

Circle Detection Using Its Maximal Symmetry Property

Ja Young Koo*

Abstract

Circle detection has long been studied as one of fundamental image processing applications. It is used in divers areas including industrial inspection, medial image analysis, radio astronomy data analysis, and other object recognition applications. The most widely used class of circle detection techniques is the circle Hough transform and its variants. Management of 3 dimensional parameter histogram used in these methods brings about spatial and temporal overheads, and a lot of studies have dealt the problem. This paper proposes a robust circle detection method using maximal symmetry property of circle. The basic idea is that if perpendicular bisectors of pairs of edges are accumulated in image space, center of circle is determined to be the location of highest accumulation. However, directly implementing the idea in image space requires a lot of calculations. The method of this paper reduces the number of calculations by mapping the perpendicular bisectors into parameter space, selecting small number of parameters, and mapping them inversely into image space. Test on 22 images shows the calculations of the proposed method is 0.056% calculations of the basic idea. The test images include simple circles, multiple circles with various sizes, concentric circles, and partially occluded circles. The proposed method detected circles in various situations successfully.

▶ Keyword : circle detection, symmetry detection, parameter space histogram, ridge detection

1. Introduction

원은 이차원 형상 가운데 중심과 반경만으로 표현되는 가장 단순한 도형으로서 사람의 눈동자나 도로표지판의 예를 비롯해서 자연이나 인공 구조물 가운데 흔히 발견되는 형상이다. 의료영상에 나타난 인간의 고관절처럼 원의 일부가 포함된 객체는 더욱 다양하므로 원의 검출은 객체 인식을 위한 실마리로 널리 활용될 수 있다. 이러한 가능성으로 인해 영상 안에 존재하는 원의 검출은 영상처리 응용의 근본주제 가운데 하나로 오랜 관심의 대상이 되어왔다. 원 검출의 적용 분야는 산업현장에서의 검사 자동화나[1] 뇌동맥류 검사[2], 고관절 검출[3], 백혈구 검사[4] 등의 의료영상분야, 전파 천문학의 데이터처리[5], 홍채인식[6] 등 광범위한 영역들이 포함된다.

원 검출방식에는 원 허프 변환(Circle Hough Transform) [7]과 그의 변종들이 주된 흐름을 형성하고 있다[8-10]. 이 방

식들에서는 에지검출과정을 통해서 추출된 점의 집합이 입력으로 사용된다. 각 에지에 대해서 원의 식을 만족하는 매개변수들이 매개변수 공간상에 누적되어 최댓값이 누적된 매개변수에 해당하는 원이 검출되도록 하는 것이 이 방식의 개요이다. 원 허프 변환은 중심과 반경에 해당하는 3개의 매개변수를 위한 3차원 히스토그램을 관리하는 시공간상의 부담이 있어서 이후의 많은 연구들이 이 문제를 다루었다.

본 논문은 원의 최대 대칭성 즉, 모든 형상 가운데 가장 많은 대칭축을 가지며 그것들이 모두 원의 중심에서 교차한다는 원의 고유성을 이용한 원 검출 방식을 제안하고 있다. 여기서는 에지로부터 선택된 임의의 두 점의 수직이등분선을 영상공간상에 누적시킨다. 이 방식은 원주상의 두 점의 수직이등분선이 모두 원의 중심을 지나므로 원주가 부분적으로 끊어지거나 가려진 경우에도 원주상의 모든 점의 쌍들이 원의 중심을 찾는데 기여한다는 사실에 기반을

• First Author : Ja Young Koo, Corresponding Author : Ja Young Koo
*Ja Young Koo(jykoo@dankook.ac.kr) Dept. of Software, Dankook University
• Received: 2016. 04. 26, Revised: 2016. 05. 15, Accepted: 2016. 05. 26.

둔다. 그러나 가능한 에지 쌍의 수는 대단히 커서 이러한 아이디어를 직접 구현하는 것은 많은 계산량을 요구한다. 이 문제의 해결방안으로서 본 논문에서는 각 쌍에 대한 수직이등분선을 영상공간에서 직접 누적하는 대신 매개변수 공간의 한 점으로 사상한 후 원주상의 두 점의 수직이등분선일 가능성이 높은 매개변수를 선별하여 영상공간으로 역사상 함으로써 계산량을 줄이는 방법을 제시한다.

본 논문의 2장은 최대 대칭성을 이용한 원 검출과정의 각 단계에 대해서 논하고, 3장에서는 제안된 방법의 검증을 위한 다양한 데이터에 대한 실험을 다루고 있으며, 4장에서는 결론을 기술한다.

II. Circle Detection Using Its Maximal Symmetry Property

주어진 영상 내에 하나의 원이 존재할 때 그 중심을 찾는 문제는 그 영상으로부터 추출된 에지의 집합을 원의 중심으로 사상하는 함수를 구하는 문제로 볼 수 있다. 이러한 사상을 구하는 하나의 직관적 방법은 에지들로부터 선택 가능한 임의의 두 점의 중점을 영상공간에 누적시키는 방법이다. 그림 1.(a)에 보이는 바와 같이 원주가 n 개의 점으로 구성된다면 두 점의 중점이 원의 중심에서 일치하는 쌍의 개수는 $n/2$ 이므로 원의 중심에 해당하는 위치에 $n/2$ 의 값이 누적된다. 그 외의 어떠한 쌍들도 중점이 서로 같지 않으므로 나머지 쌍들의 개수인 $C(n, 2) - n/2$, 즉 $n(n-2)/2$ 개의 서로 다른 위치에 각각 1의 값이 누적된다. 예를 들어서 $n = 100$ 일 때, 원의 중심의 위치에 50의 값이 누적되고 서로 다른 4900개의 위치에 각각 1의 값이 누적된다. 누적된 값의 최댓값을 구함으로써 원의 중심을 구할 수 있다.

위의 조건을 확장해서 영상이 원을 포함하는 일반적인 영상이라고 할 때 원주 상에 있지 않는 쌍들에 의한 누적 값은 원주 상의 쌍들에 의한 누적 값에 비해서 분산된 위치에서 낮은 값을 가지므로 원의 중심을 잘 검출 할 수 있다. 그러나 주어진 원이 완전하지 않은, 부분적으로 끊어지거나 가려진 원일 때 이 방법의 성공적 수행이 보장되지 않는다.

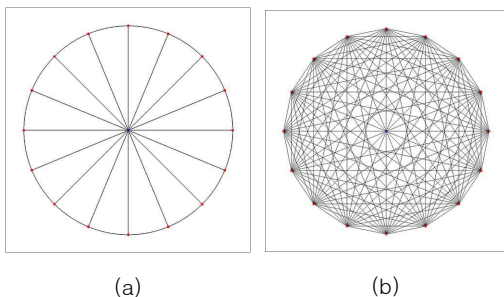


Fig. 1. (a) Pairs from n points on the circle with common midpoint. (b) All Pairs from n points on the circle.

본 논문에서는 원주를 구성하는 모든 점의 쌍들이 원의 중심을

검출하는데 기여하게 함으로써 검출율을 높이는 방법을 제안하고 있다. 여기서는 선택된 두 점의 중점을 영상공간에 누적하는 대신 두 점의 수직이등분선을 누적시킨다. 원을 구성하는 n 개의 점에서 선택된 임의의 두 점을 잇는 선분의 수는 그림 1.(b)의 예가 보이는 것처럼 $C(n, 2) = n(n-1)/2$ 이다. 이 선분들의 수직이등분선은 모두 원의 중심을 지나므로 원의 중심 위치에 $n(n-1)/2$ 의 값이 누적된다. 두 점의 중점의 위치를 누적시키는 방식에서의 최대 누적 값인 $n/2$ 보다 $(n-1)$ 배 큰 값이 누적되므로 원의 검출율을 높일 수 있다. 예를 들어 $n = 100$ 일 때 앞의 방식에서는 원의 중심 위치에 50의 값이 누적되는 반면 제안된 방식에서는 4950의 값이 누적된다.

더 중요한 점은 실제의 적용사례에서 흔히 나타나는 것처럼 원이 부분적으로 끊어지거나 다른 객체에 의해서 가려진 경우, 앞의 방법에서는 누적 값이 현저히 감소하지만 새로운 방식에서는 원주상의 두 점의 수직이등분선은 모두 원의 중심을 지나므로 모든 에지 쌍들은 원의 중심에서의 누적 값에 기여한다는 사실이다. 예를 들어, $n/2$ 개의 에지로 이루어진 반원에 대해서 전자의 방법에서는 원의 중심에 누적되는 값이 1인 반면 새로운 방법에서는 $C(n/2, 2) = n(n-2)/8$ 의 값이 원의 중심에 누적된다. 예를 들어, $n/2 = 50$ 인 반원의 경우 누적 값은 1225가 된다.

이러한 가능성에도 불구하고 이 방식은 모든 쌍들에 대한 수직이등분선을 영상공간에 누적하는데 필요한 방대한 계산량이 활용의 장애물이 된다. 이 문제를 해결하기 위해서 본 논문에서는 수직이등분선을 영상공간에 직접 누적하는 대신 이에 대응하는 매개변수 공간상의 한 점으로 누적함으로써 매개변수 히스토그램을 구성한다. 원의 중심을 지나는 직선은 상대적으로 많은 에지 쌍들의 수직이등분선으로 공유되므로 매개변수 히스토그램에서 주변의 점들에 비해 높은 누적 값을 갖는다. 따라서 본 논문에서는 매개변수 히스토그램의 능선 점들만을 택해서 영상공간으로 역사상 함으로써 계산량을 줄이는 방식을 제안한다. 전체의 원 검출 처리과정은 그림 2에 보이는 바와 같다.

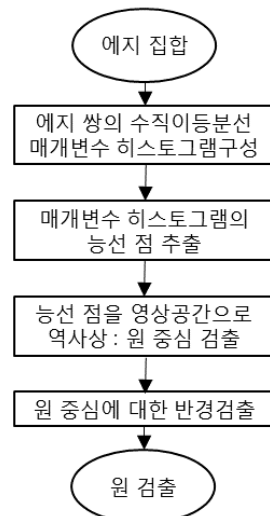


Fig. 2. Proposed circle detection process.

2.1 매개변수 히스토그램 구성

주어진 에지 집합에 속한 임의의 두 점의 수직이등분선은 $y = mx + h$ 로 표시될 수 있고 그 직선은 mh 공간의 한 점으로 사상된다. 모든 쌍들에 대응하는 계수를 mh 공간에서 누적시키면 매개변수 히스토그램이 구성된다. 그러나 직선 $y = mx + h$ 와 같은 양함수 형식으로 나타낼 때 수직선은 m 이 무한대가 되어 매개변수 공간을 표현할 방법이 적절치 않다. 직선을 식(1)에 보이는 바와 같이 원점으로부터 직선으로의 수선의 길이 ρ 와 그 수선이 x 축과 이루고 있는 각도 θ 를 변수로 나타내면 유한한 (θ, ρ) 공간에서 모든 직선을 표현할 수 있다.

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta \tag{1}$$

두 점 $(x_i, y_i), (x_j, y_j)$ 의 수직이등분선의 식을 $ax + by + c = 0$ 의 형식으로 나타내면

$$\begin{aligned} a &= k(x_i - x_j) \\ b &= k(y_i - y_j) \\ c &= -k(x_i^2 - x_j^2 + y_i^2 - y_j^2)/2 \end{aligned} \tag{2}$$

이다. 여기서 k 는 임의의 비례상수이다. 이 때 원점으로부터 직선까지 수선의 길이는 각기

$$\begin{aligned} \rho &= |c| / \sqrt{a^2 + b^2} \\ \theta &= \tan^{-1}(b/a) \end{aligned} \tag{3}$$

이다. 매개변수 테이블은 $C_{\theta\rho}(i, j), i = 0..359, \rho = 0..\rho_{MAX}$ 로 정의하고 0으로 초기화한다. 입력 에지집합에서 선택된 두 점으로부터 식(1)에 의해서 계수 a, b, c 를 구하고 식(3)으로부터 계산된 위치의 값 $C_{\theta\rho}(\theta, \rho)$ 에 1을 누적시킴으로써 수직이등분선들의 매개변수 히스토그램이 구성된다. 매개변수 공간 히스토그램 구성 알고리즘은 표 1의 **Line Coefficient Histogram**이며 [11], 이의 적용 결과의 예가 그림 3에 보인다. 여기서 (a)는 하나의 원을 포함하는 영상에서 추출된 에지들이고 (b)는 (a)에 대해서 (θ, ρ) 공간에서 구성된 매개변수 히스토그램이다.

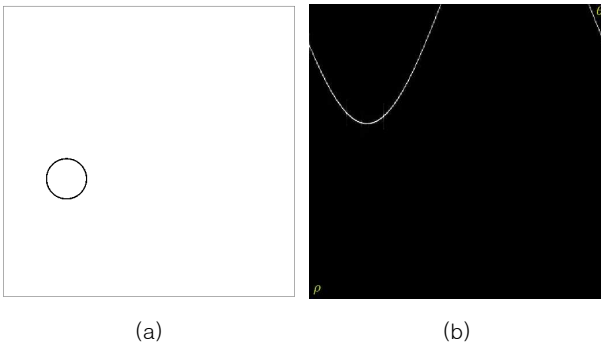


Fig. 3. (a) Edges of a circle (b) Parameter histogram built in (θ, ρ) space.

Table 1. Line Coefficient Histogram constructing algorithm.

Algorithm Line Coefficient Histogram

입력 P : 에지 테이블, (x_i, y_i) : i 번째 에지.

N : 에지의 수

출력 $C_{\theta\rho}$: 매개변수 히스토그램

1. 초기화

$C_{\theta\rho}[k][l] = 0$ 로 초기화:

2. 모든 에지 쌍에 대해서 θ 와 ρ 를 추출하여 누적

```

for(i=0; i < N-1; i++)
  for(j=i+1; j < N; j++)
    x_i = P[i].x; y_i = P[i].y
    x_j = P[j].x; y_j = P[j].y
    a = x_i - x_j
    b = y_i - y_j
    c = -(x_i^2 - x_j^2 + y_i^2 - y_j^2)/2
    rho = |c| / sqrt(a^2 + b^2)
    theta = atan(b/a)
    h = -c/b
    if(theta*h < 0) theta += pi
    if(theta < 0) theta += 2pi
    k = (int)(theta*180/pi); l = (int)rho
    C_theta_rho[k][l]++
  end for
end for
    
```

2.2 매개변수 히스토그램에서 능선 추출

본 절에서는 2.1절의 과정에서 얻어진 매개변수 히스토그램을 입력으로 하여 능선 점들을 추출한다. 원의 중심을 지나는 직선은 상대적으로 많은 에지 쌍들에 의해 수직이등분선으로서 공유되므로 매개변수 공간에서 주변의 점들에 비해 높은 누적값을 갖는다. 따라서 이러한 점들의 집합은 매개변수 히스토그램에서 능선의 위치에 주로 분포된다. 매개변수 히스토그램은 지형을 표현하는 고도필드(height field)처럼 $z = f(x, y)$ 형식의 함수이므로 수치고도모델(digital elevation model, DEM)로부터 능선을 검출하는 방식을 이용해서 매개변수 히스토그램에서 주변에 비해서 높은 누적값들을 갖는 점의 집합을 구할 수 있다. 표 2의 알고리즘 **Ridge Detection**[12]이 매개변수 히스토그램의 능선검출을 위해서 사용되었다. 이 알고리즘에서는 지형상의 각 위치에서 최대 상승방향을 따라 지역적 극대점(local peak)을 찾아가는 궤적을 구하는데, 많은 궤적들에 의해서 공유되는 점들이 능선으로 선택된다. 이렇게 얻어진 능선 점들의 매개변수를 영상공간상의 직선으로 역사상하면 원의 중심에서 높은 값이 누적되어 원의 중심을 검출할 수 있게 된다. 그림 4는 이 과정을 보여주고 있다. 4.(a)는 입력영상으로부터 얻어진 에지영상을, 4.(b)는 매개변수 히스토그램을, 4.(c)는 추출된 능선들을, 4.(d)는 검출된 원의 중심들을 나타낸다.

이 영상에서 에지의 수는 557이고 에지 쌍의 수는 154,846인 반면 매개변수 히스토그램에서 추출된 능선 점의 수는 278이다. 따라서 에지 쌍의 수직이등분선을 영상공간에 누적하는 것에 비해서 본 논문에서 제안한 방식, 즉 매개변수 히스토그램에서 선택된 능선 점을 역사상한 직선을 영상공간에서 누적하는 방식이 $278/154,846=0.0014\%$ 의 계산량 만을 필요로 함을 알 수 있다.

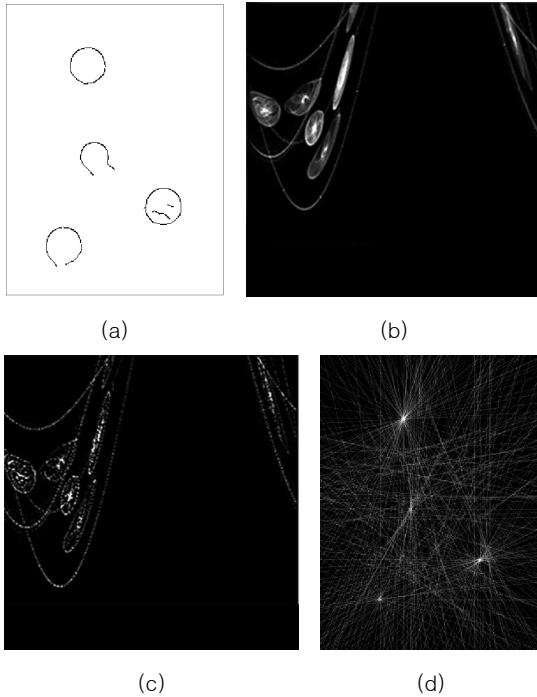


Fig. 4. (a) Edges of an image (b) Parameter histogram built in (θ, ρ) space. (c) Extracted ridges (d) Detected circle centers.

Table 2. Ridge Detection algorithm.

Algorithm Ridge Detection

입력 $C_{\theta\rho}$: 매개변수 히스토그램
 T : 임계치
출력 $Color(i, j)$: 능선 맵(능선은 Grey)

1. 초기화

$Color(i, j) = Green$
 $Count(i, j) = 0$ for all $i = 0..359$ and $j = 0..rho_{MAX}$

2. 능선평가함수 적용

for all $i = 0..359$ and $j = 0..rho_{MAX}$
 $(p, q) = (i, j)$
do
 GO = false;
 $C_{\theta\rho}(p, q)$ 의 8-neighbour 가운데
 최대상승방향의 셀 (k, l) 을 구함
if ($C_{\theta\rho}(k, l) > C_{\theta\rho}(p, q)$)
 $Count(k, l)++$; $(p, q) = (k, l)$;
 GO = true;
end if

```

while(GO)
end for
3. 능선 검출
if ( $Count(i, j) > T$ )  $Color(i, j) = Grey$  for all
 $i = 0..359$  and  $j = 0..rho_{MAX}$ 
    
```

2.3 검출된 원 중심에 대한 반경 결정

지금까지의 과정을 거쳐, 주어진 에지들로부터 n 개의 원의 중심이 검출되었다. 다음으로 할 일은 각 원의 중심에 대한 반경을 결정하는 일이다. 검출된 점 c_i 를 중심으로 하는 원의 반경이 r 로 결정되기 위한 조건은 c_i 로부터 r 의 거리에 많은 수의 에지들이 있어야 하고 반경 r 의 원주 상에서 360도의 방위 각 중 넓은 각도 범위에 분포되어 있어야 한다. 이러한 두 가지 조건을 판단하기 위해서 그림 5에 보이는 바와 같이 c_i 를 중심으로 하는 극좌표를 설정하여 에지들을 c_i 로부터의 거리 r 과 x 축과의 각도 ϕ 로 표현하는 테이블 $p_i[r][\phi]$ 를 구성한다. 많은 에지들이 분포된 반경 r 값을 찾기 위해서 $P_i[r] = \sum_{\phi=0}^{359} p_i[r][\phi]$ 를 구하고 $P_i[r] > T_r$ 인 r 값들을 c_i 에 대한 반경의 후보로 선정한다. 그 다음에, 선정된 반경 후보 r_k 에 대해서 $p_i[r_k][\phi] > 0$ 인 ϕ 의 수가 T_ϕ 보다 크면 r_k 를 c_i 에 대한 반경으로 결정한다. 여기서 T_r 과 T_ϕ 는 각기 반경 r 인 원주 상의 에지 수와 방위각 포함률 관정을 위한 임계값이다. 그림 6은 원의 중심과 동심원의 반경들을 추출한 결과를 보이고 있다. 6.(a)는 눈동자 영상으로부터 검출된 3개의 동심원이고, 6.(b)는 3개의 반경의 위치를 보여주는 $p_i[r][\phi]$ 테이블의 내용을 나타낸다.

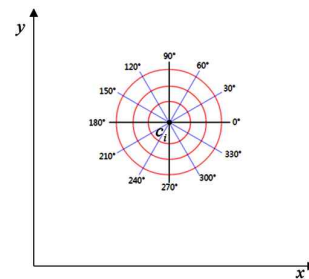


Fig. 5. Polar coordinate centered at c_i

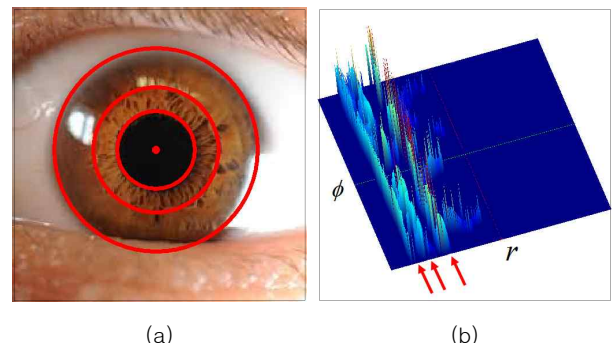


Fig. 6. (a) 3 concentric circles detected. (b) $p_i[r][\phi]$ table for image (a).

III Experimental Result

본 논문에서 제안된 원 검출 방식을 테스트하기 위해서 웹에서 수집된 원형 객체가 포함된 다양한 영상들이 사용되었다. 단순한 원(그림 7), 비슷한 크기를 갖는 여러 개의 원(그림 8), 동심원 상의 다중 원(그림 9), 가려진 원(그림 10), 크기가 다른 원(그림 11)을 포함한 도합 22개의 영상이 실험에 사용되었다. 두 점의 수직이등분선을 영상공간에 직접 누적하는 방식과 본 논문에서 제안한 매개변수 히스토그램에서 선택된 능선 점을 역사상한 직선을 영상공간에 누적하는 방식의 계산량 비교가 표 3에 요약되어 있다. 여기서 #EDG는 영상에서 추출된 에지의 수이고, #PAIRS는 쌍의 수이며, #RDG는 추출된 능선 점의 수이다. $RATIO(=#RDG/#PAIRS)$ 는 영상공간상의 직접 누적방식 대비 제안된 방식의 계산량이다. 제안된 방법이 영상공간상의 직접 누적방식의 0.056%의 계산량 만을 필요로 함을 보인다 (RATIO의 평균). 제안된 방법을 그림 7에서 그림11에 보인 다양한 상황을 나타내는 22개의 영상에 적용한 결과 내제된 원들이 성공적으로 검출됨을 보였다. 이 실험은 O/S 64bit Windows 10, Intel(R) Core(TM) i-7U CPU @1.8GHz 2.40 GHz, Memory 8GB에서 실행되었다.

Table 3. Comparison of number of calculations.

IMG	#EDG	#PAIRS	#RDG	RATIO
Fig. 7.(a)	3,913	7,653,828	486	0.006%
Fig. 7.(b)	783	306,153	322	0.105%
Fig. 7.(c)	2,964	4,391,166	339	0.008%
Fig. 7.(d)	225	25,200	52	0.206%
Fig. 7.(e)	1,020	519,690	417	0.080%
Fig. 8.(a)	1,530	1,169,685	436	0.037%
Fig. 8.(b)	1,114	619,941	325	0.052%
Fig. 8.(c)	1,887	1,779,441	395	0.022%
Fig. 8.(d)	2,651	3,512,575	360	0.010%
Fig. 8.(e)	2,902	4,209,351	444	0.011%
Fig. 9.(a)	2,404	2,888,406	419	0.015%
Fig. 9.(b)	2,211	2,443,155	202	0.008%
Fig. 9.(c)	3,267	5,335,011	312	0.006%
Fig. 9.(d)	1,463	1,069,453	304	0.028%
Fig. 9.(e)	1,116	622,170	306	0.049%
Fig. 10.(a)	771	296,835	308	0.104%
Fig. 10.(b)	373	69,378	192	0.277%
Fig. 10.(c)	1,391	966,745	368	0.038%
Fig. 10.(d)	2,017	2,033,136	328	0.016%
Fig. 10.(e)	1,126	633,375	305	0.048%
Fig. 11.(a)	1,855	1,719,585	491	0.029%
Fig. 11.(b)	1,092	595,686	406	0.068%

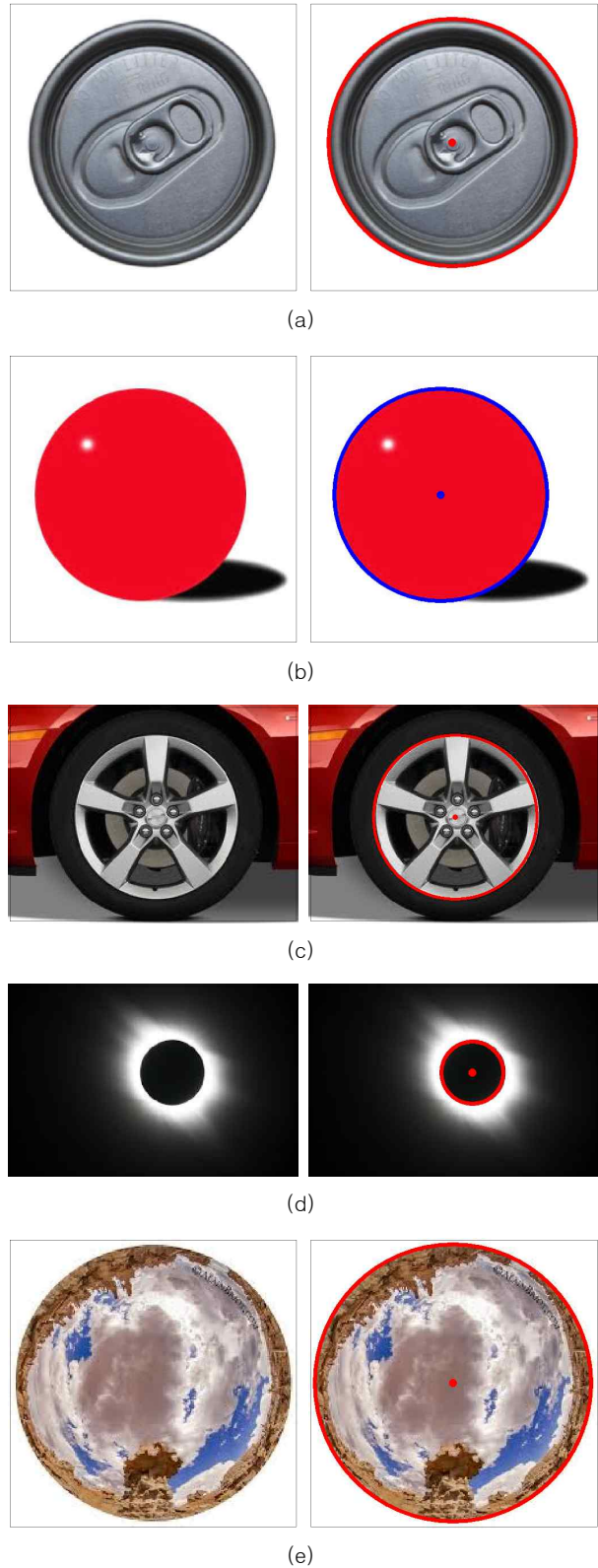


Fig. 7. Simple circle

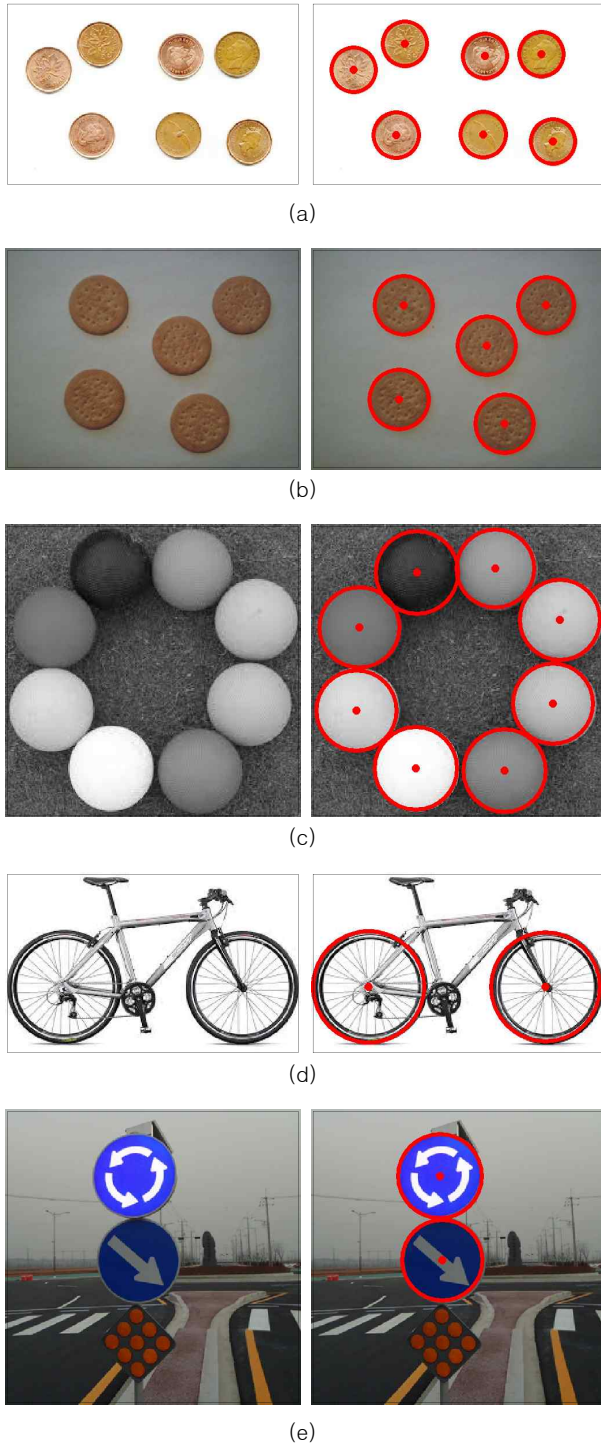


Fig. 8. multi circles with similar size

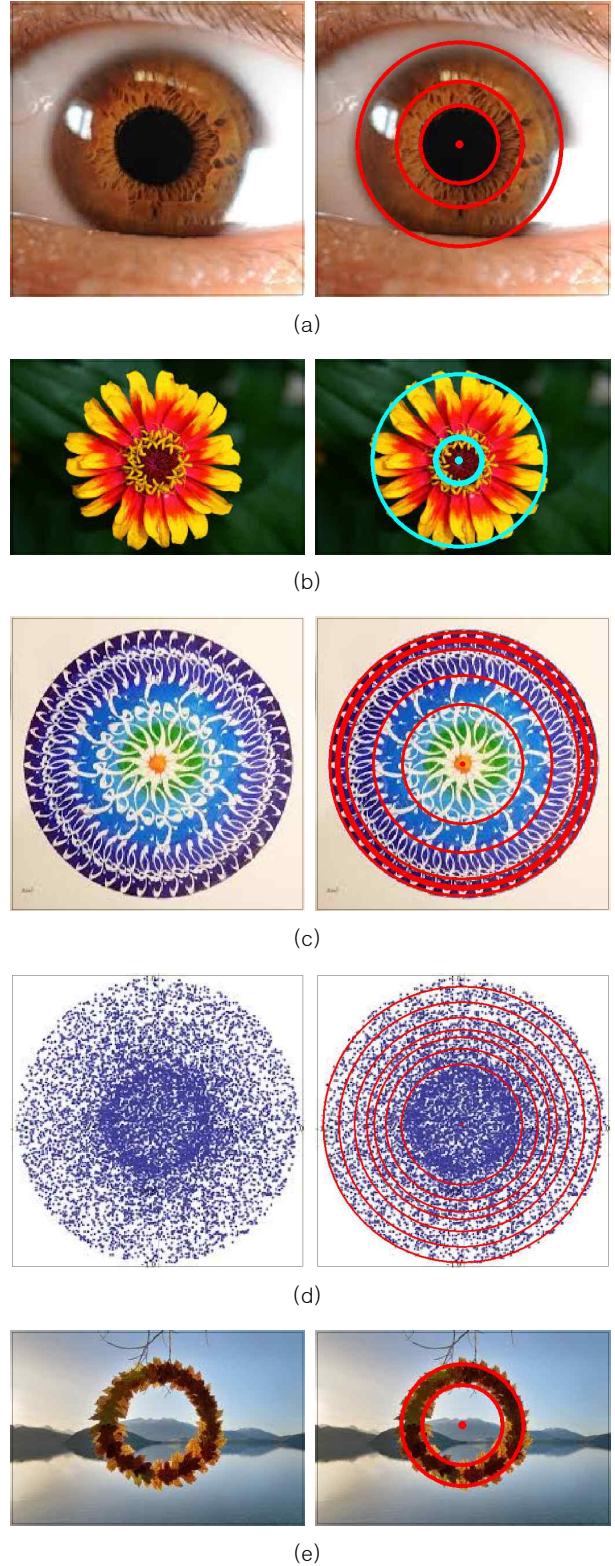
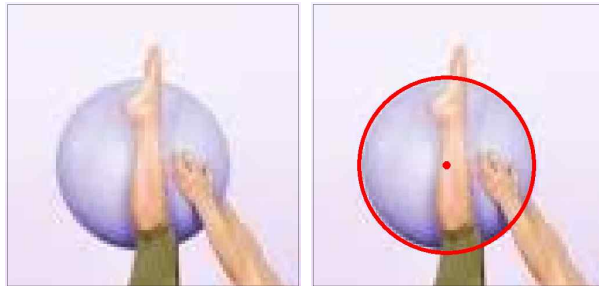


Fig. 9. Concentric circles



(a)



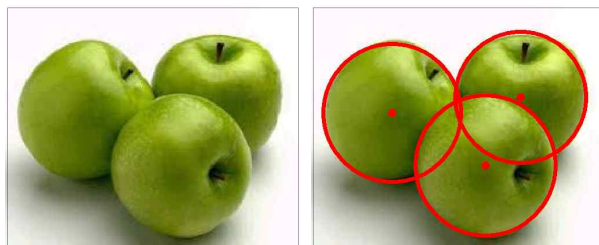
(b)



(c)

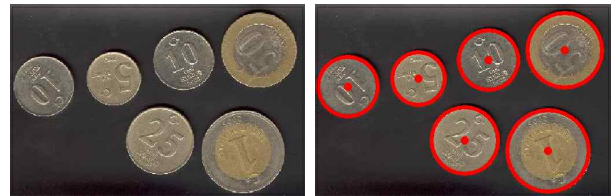


(d)

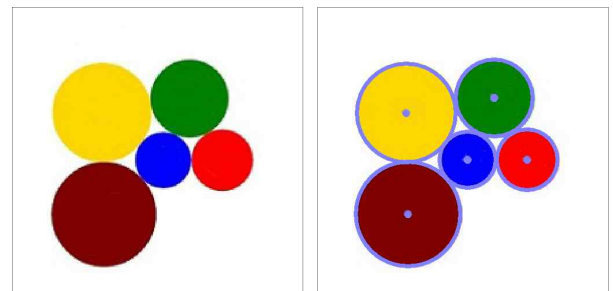


(e)

Fig. 10. Partially occluded circles



(a)



(b)

Fig. 11. Circles with various sizes.

IV. Conclusions

본 논문에서는 원이 가지고 있는 고유한 특성, 즉 이차원 형상 가운데 가장 많은 대칭축을 가지며 그것들은 모두 원의 중심을 지난다는 특성을 이용하여 영상에 내재하는 원을 검출하는 효과적인 방법을 제안하였다. 원주 상의 모든 점의 쌍들이 원의 중심을 검출하는데 기여하게 함으로써 원주가 부분적으로 끊기거나 가려진 경우에도 원의 중심을 안정되게 검출할 수 있게 하였다. 이 방식의 요점은 모든 에지 쌍의 수직이등분선을 영상공간에 누적시킴으로써 높은 값이 누적된 위치를 원의 중심으로 결정하는 것이다. 그러나 이 방식을 직접 구현하는 것은 많은 계산량을 필요로 한다. 본 논문에서는 수직이등분선을 직접 영상공간에 누적하는 대신 매개변수 공간상의 한 점으로 사상하여 히스토그램을 구성한 다음, 원의 중심을 지나는 직선일 가능성이 높은 능선상의 매개변수만을 선별하여 영상공간상의 직선으로 역사상 함으로써 계산량을 줄이는 방법을 제안하였다. 22개의 테스트 영상에 대해서 계산량을 비교한 결과 제안된 방법의 계산량이 영상공간에서의 직접누적방식의 0.056%임을 보였다. 테스트 영상들은 단순한 원, 비슷한 크기를 갖는 여러 개의 원, 동심원 상의 다중 원, 가려진 원, 크기가 다른 원 등 다양한 상황속의 원을 포함하는데, 제안된 원 검출방법을 적용한 결과 내재된 원들이 성공적으로 검출됨을 보였다. 위의 실험결과는 웹상에서 일반적으로 볼 수 있는 품질의 영상에 대한 것이다. 보다 열악한 환경에서 얻어진 영상으로부터의 원 검출은 추후의 연구과제가 될 수 있을 것이다.

REFERENCES

- [1] E. N. Malamas, et al., "A survey on industrial vision systems, applications and tools." *Image and vision computing* 21.2, pp. 171-188, 2003.
- [2] J. Mitra, A. Chandra, and T. Halder, "Peak trekking of hierarchy mountain for the detection of cerebral aneurysm using modified Hough circle transform." *ELCVIA Electronic Letters on Computer Vision and Image Analysis* 12.1, pp. 57-84, 2013.
- [3] R. Smith, K. Najarian, and K. Ward, "A hierarchical method based on active shape models and directed Hough transform for segmentation of noisy biomedical images; application in segmentation of pelvic X-ray images", *BMC Med. Informat. Decision Making*, vol. 9, pp. S2-S12, 2009.
- [4] E. Cuevas, et al., "White blood cell segmentation by circle detection using electromagnetism-like optimization." *Computational and mathematical methods in medicine*, 2013.
- [5] C. Hollitt and M. Johnston-Hollitt, "Feature detection in radio astronomy using the circle Hough transform." *Publications of the Astronomical Society of Australia* 29.3, pp. 309-317 2012.
- [6] H. Nguyen Van and H. Kim, "A novel circle detection method for iris segmentation." *Image and Signal Processing, CISP'08. Congress on. Vol. 3. IEEE*, 2008.
- [7] Duda, R. O. and P. E. Hart, "Use of the Hough Transformation to Detect Lines and Curves in Pictures," *Comm. ACM*, Vol. 15, pp. 11-15, 1972.
- [8] T. De Marco, et al., "Randomized circle detection with isophotes curvature analysis." *Pattern Recognition* 48.2, pp. 411-421, 2015.
- [9] W. Lu and J. Tan, "Detection of incomplete ellipse in images with strong noise by iterative randomized Hough transform (IRHT)," *Pattern Recognition* 41 (4) pp. 1268-1279. 2008.
- [10] L. Q. Jia, et al., "A fast randomized circle detection algorithm," In: *Image and Signal Processing (CISP), 2011 4th International Congress on. IEEE*, pp. 820-823, 2011.
- [11] B.H. Won, J.Y. Koo, "An Acceleration Method for Symmetry Detection using Edge Segmentation," *Journal of The Korea Society of Computer and Information*, Vol 20, No 9, pp. 31-37, 2015.
- [12] S. Koka, et al., "Ridge detection with the steepest ascent method." *Procedia Computer Science* 4 pp. 216-221, 2011.

Author



Ja Young Koo received the B.S. degree in Electronics Engineering from Seoul National University, Korea, in 1977. He received the M.S. and Ph.D degree in Electronics Engineering from KAIST in 1980 and 1986, respectively.

Dr. Koo joined the faculty of the Department of Software Dankook University, Korea, 1986. He is currently a professor in the same department. He is interested in computer vision.