

## Analysis of D2D Utility Function with the Interference Majorization

Changyoon Oh\*

\*Associate Professor, Dept. of Information and Communication Engineering, Inha Technical College, Incheon, Korea

## [Abstract]

We consider the D2D utility optimization problem in the cellular system. More specifically, we develop a concave function decision rule which reduces the complexity of non-convex optimization problem. Typically, utility function, which is a function of the signal and the interference, is non-convex. In this paper, we analyze the utility function from the interference perspective. We introduce the 'relative interference' and the 'interference majorization'. The relative interference captures the level of interference at D2D receiver's perspective. The interference majorization approximates the interference by applying the major interference. Accordingly, we propose a concave function decision rule, and the corresponding convex optimization solution. Simulation results show that the utility function is concave when the relative interference is less than 0.1, which is a typical D2D usage scenario. We also show that the proposed convex optimization solution can be applied for such relative interference cases.

▶ **Key words:** Concave, Convex, D2D, Relative Interference, Interference Majorization

## [요 약]

셀룰라 시스템에서 D2D 유틸리티 최적화 문제를 연구하도록 한다. 구체적으로, Non-Convex 최적화 문제의 복잡도를 완화하도록 해주는 오목함수 결정규칙을 제안하고자 한다. 일반적으로, 유틸리티 함수는 신호와 간섭의 함수이며, 해법이 복잡한 Non-Convex 형태를 가진다. 본 논문에서는 간단한 해법을 찾고자 유틸리티 함수를 간섭관점에서 분석한다. 먼저 D2D 수신단에서의 간섭 레벨을 의미하는 '상대간섭'과 간섭을 주요간섭으로 간략화하는 '간섭주요화'를 수식적으로 정의한다. 정의한 간섭주요화를 바탕으로 간단한 해법의 기반이 되는 오목함수 결정규칙과 최적화 해법이 간단한 Convex Optimization 해법을 제안하도록 한다. 실험결과를 통하여 유틸리티 함수는 D2D 적용시나리오에 해당하는 수치인 상대간섭 0.1 이하에서는 오목함수임을 확인하였다. 또한, 제안하는 Convex Optimization 해법은 상대간섭 수치 0.1 이하에서 적용이 가능함을 확인하였다.

▶ **주제어:** 오목, 볼록, 단말대 단말, 상대간섭, 간섭 주요화

- 
- First Author: Changyoon Oh, Corresponding Author: Changyoon Oh
  - Changyoon Oh (changyoonoh@inhatc.ac.kr), Dept. of Information and Communication Engineering, Inha Technical College
  - Received: 2020. 05. 25, Revised: 2020. 07. 13, Accepted: 2020. 07. 13.
  - This work was published in part in the Proceedings of the Korean Society of Computer Information Conference, July 2020.

## I. Introduction

본 논문에서는 유틸리티의 합(sum utility) 최적화 문제를 간섭관점에서 접근한다. 본 논문에서 고려하는 유틸리티(utility)는 단말링크에서의 전송용량을 의미한다. 일반적으로, 유틸리티의 합을 최적화하는 문제는 non-convex optimization 범주에 해당하므로, 최적화 해법은 복잡하다. 본 논문의 궁극적인 목적은 유틸리티의 합을 최적화하는 문제를 효율적으로 해결하기 위하여 유틸리티 함수(utility function)를 간섭관점에서 분석한다. 간섭분석을 기반으로 오목함수 결정규칙(Concave Function Decision Rule)을 제안한다. 또한, 간섭구간에 따라 유틸리티의 합 최적화 문제를 해법이 비교적 간단한 convex optimization으로 해결하도록 하는 해법을 제안한다.

## II. Preliminaries

### 2.1 Related works

간섭관리 기술이 주파수 재사용 연구에서 중요한 연구 주제가 된다. 일례로, 5G 셀룰라 시스템을 기반으로 D2D(Device to Device) 통신을 지원하도록 전송전력제어를 통하여 간섭관리를 처리하고 있다 [1,2]. [1]에서는 주로 전력제어 관점에서 셀룰라시스템에 간섭을 제한하도록 D2D 링크의 전송전력을 제어하고 있다. [2]에서는 에너지 효율을 목적으로 전송전력제어를 연구하였다. 특히, D2D 단말이 밀집되어 D2D 링크간에 간섭의 영향이 있는 환경을 고려하였다. [3]에서는 셀룰라 주파수를 재사용하는 환경에서 셀룰라 시스템의 간섭 영향을 고려하면서 효율적인 전송전력을 적용하여 간섭문제를 해결하였다. [4-6]에서는 5G full duplex에서 운용을 위한 전송전력 방안을 다루고 있다. 기존 Half Duplex 시스템에서 D2D 통신을 기반으로 full duplex 확장을 고려하였다. [7]에서는 D2D 단말들의 위치기반 기하학을 적용해 송수신 단말간 거리에 의한 전송전력방안을 제안하였다. [8]에서는 전송전력에 게임이론을 적용하여 비협력적 전송전력 방안을 제안하였다. Cognitive Radio는 대표적인 주파수 재사용 분야이다. [9]에서는 우선권 단말을 보호하기 위한 주파수 활용 방안을 연구하였다. [10]에서는 Cognitive Radio에서 다중안테나를 적용하였다. 주파수 재사용은 D2D 통신에서도 활용이 가능하다. [11]에서는 D2D 링크간 간섭을 제어하면서 용량증대를 연구하였다. 구체적으로, [11]에서는

D2D 링크간 간섭이 적은 환경을 다루고 있다. 반면, [12]에서는 현실적인 환경을 고려해 D2D 링크간 간섭을 주는 환경을 연구하였다. 구체적으로, 기지국 간섭정도에 따라 인센티브(Incentive)를 부여하는 방안을 연구하였다. [11,12]에서의 유틸리티의 합 최적화 문제는 최적화 해법이 복잡한 Non-Convex Optimization에 해당한다. 기존 연구들은 유틸리티의 합을 최적화하는 문제가 그 해법이 복잡한 Non Convex Optimization 이기 때문에 복잡도를 완화하고자 복잡도를 줄인 Sub Optimum Algorithm을 제안하는 연구들을 많이 진행하였다.

본 연구에서는 유틸리티의 합 최적화 문제가 그 해법이 간단한 Convex Optimization 이 되는 특정 조건을 찾는 방향으로 다르게 접근한다. 본 논문이 가지는 차별성은 바로 이 부분이다. 특히, 특정 조건을 찾는 과정에서 간섭분석을 적용한다. 본 논문에서는 최적화 해법이 복잡한 Non-Convex Optimization을 비교적 간단한 Convex Optimization으로 가능하도록 하는 Concave Function Decision Rule을 제안한다. 기존 최적화 문제에서는 유틸리티 함수 자체가 Non Convex 이기 때문에 최적화문제를 Non Convex Optimization 으로 해결하고자 하였다는 점이다. 간섭분석에 의하면, 유틸리티 함수(Utility Function) 자체는 Non-Convex Optimization 문제이지만, 간섭구간에 따라 Convex Optimization으로 해결이 가능하다. 구체적으로, 간섭분석을 위하여 'Relative Interference'와 'Interference Majorization'을 정의한다. 간섭구간에 따라 간섭조건이 성립하면 Utility Function이 Concave Function 임을 증명한다. 또한, Interference Majorization을 활용하여 증명결과를 기반으로 Concave Function Decision Rule을 제안한다. 제안하는 기법을 기반으로 간섭수준에 따라 최적화 해법은 간단한 Convex Optimization으로 해결이 가능하다.

## III. Analysis of Utility Function

### 3.1 System Model

본 논문에서 다루는 시스템 모델은 Fig. 1과 같다. 신호와 간섭을 구분하기 위하여, 신호는 실선, 간섭은 점선으로 표시한다. 주파수를 재사용하는 방법은 용량을 증대하는데 효과적이지만, 시스템끼리 간섭의 영향을 일으킨다. 셀룰라시스템과 D2D 링크가 주파수를 재사용하는 경우,

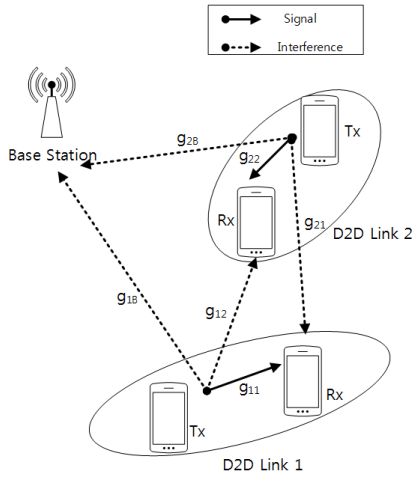


Fig. 1. System Model

셀룰라시스템이 받는 간섭을 우선적으로 고려해야 한다. 즉, 셀룰라시스템의 서비스의 품질을 유지하기 위하여 주파수를 재사용하는 D2D 링크에서의 전송전력을 일정 수준 이하로 제한한다. 구체적으로, D2D 링크에서 전송되는 전송전력의 합을  $\sum_{i=1}^K p_i \leq P_T$  과 같이 제한한다.

고려하는 환경에서는  $K$  개의 D2D 링크가 있다.  $i$  번째 D2D 링크의 송신단말이 사용하는 전송전력은  $p_i$  이다.  $K$  개의 D2D 링크에서 전송되는 전송전력의 합은 최대  $P_T$  를 넘지 않도록 제한한다. 하나의 D2D 링크는 송신 단말과 수신 단말로 구성된다.  $g_{ii}$  은  $i$  번째 링크에서의 채널이득이다. 일례로,  $i$  번째 D2D 송신 단말은  $p_i$  로 송신을 하고,  $i$  번째 D2D 수신 단말은  $p_i g_{ii}$  으로 수신한다. 인접한 링크의 수신단말과 기지국은  $i$  번째 D2D 송신 단말로부터 간섭을 받는다.  $j$  번째 D2D 링크 수신 단말은  $i$  번째 D2D 송신 단말이  $p_i$  로 전송하면,  $j$  번째 D2D 링크 수신 단말은  $p_i g_{ij}$  의 간섭을 받는다. 마찬가지로, 기지국은  $p_i g_{iB}$  의 간섭을 받는다.  $i$  번째 D2D 링크의 신호대 간섭비 SIR(Signal to Interference Ratio)는 식 (1)과 같다.

$$SIR_i = \frac{p_i g_{ii}}{\sum_{j \neq i} p_j g_{ji} + N} \quad (1)$$

여기서,  $p_j g_{ji}$  는  $i$  번째 D2D 링크의 수신 단말이  $j$  번째 D2D 링크의 송신 단말로부터 받는 간섭량이다.  $N$  은 열잡음을 포함한 인접셀 간섭이다.

### 3.2 Utility Function

$K$  개의 D2D 링크에서의 전송전력  $p_i (i=1, \dots, K)$  을 벡터  $P$  로 표현하면  $P = [p_1, p_2, \dots, p_K]$  와 같다. 유틸리티 함

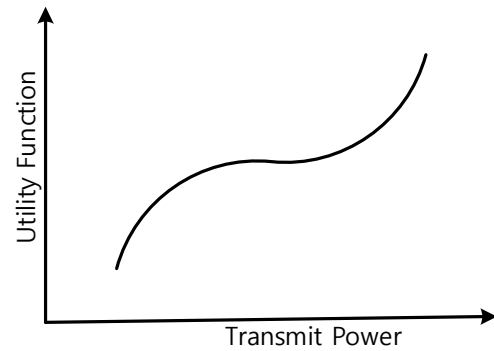


Fig. 2. Utility Function

수(Utility Function)는 D2D 링크 수신단에서의 신호대 간섭비에 로그함수를 취한 값으로, 전송용량을 나타낸다.  $i$  번째 D2D 링크의 유틸리티 함수는 식 (2)와 같이 정의한다.

$$U_i(p_i, p_i) = \log(1 + SIR_i) \quad (2)$$

식 (2)에서  $p_i$  는 전송전력 벡터  $P$  에서  $p_i$  를 제외하여 표현한 전송전력 벡터를 나타낸다. 식 (2)에서 유틸리티 함수는 모든 D2D 단말 전송전력값인  $p_i$  와  $p_i$  의 함수이며,  $U_i(p_i, p_i)$  대신,  $U_i(p_i)$  를 사용하도록 한다.

Fig. 2 는 단말의 전송전력 변화에 따른 유틸리티 함수를 나타낸다. 전송전력이 증가함에 따라 유틸리티 함수의 모양은 오목함수(Concave Function) 형태에서 볼록함수(Convex function)로 변화하고 있다.

### 3.3 Problem Formulation

식 (2)에서 정의한 유틸리티 함수를 기반으로 다양한 문제 구성(Problem Formulation)이 가능하다. 개별 D2D 링크에서 전송되는 전송전력의 총량이 기지국에 간섭영향을 주기 때문에 전송전력의 총량을 제한하면서, 동시에 개별 단말의 전송전력을 제한하는 경우, 유틸리티의 합을 최적화 문제는 식 (3)와 같다.

$$P1: \max \sum_i U_i(p_i) \text{ for all } i \in [1, \dots, K] \quad (3)$$

$$\sum_{i=1} p_i \leq P_T \quad (4)$$

$$p_i \leq p_{\max} \quad (5)$$

유틸리티 함수는 모든 단말들의 전송전력의 함수이다. 셀룰라시스템에 주는 간섭의 영향을 제한하기 위하여 식 (4)에서와 같이 개별 D2D 링크에서의 전송전력의 합을  $P_T$  이내로 제한하고 있다. 또한, 식 (5)에서는 개별 단말의 전송전력을 제한하고 있다. 식 (4)와 같은 문제 구성에서 유틸리티의 합(Sum Utility)를 최적화하기 위하여 식 (4)의 사용 가능한 전송전력을 모두 사용하도록 한다. 유틸리티

의 합은 모든 단말들의 전송용량의 합인 시스템 용량 (System Capacity)을 나타낸다. Proposition 1은 식 (3)을 최적화하기 위해서는 식 (4)의 전송전력 조건이 등호가 성립될 때 임을 보여준다.

**Proposition 1.**  $\max \sum_i U_i(p_i)$  를 만족시키기 위해서는  $\sum_{i=1} p_i = P_T$ 를 사용하여야 한다.

증명)  $\max \sum_i U_i(p_i)$ 를 만족시키는 전송전력 벡터가 식 (6)과 같다고 가정하자.

$$P^* = [p_1^*, p_2^*, \dots, p_K^*] \tag{6}$$

특히, 식 (6)은 식 (7)를 만족한다.

$$\sum_{i=1} p_i^* < P_T \tag{7}$$

즉, 식 (6)의 전송전력 벡터  $P^*$ 는 사용 가능한 전송전력  $P_T$ 보다 작은 양의 전송전력을 사용하고 있다. 식 (6)를 적용하여  $i$ 번째 D2D 링크에서의 SIR는 식 (8)과 같다.

$$SIR_i^* = \frac{p_i^* g_{ii}}{\sum_{j \neq i} p_j^* g_{ji} + N} \tag{8}$$

사용 가능한 전송전력  $P_T$  모두를 사용하는 새로운 전송전력 벡터를 식 (9)과 같이 정의한다.

$$P^{**} = [\beta p_1^*, \beta p_2^*, \dots, \beta p_K^*] \tag{9}$$

특히, 식 (9)은 식 (10)를 만족한다.

$$\sum_{i=1} \beta p_i^* = P_T \quad (\beta = \frac{P_T}{\sum_{i=1} p_i^*} > 1) \tag{10}$$

식 (9)를 적용하여  $i$ 번째 D2D 링크에서의 SIR를 구하면 식 (11)과 같다.

$$SIR_i^{**} = \frac{\beta p_i^* g_{ii}}{\sum_{j \neq i} \beta p_j^* g_{ji} + N} = \frac{p_i^* g_{ii}}{\sum_{j \neq i} p_j^* g_{ji} + \frac{N}{\beta}} \tag{11}$$

여기서, 식 (10)으로부터  $\beta > 1$  이므로,  $\frac{N}{\beta} < N$  이다.

식 (8)와 식 (11)을 비교하면,  $SIR_i^{**} > SIR_i^*$  이므로, 식 (12)가 성립한다.

$$\sum_i U_i(\beta p_i^*) > \sum_i U_i(p_i^*) \tag{12}$$

식 (7)의 조건을 만족하는 전송전력 벡터인 식 (6)이  $\max \sum_i U_i(p_i)$  를 만족한다는 가정은 모순이다. 따라서,

$\max \sum_i U_i(p_i)$  를 만족시키기 위해서는  $\sum_{i=1} p_i = P_T$  를

사용하여야 한다. ■

Proposition 1을 식 (4), (5)에 적용하면 식 (13), (14), (15)으로 표현할 수 있다.

$$P2: \max \sum_i U_i(p_i) \quad \text{for all } i \in [1, \dots, K] \tag{13}$$

$$\sum_{i=1} p_i = P_T \tag{14}$$

$$p_i \leq p_{\max} \tag{15}$$

식 (13)을 최적화하기 위해서는  $U_i(p_i)$ 이 전송전력  $p_i$ 의 변화에 따라 어떻게 변화하는지 살펴볼 필요가 있다. Fig. 2는 Proposition 1을 만족시키면서  $U_i(p_i)$ 와  $p_i$ 의 관계를 예시로 보여준다. 전송전력  $p_i$ 가 증가함에 따라  $U_i(p_i)$ 는 증가하는 오목함수(Increasing Concave Function) 형태를 가지며, 변곡점 (Inflection Point)을 지나면서  $U_i(p_i)$ 는 증가하는 볼록함수(Increasing Convex Function) 형태를 가지게 된다.  $p_i$ 의 증가에 따른  $U_i(p_i)$ 의 구체적인 변화는 자기채널 이득  $g_{ii}$ , 모든 간섭채널 이득  $g_{ji} \quad j \neq i, (j=1, \dots, K)$ 에 의하여 결정된다. 사용 가능한 전송전력 구간에서 D2D 링크의  $U_i(p_i)$ 가 증가하는 오목함수인 경우, 최적화 해법은 쉽게 접근할 수 있다. 하지만, 단 하나의  $U_i(p_i)$ 가 증가하는 볼록함수이기만 하더라도, 최적화 해법은 복잡하다. Proposition 1 즉,  $\sum_{i=1} p_i = P_T$ 를 만족하는 무한히 많은  $p_i$  벡터들이 존재하기 때문에,  $p_i$ 의 증가에 따른  $U_i(p_i)$ 의 변화가 증가하는 오목함수임을 판단하기가 어렵다. 본 논문에서는  $U_i(p_i)$ 가 증가하는 오목함수임을 쉽게 판단할 수 있도록 채널이득인  $g_{ii}, g_{ji}$ 들을 대신하여 상대간섭(Relative Interference)와 간섭주요화(Interference Majorization)을 정의하여  $U_i(p_i)$ 가 증가하는 오목함수임을 쉽게 결정하는 방법을 제안한다.

### 3.4 Relative Interference

개별 D2D 링크의 수신단말은 다른 D2D 링크의 송신단 말로부터 간섭의 영향을 받는다. 다른 D2D 링크로부터 받는 간섭환경이 동일할 경우, D2D 링크의 채널환경이 좋을 수록 실질적인 간섭량은 작아진다. 따라서, 간섭을 상대적으로 살펴볼 필요가 있다. 식 (2)의 신호대 간섭비(SIR)를 구성하는 신호(분자)와 간섭(분모)를 채널이득  $g_{ii}$ 으로 나누고,  $\alpha_{ji} = \frac{g_{ji}}{g_{ii}}, N_i = \frac{N}{g_{ii}}$ 로 정의한다. 식 (2)는 식 (16)와 같다.

$$SIR_i = \frac{p_i}{\sum_{j \neq i} p_j \alpha_{ji} + N_i} \tag{16}$$

식 (16)를 식 (2)에 적용하면, 식 (17)과 같이 나타낼 수 있다.

$$U_i(p_i) = \log\left(1 + \frac{p_i}{\sum_{j \neq i} p_j \alpha_{ji} + N_i}\right) \quad (17)$$

$\alpha_{ji}$  를 D2D link  $j$ 가 D2D link  $i$  에게 주는 ‘상대간섭’(Relative Interference)으로 정의한다. 상대간섭은 간섭을 주는 다른 D2D 단말로부터의 채널 이득을 신호를 전송하는 D2D 링크 단말로부터의 채널이득으로 나눈 값으로 상대적 간섭량을 의미한다. 상대간섭이 클수록 많은 간섭의 영향을 받는다.  $g_{ji}$ 가 크더라도  $g_{ii}$ 가 크다면 상대간섭  $\alpha_{ji}$  작아지게 되어, D2D 링크  $j$  으로부터 더 적은 간섭의 영향을 받게 된다.

### 3.5 Interference Majorization

식 (17) 가 주어진 전송전력 구간에서 증가하는 오목함수일 경우, 식 (13) 의 최적화 문제에 대한 해법은 Convex Optimization으로 쉽게 접근할 수 있다.

유틸리티 함수의 분석을 위해서는 개별 유틸리티 함수의 전송전력에 대한 1차 미분과 2차 미분을 살펴볼 필요가 있다. 식 (17)은  $U_i(p_i)$ 는  $p_i > 0$  에 대하여 항상  $U_i(p_i) > 0$  이다.

Proposition 1 에 의하여 유틸리티의 합(Sum Utility)을 최적화하기 위해서는  $\sum_{i=1} p_i = P_T$ 를 적용한다.

식 (17)의  $\alpha_{ji} (j \neq i)$  를 크기순으로 나열하고, 이 중 가장 큰  $\alpha_{ji}$  를  $\alpha_i^*$ 라고 하면 식 (18)과 같다.

$$\alpha_i^* = \max[\alpha_{1i}, \dots, \alpha_{Ki}] \quad (18)$$

모든  $\alpha_{ji} (j \neq i)$ 에  $\alpha_i^*$ 를 적용하는 것을 고려하는 것을 ‘간섭주요화’(Interference Majorization)라고 정의하면 식 (19)와 같다.

$$\alpha_{ji} = \alpha_i^* \quad (19)$$

식 (14), (19)을 식 (17)에 대입하면, 식 (20)와 같이 표현할 수 있다.

$$U_i^M(p_i) = \log\left(1 + \frac{p_i}{\alpha_i^*(P_T - p_i) + \frac{N}{g_{ii}}}\right) \quad (20)$$

여기서,  $\sum_{j \neq i} p_j = P_T - p_i$  이다.

식 (17)과 식 (20)을 비교하면,  $U_i(p_i) > U_i^M(p_i)$ 이다. 간섭주요화에 의하여 식 (20)에서 간섭량을 의미하는 분모값이 커지므로,  $U_i^M(p_i)$ 은 작아지게 된다. 간섭주요화에 의하여 식 (18)에서  $K-1$  개의 상대간섭 변수가 한 개로 단순화된다, 따라서, 간섭주요화를 적용한  $U_i^M(p_i)$  를 사용하게 되면, 변곡점을 쉽게 판단할 수 있어, 유틸리티 함수

수의 오목함수 여부 해석이 쉽게 판단된다. 오목함수 해석은 Proposition 2, 3, 4를 통해 증명하도록 한다. 먼저  $U_i^M(p_i)$ 는  $p_i > 0$  에서  $U_i^M(p_i) > 0$ 와 같이 양의 값을 갖는다.

식 (20)의  $U_i^M(p_i)$ 을 전송전력  $p_i$  에 대한 1차 미분과 2차 미분을 구하면 식 (21), (22)와 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial U_i^M(p_i)}{\partial p_i} = \frac{\alpha_i^* P_T + N_i}{(\alpha_i^*(P_T - p_i) + N_i)(\alpha_i^*(P_T - p_i) + N_i)} > 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial^2 U_i^M(p_i)}{\partial p_i^2} = (\alpha_i^* P_T + N_i) \frac{A_i}{B_i} \quad (22)$$

식 (22)에서  $A_i, B_i$  는 식 (23), (24)와 같다.

$$A_i = (\alpha - 1)(\alpha(P_T - p_i) + \frac{N}{g_i}) + \alpha(\alpha(P_T - p_i) + \frac{N}{g_i} + p_i) \quad (23)$$

$$B_i = (\alpha(P_T - p_i) + \frac{N}{g_i} + p_i)^2 (\alpha(P_T - p_i) + \frac{N}{g_i})^2 \quad (24)$$

식 (22) 의 부호를 결정하는 것은  $A_i$  이다 ( $B_i > 0$ ).

변곡점(Inflexion Point)은 식 (25)에서와 같이 유틸리티 함수를 전송전력으로 2차 미분한 식을 0 이 되도록 하는 전송전력값이다.

$$\frac{\partial^2 U_i^M(p_i)}{\partial p_i^2} = 0 \quad (25)$$

이를 만족하는 변곡점  $p_i^*$ 은 식 (26)와 같다.

$$p_i^* = (1 - 2\alpha^*)(\alpha^* P_T + N_i) / 2\alpha^*(1 - \alpha^*) \quad (26)$$

식 (26) 오른쪽 항의  $(1 - 2\alpha^*)$ 에서  $\alpha^* > \frac{1}{2}$

인 경우, 전송전력의 변곡점  $p_i^*$ 은 항상 음의 값 ( $p_i^* < 0$ )을 가지며, Utility Function은 증가하는 볼록함수(Increasing Convex Function) 이다. 반면,  $\alpha^* < \frac{1}{2}$  인 경우에는 변곡점이 양의 값 ( $p_i^* > 0$ )을 가지게 되며, Utility Function은 증가하는 오목함수(Increasing Concave Function)의 형태를 보이다가 변곡점부터는 증가하는 볼록함수(Increasing Convex Function) 형태를 보인다. Proposition 2 는 D2D 유틸리티 함수  $U_i^M(p_i)$ 가 주어진 전송전력 구간에서 증가 오목함수 여부를 판단하는 방법을 설명한다.

**Proposition 2.** 식(27)을 만족하면,  $0 \leq p_i \leq p_{\max}$  구간에서  $U_i^M(p_i)$ 는 증가 오목함수(Increasing Concave

Function) 이다.

$$\frac{\partial^2 U_i^M(p_i)}{\partial p_i^2} \Big|_{p_i=p_{\max}} < 0 \quad (27)$$

증명)

$$U_i^M(p_i) > 0 \text{ 이므로, 식 (21)에 의하여 } \frac{\partial U_i^M(p_i)}{\partial p_i} > 0.$$

즉  $U_i^M(p_i)$ 는 증가함수이다. 모든 D2D 유틸리티 함수  $U_i^M(p_i)$ 는 하나의 변곡점을 가지며, 그 값은 식 (26) 과 같다. 특히, D2D 유틸리티 함수는 변곡점  $p_i^*$ 를 기준으로  $p_i < p_i^*$  구간에서는 증가 오목함수이며,  $p_i > p_i^*$  구간에서는 증가 볼록함수이다. 만약,  $\frac{\partial^2 U_i^M(p_i)}{\partial p_i^2} \Big|_{p_i=p_{\max}} < 0$ 이면  $U_i^M(p_i)$ 는  $p_i = p_{\max}$  에서 오목함수이므로, 변곡점은  $p_i^* > p_{\max}$  구간에서 존재하게 되며, 따라서,  $0 < p_i < p_{\max}$  구간에서는  $U_i^M(p_i)$ 는 오목함수이다.

$$\text{즉, } \frac{\partial^2 U_i^M(p_i)}{\partial p_i^2} \Big|_{p_i=p_{\max}} < 0 \text{이면, } 0 \leq p_i \leq p_{\max} \text{ 에서}$$

$U_i^M(p_i)$ 는 오목함수이다. ■

Proposition 2를 적용하여 D2D 유틸리티 함수가 주어진 전송전력 구간에서 증가하는 오목함수인지를 확인할 수 있다. 하지만, Proposition 2에서 적용한 D2D 유틸리티 함수는 간섭주요화를 적용한  $U_i^M(p_i)$ 이다. 실제 본 논문에서의 최적화 대상은 간섭주요화를 적용하지 않은  $U_i(p_i)$ 이다. Proposition 3는  $U_i^M(p_i)$ 로부터 간섭주요화를 하나씩 해제하여 최적화 대상인  $p_i^* < p_i^{**}$   $U_i(p_i)$ 로 복귀하는 과정에서 변곡점이 어떻게 변하는지를 설명하고 있다.

**Proposition 3.** 어느 하나의 상대간섭(Relative Interference)이 작아지면  $\alpha^j > \alpha_j^{**}$ , 전송전력의 변곡점은 커진다  $p_i^* < p_i^{**}$ .

증명) 단말  $i$ 의 유틸리티 함수에서의 상대간섭(Relative Interference) 벡터는 식 (28)와 같이 정의한다.

$$A^* = [\alpha_j^*, \alpha_k, \dots, \alpha_z] \quad (28)$$

여기서,  $\alpha^j > \alpha_j^{**}$  가 되도록 새로운 상대간섭(Relative Interference) 벡터를 식 (29)과 같이 정의한다.

$$A^{**} = [\alpha_j^{**}, \alpha_k, \dots, \alpha_z] \quad (29)$$

식 (26)을 적용하여 변곡점을 구해보도록 한다. 식 (26)을 적용한 유틸리티 함수는 식 (30)와 같다.

$$U_i^*(p_i) = \log\left(1 + \frac{p_i}{\alpha_j^*(P_T^* - p_i) + N_i + X}\right) \quad (30)$$

$$\text{여기서, } X = \sum_{k \neq i,j} \alpha_k p_k, \quad P_T^* = P_T - \sum_{k \neq j,k} p_k.$$

변곡점을 구하면 식 (31)과 같다.

$$p_i^* = (1 - 2\alpha_j^*)(\alpha_j^* P_T^* + N_i + \sum_{k \neq i,j} \alpha_k p_k) / 2\alpha_i^*(1 - \alpha_i^*) \quad (31)$$

식 (29)를 적용하여 변곡점을 구해보도록 한다. 식 (26)을 적용한 유틸리티 함수는 식 (32)와 같다.

$$U_i^{**}(p_i) = \log\left(1 + \frac{p_i}{\alpha_j^{**}(P_T^* - p_i) + \frac{N}{g_{ii}} + X}\right) \quad (32)$$

변곡점을 구하면 식 (33)과 같다.

$$p_i^{**} = (1 - 2\alpha_j^{**})(\alpha_j^{**} P_T^* + N_i + \sum_{k \neq i,j} \alpha_k p_k) / 2\alpha_i^{**}(1 - \alpha_i^{**}) \quad (33)$$

$N = N_i + \sum_{k \neq i,j} \alpha_k p_k$  이라고 놓으면 식 (26) 과 동일한 형식이 된다. 식 (26)에서 변곡점은 상대간섭(Relative Interference)의 증가에 작아지는 감소함수이다. 이에 대한 실험결과는 Fig. 3와 같다.  $\alpha$  가 작아지면 변곡점  $p_i^*$ 는 커짐을 알 수 있다. 따라서, 어느 하나의 Relative Interference가 작아지면  $\alpha^j > \alpha_j^{**}$ , 전송전력의 변곡점은 커진다. 즉,  $p_i^* < p_i^{**}$  ■

Proposition 3 에 의하면 어느 하나의 상대간섭 값이 작아지면 D2D 유틸리티 함수의 변곡점은 커진다. 최적화 대상인  $U_i(p_i)$ 를 간섭주요화를 적용하여 새로운 유틸리티 함수  $U_i^M(p_i)$ 를 정의하였으므로,  $U_i(p_i)$ 와  $U_i^M(p_i)$ 에서 상대간섭의 크기를 비교하면  $U_i^M(p_i)$ 에서의 상대간섭이 작게 된다. 즉,  $U_i(p_i)$ 와  $U_i^M(p_i)$ 에서의 변곡점을 비교하면  $U_i(p_i)$ 에서의 변곡점이 더 크다.

**Proposition 4.**  $0 \leq p_i \leq p_{\max}$  에서  $U_i^M(p_i)$ 이 증가하는 오목함수이면,  $U_i(p_i)$  또한 증가하는 오목함수이다.

증명) 간섭주요화에 의해  $U_i^M(p_i)$ 에서의 상대간섭은  $U_i(p_i)$ 에서의 상대간섭보다 크다. 따라서, Proposition 3 에 의하여  $U_i^M(p_i)$ 에서의 변곡점은  $U_i(p_i)$ 에서의 변곡점보다 작다.  $0 \leq p_i \leq p_{\max}$  에서  $U_i^M(p_i)$ 이 증가하는 오목함수이면,  $U_i^M(p_i)$ 의 변곡점  $p_i^*$ 는  $p_i^* > p_{\max}$  이어야 한다.  $U_i(p_i)$ 의 변곡점은  $U_i^M(p_i)$ 의 변곡점보다 크므로,  $U_i(p_i)$ 의 변곡점  $p_i^*$ 는  $p_i^* > p_{\max}$  이다. 따라서,  $0 \leq p_i \leq p_{\max}$

에서  $U_i(p_i)$  역시 증가하는 오목함수이다. ■

Proposition 4는  $U^M(p_i)$ 이 주어진 전송전력 구간에서 증가하는 오목함수 여부를 판단하여 본래 최적화 대상인  $U_i(p_i)$ 이 증가하는 오목함수인지를 알려준다.

### 3.6 Proposed Concave Function Decision Rule

모든 D2D 링크에서 Proposition 2를 만족할 경우, 식 (6)의 최적화 문제는 Convex Optimization Problem 이 되며, Non-Convex Optimization에서처럼 최적화 해법을 구하기 위해 복잡한 방법을 사용하지 않아도 된다. 구체적인 결정규칙(Decision Rule)은 아래와 같다.

```

flag=0;
for i=1:K
    if  $\frac{\partial^2 U_i^M(p_i)}{\partial p_i^2} \Big|_{p_i=p_{\max}} < 0$ 
        flag++;
    end
end

```

```

while (flag==K)
{ utility functions are all concave}

```

모든 단말들에 대하여 Proposition 2를 적용한다. 만약 모든 단말들에 대하여  $\frac{\partial^2 U_i^M(p_i)}{\partial p_i^2} \Big|_{p_i=p_{\max}} < 0$  인 경우, 모든 단말들의 유틸리티 함수는 오목함수(Concave Function)이다. 따라서, 식 (6)의 최적화 함수는 Convex Optimization 해법으로 해결이 가능하다.

### 3.7 Proposed Convex Optimization

Step 1. For  $i = 1 : K$

$$p_i(\lambda) = \arg_{p_i} \left( \frac{\partial U_i(p_i)}{\partial p_i} \Big|_{p_i=p_i(\lambda)} = \lambda \right)$$

Step 2.

$$\text{if } \sum_{i=1}^K p_i(\lambda) = P_T$$

Go to Step 3

else

$$\lambda = \lambda + \Delta\lambda$$

Go to Step 1

Step 3. For  $i = 1 : K$

Get  $U_i(p_i(\lambda))$

Step 4. END

Step 1에서는 모든 단말들의 전송전력을 계산한다. 단말  $i$ 의 전송전력은 유틸리티 함수의 변화율이  $\lambda$ 의 함수이다. 구체적으로, 전송전력  $p_i(\lambda)$ 은 개별 단말의 유틸리티 함수의 변화율이  $\lambda$ 가 되는 값이다.  $\lambda$ 는 모든 단말들에게 공통적으로 적용된다. 증가하는 오목함수에서는 유틸리티 함수의 변화율이  $\lambda$ 이 작아질수록 전송전력값은 커진다. Step 2에서는 Step 1에서 구한 개별 전송전력  $p_i(\lambda)$ 의 합이  $\sum_{i=1}^K p_i(\lambda) = P_T$ 를 만족하도록 전송전력 탐색과정은 반복된다. 만약,  $\sum_{i=1}^K p_i(\lambda) = P_T$ 를 만족하면 알고리즘은 종료하지만, 만족하지 않는 경우,  $\Delta\lambda$ 를 추가하여  $\sum_{i=1}^K p_i(\lambda) = P_T$ 를 만족할 때까지 반복한다. 일례로,  $\Delta\lambda$ 는 Bisection Method [13]를 적용하여 결정한다. Step 3에서는 결정된 전송전력  $p_i(\lambda)$ 를 기반으로 개별 단말들의 유틸리티를 계산한다.

## IV. Numerical Results

채널 이득은  $\frac{r}{d^4}$ 으로 모델링한다. 구체적으로,  $r$ 은 variance  $8dB$ 의 log normal fading이다.  $d$ 는 송신기와 수신기 사이의 거리이다. 간섭값은  $N=10^{-12}$ 이다. 총 전송전력은  $P_T=2W$ 이다.

Fig. 3는 상대간섭 값에 따른 변곡점(Inflection Point)의 변화를 보여준다. 상대간섭이 작아짐에 따라 변곡점은 상승함을 확인할 수 있다. 특히, 상대간섭 값이 0.01 이하에서는 변곡점이 급격하게 상승하게 된다. 이는 상대간섭 값이 작은 경우에는 D2D 링크간의 간섭이 적어 유틸리티 함수는 증가하는 오목함수가 된다.

Fig. 4는 서로 다른 상대간섭 ( $\alpha=0.01, \alpha=0.1, \alpha=0.6$ )값들에 대하여 전송전력과 유틸리티 함수의 관계를 보여준다. 먼저 Case 1에 해당하는  $\alpha > 0.5$ 인 경우에는 변곡점이 음의 값 즉,  $p_i^* < 0$ 에서 발생하기 때문에, 유틸리티 함수는 전송전력구간  $0 \leq p_i \leq P_T$ 에서 항상 증가하는 볼록함수가 된다. Case 2에 해당하는  $\alpha=0.1$ 에

서는  $0 \leq p_i \leq p_i^*$  구간에서는 유틸리티 함수가 증가 오목 함수 형태를 가지며,  $p_i^* \leq p_i \leq P_T$  구간에서는 증가 볼록 함수 형태를 가지게 된다. Case 3 에 해당하는  $\alpha = 0.01$  에서는 유틸리티 함수는 전송전력구간  $0 \leq p_i \leq P_T$  에서 항상 증가 오목 함수가 된다. Case 1과 Case 2의 경우

유틸리티의 합(Sum Utility)을 최적화하기 위한 해법은 일반적으로 매우 복잡하다. 반면, case 3 와 같은 경우인 유틸리티 함수가 전송전력 구간에서 항상 증가 오목 함수 일 때는 유틸리티의 합을 최적화하는 해법이 간단해지는 장점이 있다.

Fig. 5 는 전송전력과 간섭주요화에 의한 유틸리티 함수  $U_i^M(p_i)$  과 간섭주요화를 하지 않은 유틸리티 함수  $U_i(p_i)$  를 비교하였다. 간섭주요화를 하게 되면 변곡점(Inflection Point)가 작아진다.  $U_i^M(p_i)$  가  $0 \leq p_i \leq p_{max}$  에서 증가 오목함수임을 확인하게 되면,  $U_i(p_i)$ 가  $0 \leq p_i \leq p_{max}$  에서 증가 오목함수가 되는 것이므로, 좀 더 간단한 함수인  $U_i^M(p_i)$ 를 적용하여 Convex Optimization 적용 가능성을 쉽게 판단할 수 있게 된다.

Fig. 6 는 제안하는 오목함수 결정규칙(Concave Function Decision Rule)을 적용하여 D2D 링크 수의 증가에 따른 유틸리티 합의 변화를 살펴보았다. 동일한 D2D 링크의 수에 대하여 상대간섭이 작을수록 유틸리티 합은 큰 값을 가진다. 상대간섭이 작은 것은 간섭량이 작아짐을 의미하며, 따라서, 유틸리티의 증가를 가져온다. 동일한 상대간섭에 대하여 D2D 링크의 수가 증가할수록 유틸리티합은 증가한다. 하지만, 그 증가율은 점진적으로 감소함을 확인하였다. 유틸리티 함수가 증가하는 오목함수 (Increasing Concave Function) 인 경우, 총 전송전력을 가능한 많은 수의 D2D 링크가 나누어 사용하여 유틸리티 합을 최적화할 수 있게 된다. 따라서, D2D 링크 수의 증가 할수록 유틸리티합은 증가하게 된다.

### V. Conclusions

본 연구에서는 유틸리티 함수(Utility Function)의 간섭 분석을 통하여 유틸리티합(Sum Utility) 최적화를 간단하게 하는 오목함수 결정규칙(Concave Function Decision Rule)을 제안하였다. 구체적인 간섭분석을 위하여, 상대간섭(Relative Interference)를 정의하였다. 상대간섭은 간섭 채널 이득을 자기채널 이득으로 균등화(Normalization)한 값으로 상대적 간섭을 의미한다. 상대간섭을 적용하면 링크

간 간섭비교를 쉽게 할 수 있는 이점이 있다. 유틸리티 함수 (Utility Function)을 구성하는 다양한 링크의 간섭 중에서 가장 큰 간섭의 영향을 주는 링크인 주요간섭(Major Interference)가 존재한다. 유틸리티 함수는 주요간섭에 가장 큰 영향을 받게 된다. 이러한 주요간섭 영향을 반영하여 간섭주요화(Interference Majorization)을 정의하고, 간섭주요화를 적용하여 오목함수 결정규칙을 제안하였다. 또한, 유틸리티 함수의 오목함수 구간에서 활용이 가능한 Convex Optimization Solution을 제안하였다. 어떠한 유틸리티 함수가 주어진 전송전력 구간에서 증가 오목함수임 이 판명되면, Convex Optimization 기법을 활용하여 최적화 문제를 쉽게 접근이 가능하다. 본 연구에서는 최적화 해법이 간단한 조건을 찾기 위하여 간섭분석을 적용하였다. 다만, 연구 결과를 실제 시스템에 적용하기 위해서는 추가적인 연구 진행이 필요하다. 구체적으로, 다양한 간섭 환경에서 최적화 해법이 어떻게 변화하는지에 대한 분석은 진행하지 않았다. 따라서, 향후에는 D2D 통신의 운용 환경별로 간섭분석을 진행할 필요가 있으며, 각각의 운용환경에 따른 최적화해법이 어떻게 변화하는지 또 간단한 최적화 해법은 어떻게 구할 수 있는지에 대한 연구를 진행할 예정이다.

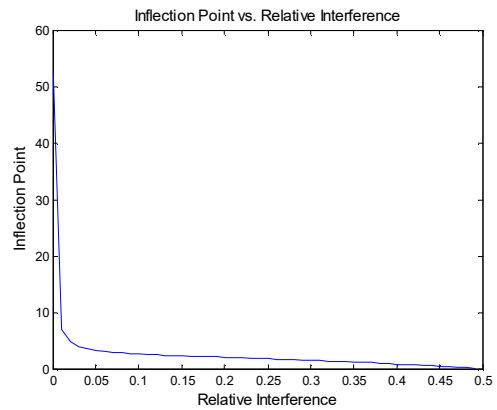


Fig. 3. Inflection Point vs. Relative Interference

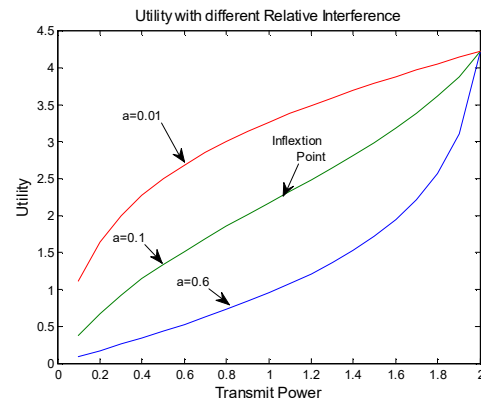


Fig. 4. Utility Function vs. Different Relative Interference



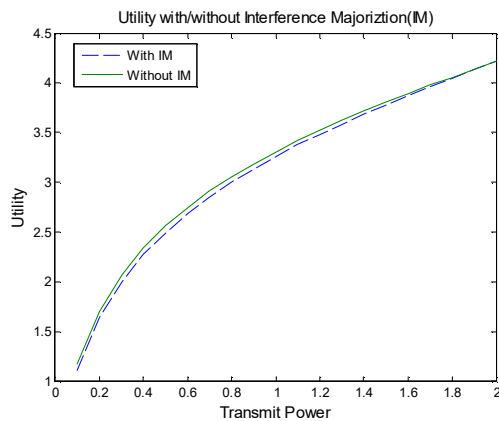


Fig. 5. Utility Function with/without Interference Majorization

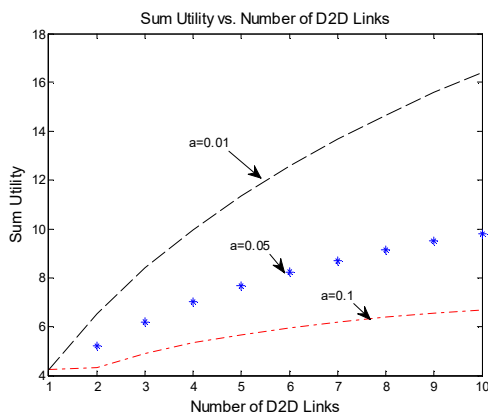


Fig. 6. Sum Utility

## REFERENCES

- [1] S. Selmi and R. Bouallègue, "Interference and power management algorithm for D2D communications underlay 5G cellular network," 2019 International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications (WiMob), Barcelona, Spain, pp. 1-8, 2019.
- [2] C. Yang, J. Li, P. Semasinghe, E. Hossain, S. M. Perlaza and Z. Han, "Distributed Interference and Energy-Aware Power Control for Ultra-Dense D2D Networks: A Mean Field Game," in *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 16, no. 2, pp. 1205-1217, Feb. 2017.
- [3] N. Lee, X. Lin, J. Andrews, and R.W. Heath, "Power Control for D2D Underlaid Cellular Networks: Modeling, Algorithms and Analysis," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 33, no. 1, pp 1-13, Jan. 2015.
- [4] L. Han, T. B. Iliev, G. Y. Mihaylov, E. P. Ivanova and I. S. Stoyanov, "Power control schemes for device-to-device communications in 5G mobile network," 2017 40th International Convention on Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics (MIPRO), Opatija, pp. 416-419, 2017.
- [5] J. F. Shi, M. Chen, Z. H. Yang, H. Xu and Y. Wang, "Power control and performance analysis for full-duplex relay-assisted D2D communication underlying fifth generation cellular networks," in *IET Communications*, vol. 11, no. 18, pp. 2729-2734, 2017.
- [6] L. Han, Y. Zhang, X. Zhang and J. Mu, "Power Control for Full-Duplex D2D Communications Underlying Cellular Networks," in *IEEE Access*, vol. 7, pp. 111858-111865, 2019.
- [7] A. Abdallah, M. M. Mansour and A. Chehab, "A Distance-Based Power Control Scheme for D2D Communications Using Stochastic Geometry," 2017 IEEE 86th Vehicular Technology Conference (VTC-Fall), Toronto, pp. 1-6, 2017.
- [8] Y.A. Al-Gumaei, N. Aslam, A.M. Al-Samman, T. Al-Hadhrami, K. Noordin, Y. Fazea, "Non-Cooperative Power Control Game in D2D Underlying Networks with Variant System Conditions," *Electronics* 8, no. 10, 1113, 2019.
- [9] Y. Ma, D. I. Kim, Z. Wu, "Optimization of OFDMA-based cellular cognitive radio networks", *IEEE Trans. Commun.*, vol. 58, no. 8, pp. 2265-2276, Aug. 2010.
- [10] S.-J. Kim, G. B. Giannakis, "Optimal resource allocation for MIMO ad hoc cognitive radio networks", *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 57, no. 5, pp. 3117-3131, May 2011.
- [11] X. Kang, R. Zhang, M. Motani, "Price-based resource allocation for spectrum-sharing femtocell networks: A Stackelberg game approach", *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 30, no. 3, pp. 538-549, Apr. 2012.
- [12] Y. Liu, R. Wang, "Interference Constraint Pricing for D2D Networks," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Vol. 16, No. 1, pp. 475-486, January 2017.
- [13] E. Chong, "An Introduction to Optimization," 4th Edition, Wiley, Jan. 2013.

## Authors



Changyoon Oh received the B.S. degree in Electrical Engineering from Yonsei University, Korea in 1999 and M.S. and Ph.D. degrees in Electrical Engineering from Pennsylvania State University, U.S.A in 2001, 2005,

respectively. Dr. Oh joined the faculty of the Department of Information & Communications Engineering at Inha Technical College, Incheon, Korea in 2011. He is currently an associate Professor in the Department of Information & Communications Engineering at Inha Technical College. He is interested in Physical Layer Issue and wireless standard.