으로 p_{ij} 차이 계산 결과 $|p_{19} - p_{29}| = 0.2$ 에 대해 $q_{19} \rightarrow q_{29} = 7$ 을, $|p_{11} - p_{21}| = 0.4$ 에 대해 $q_{11} \rightarrow q_{21} = 162$ 를 이동시켜 $T_1 = 124.10$, $T_2 = 125.00$, $T_3 = 106.60$ 으로 $T^{B2} = 125.00$ 을 얻었다. $T_2 > T_1 > T_3$ 으로 M_3 를 기준으로 p_{ij} 차이 계산 결과 $|p_{21} - p_{31}| = 1.0$ 에 대해 $q_{21} \rightarrow q_{31} = 8$ 을 이동시켜 $T_1 = 124.10$, $T_2 = 119.40$, $T_3 = 120.20$ 으로 $T^{B3} = 124.10$ 을 얻었다.

마지막으로, 교환 최적화는 3회를 수행하였다. $q_{21} \rightarrow q_{11} =$

$154, q_{12} \rightarrow q_{22} = 90$ 결과 $T_1 = 107.30$, $T_2 = 119.60$, $T_3 = 120.20$ 으로 $T^{s1} = 120.20$ 을, $q_{31} \rightarrow q_{11} = 8$, $q_{13} \rightarrow q_{33} = 2$ 결과 $T_1 = 108.30$, $T_2 = 119.60$, $T_3 = 111.00$ 로 $T^{s2} = 119.60$ 을, $q_{22} \rightarrow q_{12} = 6$ 결과 $T_1 = 112.50$, $T_2 = 112.40$, $T_3 = 111.00$ 으로 $T^{s3} = 112.50$ 을 얻어 $T^* = 112.50$ 으로 결정되었다.

본 논문에서 거론된 2개의 실험데이터에 대해 제안된 ABOA와 IP+B&B, B&B의 성능은 표 5에 요약되어 있다.

Table 5. Compare with Algorithm Performance

문제	생산주기		
	IP+B&B	B&B	ABOA
P_1	971.00	-	971.00
P_2	-	112.50	112.50

제안된 ABOA는 2개 실험 데이터 모두에서 기존의 IP+B&B와 B&B 단독으로 구한 결과와 동일한 해를 구하였음

을 알 수 있다. 따라서 제안된 알고리즘이 보다 적용성이 좋은 알고리즘임을 알 수 있다. 또한, ABOA는 $O(mn)$ 으로 NP-완전인 LP나 B&B의 수행 복잡도를 크게 줄일 수 있다.

V. Conclusions

본 논문은 생산주기 T^* 를 사전에 알지 못하는 m 대의 기계로 n 개의 부품 q_j 들을 하나의 PCB에 배치하는 경우, 최대 작업시간을 가진 기계의 작업시간을 최소로 하여 PCB 대당 생산시간 T^* 를 얻는 생산주기 결정 문제 (PCTDP)를 다루었다.

PCTDP는 수송문제와 병목할당문제가 결합된 형태로 최적해를 얻는 다항시간 알고리즘이 알려져 있지 않아 NP-완전으로 분류된 난제이다. 이 문제에 대해 LP와 IP+B&B가 연구되었지만 이들 역시 n 이 증가하면 수행횟수가 기하급수적으로 증가하는 NP-완전으로 분류될 수 있다.

본 논문은 PCTDP에 대해 거시적 관점에서의 배정과 미시적 관점에서의 배정량 조절을 $O(mn)$ 의 다항시간으로 해를 구할 수 있는 알고리즘을 제안하였다.

제안된 알고리즘은 각 부품 j 에 대해 최소 단위 부품 배치시간 p_{ij} 를 갖는 기계 i 에 배정하는 초기 배정 결과인 T^0 를 얻고, 과부하 기계에서 저부하 기계로 배정량을 이동시켜 균형을 맞추어 $T^b < T^0$ 로 감소시킨 후, 교환 최적화로 $T^s < T^b$ 인 T^* 를 결정하였다.

제안된 알고리즘을 실험 데이터들에 적용한 결과 기존의 IP+B&B나 B&B로 얻은 해와 동일한 결과를 얻었다. 이로부터 IP+B&B나 B&B로 얻은 결과는 근사 해가 아닌 최적 해임을 알 수 있으며, 이들 알고리즘은 결과를 컴퓨터 프로그램 도움 없이는 해를 얻지 못하는 반면에, 제안된 알고리즘은 단순히 최소 수행시간에 우선 배정하는 방식으로 빠르게 초기 해를 얻고, 과부하와 저부하 기계의 부하 균형을 맞추는 배정량 조절을 통해 쉽게 최적 해를 구하는 장점도 갖고 있다.

REFERENCES

- [1] J. C. Ammonds, M. Carlyle, L. Cranmer, G. Depuy, K. Ellis, L. F. McGinnis, C. A. Tovey, and H. Xu, "Component Allocation to Balance Workload in Printed Circuit Card Assembly System," IIE Transactions, Vol. 29, No. 4, pp. 265-275, Apr. 1997.
- [2] D. M. Kodek and M. Krisper, "Optimal Algorithm for Minimizing Production Cycle Time of a Printed Circuit Board Assembly Line," International Journal of Production Research, Vol. 42, No. 23, pp. 5031-5048, Dec. 2004.
- [3] P. Ji and Y. F. Wan, "Minimizing Cycle Time for PCB Assembly Lines: An Integer Programming Model and a Branch-and-Bound Approach," International Journal of Information and Management Sciences, Vol. 19, No. 2, pp. 237-243, Jun. 2008.
- [4] Z. Drezner, and S. Nof, "On Optimizing Bin Picking and Insertion Plans for Assembly Robots," IIE Transactions, Vol. 16, No. 3, pp. 262-270, Jan. 1984.
- [5] H. O. Gunther, M. Gronalt, and F. Filler, "Component Knitting in Semi-Automated Printed Circuit Board Assembly," International Journal of Production Economics, Vol. 43, No. 2-3, pp. 213-226, Jun. 1996.
- [6] R. E. Watkins and J. K. Cochran, "A Line Balancing Heuristic Case Study for Existing Automated Surface Mount Assembly Line Setups," Computers and Industrial Engineering, Vol. 29, No. 1-4, pp. 681-685, Sep. 1995.
- [7] H. Ho and P. Ji, "PCB Assembly Line Assignment: A Genetic Algorithm Approach," Journal of Manufacturing Technology, Vol. 16, No. 6, pp. 682-692, Aug. 2005.
- [8] P. Neammanee and S. U. Randhawa, "Integrated Methodology for Board Assignment and Component Allocation in Printed Circuit Board Assembly," International Journal of Production Research, Vol. 41, No. 5, pp. 919-937, Feb. 2003.
- [9] N. Thakoor, V. Devarajan, and J. Gao, "Computation Complexity of Branch-and-Bound Model Selection," IEEE 12th International Conference on Computer Vision (ICCV), pp. 1895-1900, Sep. 2009.
- [10] T. H. Lee and S. S. Park, "An Integer Programming Approach to the Time Slot Assignment Problem in SS/TDMA Systems with Intersatellite Links," European Journal of Operational Research, Vol. 135, No. 1, pp. 57-66, Nov. 2001.
- [11] J. P. Jue, "Lightpath Establishment in Wavelength-Routed WDM Optical Networks," Optical networks, Kluwer Academic Publishers, pp. 99-122, 2001.
- [12] S. U. Lee, "An Assignment Problem Algorithm Using Minimum Cost Moving Method," Journal of KSCI, Vol. 20, No. 8, pp. 105-112, Aug. 2015.
- [13] S. U. Lee, "Linear Bottleneck Assignment Problem Based on Reverse-delete Algorithm," Journal of IIBC, Vol. 13, No. 6, pp. 211-220, Dec. 2013.
- [14] S. U. Lee, "The Assignment-Swap Algorithm for Large-scale Transportation Problem with Incomplete

Cost Lists,” Journal of KSCI, Vol. 20, No. 6, pp.
51-58, Jun. 2015.

Authors



Sang Un Lee received the B. Sc. degree in avionics from the Korea Aerospace University in 1997. He received the M. Sc. and Ph. D. degrees in Computer Science from Gyeongsang National University, Korea, in 1997 and 2001, respectively.

He is currently Professor with the Department of Multimedia Science, Gangneung-Wonju National University, Korea. He is interested in software quality assurance and reliability modeling, software engineering, software project management, neural networks, and algorithm.