

Machine-Learning-based Optimization of ETF Split Trading Strategies with Technical Indicators

Dongwon Lee*

*Assistant Professor, Division of Social Sciences, Hansung University, Seoul, Korea

[Abstract]

This study aims to develop a machine-learning-based asset allocation strategy that dynamically adjusts investment weights using technical indicators. By employing a parametric structure grounded in Bollinger Bands and the Commodity Channel Index (CCI), the strategy offers flexible responses to market changes. Several optimization algorithms, including Differential Evolution (DE), Powell, L-BFGS-B, TNC, COBYLA, and TRUST-CONSTR, were applied to tune the strategy parameters using historical ETF data. Each optimizer was evaluated through repeated simulations, and the models were assessed based on annual realized profits, return stability, and overfitting metrics. Among them, DE consistently delivered superior performance, demonstrating strong generalization and low levels of overfitting. These outcomes are attributed to DE's ability to escape local optima and effectively explore the search space. These results indicate that combining global optimization with technical indicators enables robust, data-driven investment strategies that are adaptable to dynamic financial environments.

▶ **Key words:** Technical Indicators, ETF Split Trading Strategy, Machine Learning Optimization, Overfitting Evaluation, Differential Evolution, Optimization Algorithm Comparison

[요 약]

본 연구는 기술적 지표를 활용하여 투자 비중을 동적으로 조정하는 머신러닝 기반 자산 배분 전략을 개발하는 것을 목적으로 한다. Bollinger Band와 CCI(Commodity Channel Index)를 기반으로 한 파라메트릭 구조를 통해 시장 변화에 유연하게 대응할 수 있는 전략을 설계하였다. 전략의 파라미터 최적화를 위해 Differential Evolution(DE), Powell, L-BFGS-B, TNC, COBYLA, TRUST-CONSTR 등 총 6가지 최적화 알고리즘을 적용하였으며, 과거 ETF 데이터를 바탕으로 반복 실험을 수행하였다. 각 알고리즘은 연간 실현 수익률, 수익 안정성, 과적합 지표 등을 기준으로 평가되었으며, 이 중 DE 알고리즘은 모든 기준에서 가장 우수한 성과를 보였다. DE는 탐색 공간을 효과적으로 탐색하고 지역 최적값에 빠지지 않는 특성으로 인해 뛰어난 일반화 성능과 낮은 과적합 수준을 보여주었다. 본 연구 결과는 기술적 지표와 전역 최적화 기법을 결합한 전략이 동적 금융 환경에서도 강건한 투자 전략으로 활용될 수 있음을 시사한다.

▶ **주제어:** 기술 지표, ETF 분할매매 전략, 머신러닝 최적화, 과적합 평가, 차분 진화, 최적화 알고리즘 비교

- First Author: Dongwon Lee, Corresponding Author: Dongwon Lee
- *Dongwon Lee (dongwonlee@hansung.ac.kr), Division of Social Sciences, Hansung University
- Received: 2025. 06. 11, Revised: 2025. 06. 26, Accepted: 2025. 06. 30.

I. Introduction

상장지수펀드(ETF, Exchange-Traded Fund)는 분산 투자 효과, 높은 유동성, 낮은 운용 비용 등의 장점으로 인해 가장 널리 사용되는 투자 수단 중 하나로 자리 잡았다 [1]. 그러나, 투자자들은 여전히 시장의 변동성 속에서 자산을 언제, 얼마나 배분할 것인지에 대한 중요한 의사결정에 직면한다. 예를 들어, 미국 주식 시장을 대표하는 500개 기업으로 구성된 SPY는 연평균 약 10%의 안정적인 수익률을 기록해 왔으나, 2008년 글로벌 금융위기 (-55%), 2020년 코로나 팬데믹(-34%), 2022년 고물가·고금리 국면(-25%) 등에서 큰 폭의 조정을 겪었으며, 투자 시점에 따라 실현 수익이 큰 폭으로 달라질 수 있음도 확인되었다 [2]. 이처럼 동일 자산이라도 거시 환경에 따라 수익과 손실 폭이 크게 달라질 수 있으므로, 변동성에 탄력적으로 대응할 수 있는 자산 배분 전략이 요구된다.

이를 해결하기 위해 모멘텀·평균회귀 신호[3], 딥러닝 기반 가격 예측 모델[4], 또는 강화학습형 매매 로봇[5, 6] 등이 활발히 개발되었다. 그러나, 이들 연구는 주로 단일 매수·매도 시점을 제시할 뿐 자산의 보유 비중 결정까지는 다루지 않거나, 시계열 예측 오차가 누적되면 급격히 성과가 저하되는 취약점이 있으며[8], 학습 구간의 시장 구조가 변하면 과적합(Overfitting) 문제가 심화된다는 한계를 갖는다[9]. 따라서, 가격의 방향을 맞히는 것보다 변동성 속에서 연속적인 비중 조절로 위험과 수익을 균형화하려는 대안적 접근의 필요성이 크게 부각되고 있다. 이런 방안의 하나로써, 분할매매(Split Trading)는 특정 시점에 자산을 전량 매수하거나 매도하는 대신, 시장 가격의 현재 위치를 기준으로 여러 시점에 걸쳐 점진적으로 매매를 수행함으로써 일괄 매매 시 발생 가능한 위험을 완화하는 실용적인 접근법으로 널리 인식되고 있다.

본 연구는 이러한 분할매매 개념을 ETF 투자에 적용한 전략으로, 볼린저 밴드(Bollinger Bands)를 기준으로 현재 가격의 상대적 위치에 따라 ETF의 매수·매도 비중을 조절하는 '포지션 기반 자산 배분(Position-based Dynamic Allocation)' 전략을 제안한다. 볼린저 밴드는 현재 가격이 과거 평균 대비 상대적으로 얼마나 높거나 낮은지를 판단하는 근거로 활용될 수 있다[2]. 이를 기반으로, 본 전략은 절대적인 가격 수준이 아니라 가격의 상대적 위치(Relative Position)에 기반하여, 지역적 패턴(Local Pattern)에 따른 반전(Reversion) 또는 모멘텀(Momentum)의 징후를 안정적으로 포착하고자 한다.

이 전략에서는 주식 비중을 부드럽게 조절하는 함수

(Smooth Allocation Function)를 정의하며, 이를 위한 주요 파라미터로는 곡선의 기울기를 조절하는 리스크 민감도 계수(Risk Sensitivity Coefficient, α)가 있다. 또한, 상승장에서의 매수 개시점(Buy Threshold)과 하락장에서의 손절손익률(Stop-Loss Return Threshold)을 설정하여, 일정 수준 이상의 손실이 발생할 경우 보유 자산을 자동으로 청산하도록 한다. 이 외에도, 볼린저 밴드는 주식 비중 결정의 핵심 기준으로 사용되며, CCI는 시장이 상승 추세(Bullish Trend)인지 하락 추세(Bearish Trend)인지를 판별하기 위한 지표로 활용된다. 즉, CCI의 기울기를 분석함으로써 현재 시장의 방향성을 판단할 수 있다는 점을 근거로[10], 추세의 방향성에 따라 서로 다른 주식 비중 결정 함수를 적용한다. 실현 수익률(Realized Return)을 기준으로 전략을 평가하며, 각 거래일을 기준으로 과거 1년간의 수익률을 계산한 뒤, 전체 기간에 걸쳐 그 평균값을 산출하여 목적함수(Objective Function)로 활용한다. 이를 통해 일 단위의 민감한 조정과 장기적 관점의 평가를 동시에 가능하게 한다.

전략 학습을 위해 복수의 최적화 알고리즘(Optimization Algorithms)을 적용하여, 가장 높은 연간 평균 실현 수익률을 달성하는 파라미터 조합을 탐색하며, 훈련 구간과 검증 구간을 명확히 구분하여 전략의 일반화 성능을 확인한다. SPY는 세계 최대 규모의 ETF 중 하나로 높은 유동성과 자산 규모를 가지고 있으며, 미국 주식 시장을 대표하는 500개 기업으로 구성된 S&P 500 지수를 추종하여 미국 시장의 대표적인 벤치마크로 널리 활용되고 있다[1]. 따라서, 본 연구의 전략이 다양한 시장 상황에 얼마나 효과적으로 대응할 수 있는지 평가하기 위한 대표적인 분석 대상으로 선정하였다. 본 연구의 전략은 고정된 규칙이나 가격 예측에 의존하지 않고, 관측 가능한 지표에 반응하여 자산 비중을 조절하는 구조로, 단순성(Simplicity), 적응성(Adaptability), 그리고 견고성(Robustness)을 동시에 추구한다.

II. Preliminaries

1. Related works

기술적 분석은 과거의 가격 및 거래량 데이터를 활용하여 미래의 가격 변동을 예측하고자 하는 접근 방식이며, 다양한 지표들이 이를 위해 사용된다. 본 절에서는 기존의 기술적 분석 전략들을 중심으로 ETF에 적용된 다양한 사례들을 살펴본다. 이들 전략은 주로 특정 지표에 기반한

진입 및 청산 규칙을 바탕으로 구성되며, 시장 평균 이상의 수익을 목표로 한다.

1.1 Bollinger-Band-based Trading

Bollinger Band를 활용한 거래 전략에 관한 다양한 연구들이 진행되어 왔다. Fang et al. (2014)은 Bollinger Band 기반 전략이 통계적으로 유의미한 수익을 창출할 수 있음을 실증하였으며, 특히 시장 변동성이 큰 시기에 상대적으로 안정적인 성과를 보인다고 밝혔다[2]. Neely, Weller, and Ulrich (2014)은 Bollinger Band를 포함한 여러 기술적 지표들을 조합하여 S&P 500 ETF(SPY)에 적용한 결과, 일부 전략이 시장 수익률을 초과하는 성과를 나타낼 수 있음을 보고하였다[11]. 한편, Park, Sim & Choi (2019)은 Deep Q-Learning 기반의 포트폴리오 전략을 제안하여, 기술 지표와 강화학습의 결합이 실전 투자에서 유의미한 성과를 보여줄 수 있음을 확인하였다[5]. 또한, Chong and Ng (2008)은 단순한 기술적 지표 기반 전략이 일정 조건에서 시장을 능가할 수 있음을 보였다[3].

1.2 Optimization of Strategy Parameters

거래 전략의 성능, 특히 실현 수익률, 샤프 지수(Sharpe Ratio), 최대 낙폭(Maximum Drawdown) 등의 구체적인 성과 지표를 최적화 대상으로 설정하여, 기술적 지표의 파라미터 및 진입·청산 규칙을 조정하려는 연구들이 활발히 이루어지고 있다. 기술적 지표의 설정값에 따라 동일한 전략이라도 수익성과 위험 특성이 크게 달라질 수 있기 때문에, 이러한 파라미터 최적화는 전략의 실효성을 높이는 핵심 과정으로 간주된다. Gencay (1998)는 유전 알고리즘을 통해 기술적 분석 기반 규칙을 최적화하는 방법을 제안하였고[7], 또한 Lee et al. (2020)은 MAPS라는 다중 에이전트 강화학습 기반 포트폴리오 시스템을 제안했으며, 포트폴리오 다양화와 Sharpe 비율 향상 측면에서 우수한 성과를 보였다[6]. Lim, Zohren & Roberts (2019)은 딥러닝 기반 네트워크(DNN)를 시계열 모멘텀 전략에 접목하여 Sharpe Ratio를 크게 향상시켰으며[4], 강화학습 및 딥러닝 기법의 조합이 전략 성과 향상에 기여할 수 있음을 시사하였다. 또한, Tran, Duong, Pham-Hi, & Bui (2020)은 Bayesian Optimization을 활용해 다양한 유형의 트레이더를 포함한 에이전트 기반 주식 시장 모델의 하이퍼파라미터를 자동으로 조정했으며, 이 방식이 시뮬레이션 결과의 재현성과 효율성을 높일 수 있음을 보였다[12]. 이러한 연구들은 대부분 실현 수익률, 샤프 지수, 최대 낙폭과 같은 명확한 성과 지표를 목적함수로 삼고 있

으며, 전략 파라미터를 미세 조정함으로써 수익률 향상, 리스크 축소, 거래 효율성 증진 등의 다양한 효과를 확인하였다.

1.3 Objective of This Study

기존 연구들은 시장 변화에 대한 반응 민감도가 낮고, 매 거래 시점에 고정된 수량 또는 비중으로 진입·청산하는 일괄 매매 방식을 따르는 경향이 있다. 이에 따라 실현 수익률, 샤프 지수, 최대 낙폭 등 주요 성과 지표를 최적화하려는 노력에도 불구하고, 거래 단위를 세분화하여 조절하는 정교한 접근은 상대적으로 부족하였다.

또한, 대부분의 전략은 주가의 위치에 따른 보유 비중 조절 없이 일정한 거래 단위만을 고려하고 있으며, 이에 따라 시장의 연속적인 움직임을 충분히 반영하지 못하는 구조적 한계를 지닌다. 가격의 상대적 위치에 따라 거래 규모를 유연하게 조절하는 전략은 자금 운용의 효율성을 높이고 수익률을 향상할 여지를 제공하지만, 이러한 방식에 대한 실증 분석은 충분히 이루어지지 않았다.

본 연구는 Bollinger Band (BB) 상에서 주가의 상대적 위치에 기반하여 보유 비중을 유동적으로 결정하는 분할 매매 전략을 제안하고자 한다. 이는 기존의 단일 진입·청산 전략을 넘어, 가격이 BB 내에서 어느 구간에 위치하는지에 따라 보유 주식 수를 조절함으로써 실현 수익률을 극대화하고자 하는 것이다. 특히, 본 연구는 실현 수익률의 연간 평균값을 목적함수로 명시하고 이를 기준으로 BB의 핵심 파라미터를 최적화하여, 전략의 실질적 유효성과 적용 가능성을 검증하는 데 초점을 맞춘다.

III. The Proposed Scheme

본 연구에 사용된 방법론은 데이터 수집, 목적함수 정의, 전략 정의, 실험 설계 및 실행, 성능 평가의 다섯 가지 주요 단계로 구성된다. 사용된 최적화 기반 전략 탐색 시스템은 Python을 기반으로 구현되었으며, 실험에는 Yahoo Finance로부터 수집된 ETF 데이터를 활용하였다. 본 연구에서 제안하는 ETF 투자 전략 최적화 시스템의 개발 절차는 Fig. 1과 같다.

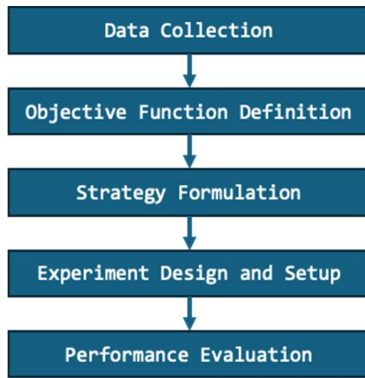


Fig. 1. Workflow of the Proposed Trading Strategy

1. Data Collection

본 연구에서는 미국 주식 시장을 대표하는 상장지수펀드(Exchange Traded Fund, ETF)인 SPDR S&P 500 ETF Trust(SPY)를 대상으로 실험을 수행하였다. SPY는 S&P 500 지수를 추종하는 ETF로, 유동성이 높고 장기적인 성과가 안정적으로 검증되어 있어 알고리즘 트레이딩 연구에서 널리 사용된다.

데이터는 Investing.com을 통해 수집하였으며, 2015년 1월 1일부터 2024년 12월 31일까지의 일간 시가(Open), 고가(High), 저가(Low), 종가(Close), 거래량(Volume) 정보를 포함한다. 데이터는 CSV 형식으로 다운로드되었으며, 이후 실험에서는 종가를 기준으로 기술적 지표를 계산하고 전략을 구현하였다.

2. Objective Function Definition

본 연구의 목적함수는 평균 연간 실현 수익률이며, 이는 실제 투자에서의 전략 효율성을 가장 직관적으로 평가할 수 있는 지표로 설정된다. 각 거래일에 발생한 실현 수익은 모두 현금으로 유지하지 않고, 다음 거래일에 즉시 재투자되도록 함으로써 복리 효과를 전략 수익률에 반영할 수 있도록 설계하였다. 실현 수익은 자산 매도 시점에서 확정된 수익을 의미하며, 이를 기반으로 연간 수익률을 계산하는 방식은 다음과 같다.

각 거래일에 대해 해당 일자를 기준으로 과거 1년간의 실현 수익을 계산하고, 이를 1년 전 자산 가치(현금 + 주식 평가액)로 나누어 연간 실현 수익률을 얻는다. 이렇게 구해진 연간 실현 수익률을 전체 거래일에 대해 평균 내어, 하나의 평가 지표로 삼는다.

$$Objective = \frac{1}{D} \sum_{t=1}^D \left(\frac{RealizedProfit_{t,1y}}{AssetValue_{t-1y}} \right)$$

여기서, D 는 평가에 사용된 기간 내의 전체 거래일 수, $RealizedProfit_{t,1y}$ 는 t 시점으로부터 과거 1년간의 누적 실현수익, $AssetValue_{t-1y}$ 는 $t-1$ 시점의 자산평가액을 의미한다.

파라미터 학습 단계에서는 위의 목적함수를 최대화하는 파라미터 조합을 찾기 위해 전략 탐색이 수행되며, 검증 단계에서는 이렇게 선정된 최적 파라미터를 2024년 데이터에 적용하여, 동일한 방식으로 연간 실현 수익률을 산출하고 전략의 일반화 가능성과 실효성을 평가한다.

3. Strategy Formulation

본 연구는 시장 예측보다는 가격의 상대적 위치에 따라 자산 비중을 동적으로 조절하는 전략에 초점을 둔다. 이는 자산 가격이 상승 또는 하락할 때 그 위치에 따라 위험을 점진적으로 감수하거나 회피할 수 있도록 설계되어 있으며, 특히 볼린저 밴드 내 위치는 시장의 상대적 과매수 또는 과매도 수준을 나타내는 중요한 지표로서, 포지션이 하단에 가까울수록 보수적으로 접근하고 상단에 가까울수록 점진적으로 청산하는 전략은 시장 반전을 선제적으로 반영할 수 있는 장점이 있다. 따라서 이러한 비중 조절 방식은 단순한 임계값 기반 매수·매도 신호보다 노이즈에 강하고 실전 투자에도 유연하게 대응할 수 있으며, 과도한 매수·매도 신호를 줄이고 보유 비중을 연속적으로 조절함으로써 포지션 전환의 민감도를 완화할 수 있다는 점에서 실용적인 접근 방식이다. 특히, 이동평균 기반의 추세 판단은 배제하고, 볼린저 밴드 내에서의 상대적 위치를 주요 기준으로 삼는다. 종가가 볼린저 밴드 내 어느 위치에 존재하는지에 따라 주식의 보유 비중을 결정하며, 이는 연속적인 함수로 정의된다.

주식 보유 비중은 상승 국면과 하락 국면에 따라 서로 다른 방식으로 계산된다. 본 연구에서는 볼린저 밴드 상의 상대적 위치 값을 $P_{BB} \in [-1, 1]$ 로 정규화한 후, 다음의 연속 함수를 적용하였다.

상승 국면(Bullish Trend):

$$W_{stock}^{up} = \frac{\sinh(\alpha \cdot (1 + P_{BB}))}{\sinh(2\alpha)}$$

하락 국면(Bearish Trend):

$$W_{stock}^{up} = 1 - \frac{\sinh(\alpha \cdot (1 + P_{BB}))}{\sinh(2\alpha)}$$

이러한 구성은 상승 국면에서는 가격이 하단 밴드에 가까워질수록 보유 비중이 증가하고, 하락 국면에서는 반대로 상단 밴드에 가까워질수록 보유 비중이 감소하도록 설계된 것이다. 이러한 상반된 구조는 Fig. 3에서 제시된 바와 같이 동일한 볼린저 밴드 위치 값에 대해서도 상승 국면과 하락 국면이 전혀 다른 자산 배분 반응을 보인다는 점을 시각적으로 보여주며, 이로써 시장 방향성에 따른 전략적 대응이 왜 필요한지를 강조한다.

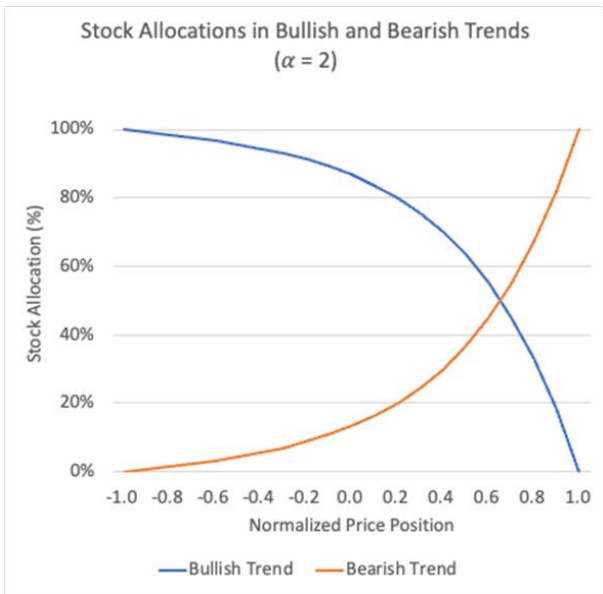


Fig. 3. Comparison of Stock Allocation in Bullish and Bearish Trends ($\alpha = 2$)

α 의 값이 커지면 보유 비중의 변화가 더욱 급격해지고, 작아지면 보다 완만한 변화 곡선을 그린다. α 는 가격 변화에 따라 어느 정도의 리스크를 수용할지를 결정하는 민감도 조절 변수로 해석할 수 있으며, 이는 전략의 보수성과 공격성 정도를 조절하는 핵심 파라미터이다. 이러한 관계를 시각화한 예시 차트는 Fig. 4와 Fig. 5에 각각 상승 및 하락 국면에 대한 결과로 제시하였다. 이들 그림은 볼린저 밴드 내 상대적 위치와 민감도 계수 α 값에 따라 주식 보유 비중이 어떻게 변화하는지를 보여준다. 특히 α 값이 증가할수록 곡선의 기울기가 가팔라지며, 이는 자산 배분 전략의 보수성과 공격성을 조절하는 민감도 역할을 수행함을 의미한다.

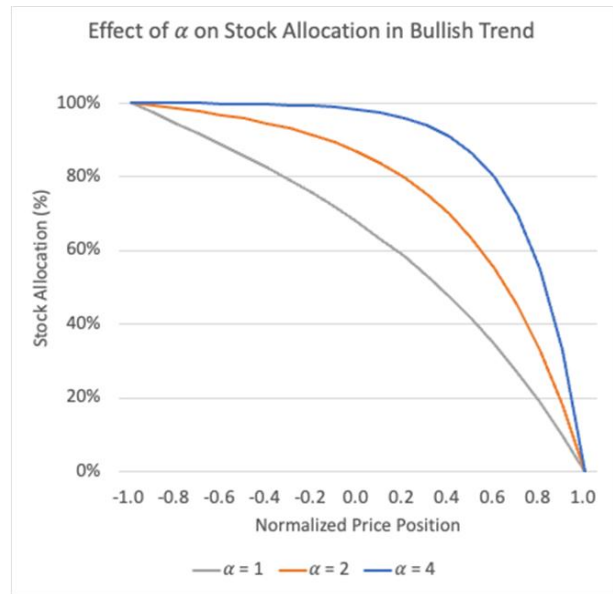


Fig. 4. Effect of α on Stock Allocation in Bullish Trend

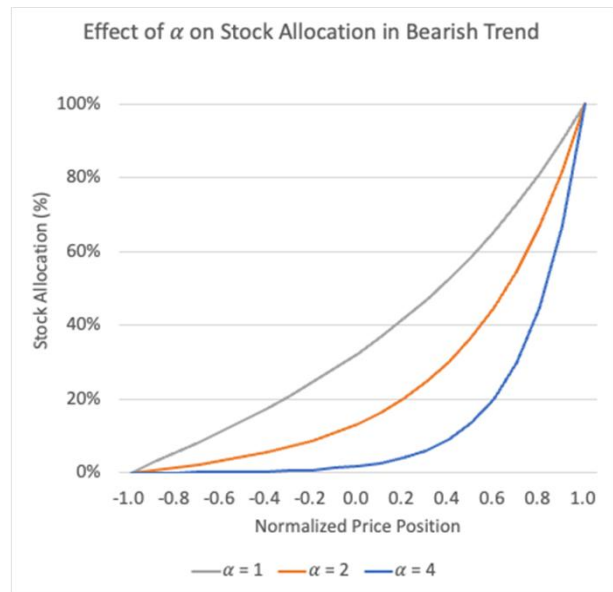


Fig. 5. Effect of α on Stock Allocation in Bearish Trend

CCI 지표는 상승 추세(Bullish Trend)인지 하락 추세(Bearish Trend)인지를 구분하기 위한 용도로 사용된다. 구체적으로는, CCI의 기울기(증가 또는 감소)를 이용하여 현재의 시장 추세를 판단하고, 이 정보를 바탕으로 서로 다른 주식 보유 비중 결정 함수를 적용하는 구조를 따른다. 상승 국면에서는 주가 상승에 따른 점진적인 비중 확대 전략이, 하락 국면에서는 반대로 점진적인 축소 전략이 적용되며, 이러한 구조는 시장의 방향성에 따른 전략적 대응을 가능하게 한다.

본 연구에서는 상승 국면에서 주식을 전혀 보유하지 않는 가격인 매수 시작 임계값을 정의하였다. 이는 주가가 단기적으로 반등하는 것처럼 보여도 다시 하락하는 경우 큰 손실이 발생하는 것을 방지하고, 충분한 상승 신호가 확인되었을 때에만 매수를 시작하려는 보수적인 접근을 반영한 것이다. 예를 들어, 최적화 결과 -0.3이라는 임계값이 도출되었다면, $P_{BB} < 0.3$ 인 경우에는 보유 비중이 30%라 하더라도 실제 보유 비중은 0%로 설정된다. 즉, 주식을 일정 수준 이상으로만 '매수 가능한 상태'로 간주하는 구조를 가진다. 이러한 전략 구조는 Table 1의 파라미터를 대상으로 최적화된다.

Table 1. List of Parameters for Optimization

Parameter	Description	Search Range
Risk Sensitivity Coefficient (α)	Degree of allocation slope sensitivity to price fluctuations	0.1 ~ 10
Buy Threshold in Bullish trend	Minimum Bollinger Band position for initiating purchase	-1.0 ~ 1.0
Stop-loss return threshold	Trigger point for automatic liquidation in case of loss	0% ~ 50%
Bollinger Band window	Rolling period for Bollinger Band calculation	10 ~ 40 days
Bollinger Band deviation multiplier	Standard deviation multiplier for band width	1.0 ~ 4.0
CCI window	Rolling period for Commodity Channel Index calculation	5 ~ 40 days

4. Experiment Design and Setup

본 연구에서 제안한 전략은 파라미터 기반의 자산 배분 함수를 중심으로 구성되며, 그 설계 및 학습은 실현 수익률을 최대화하는 파라미터 조합을 찾는 것을 목표로 한다. 학습은 2020년부터 2023년까지의 데이터를 활용하여 이루어지며, 각 거래일 기준으로 과거 1년간의 실현 수익을 계산하고 이를 1년 전 자산 평가액으로 나눈 연간 실현 수익률을 도출한다. 이 과정을 모든 거래일에 대해 반복하고, 도출된 수익률의 평균을 해당 파라미터 조합의 성과로 사용하여 최적의 조합을 선정한다. 또한, 각 거래일에 발생한 실현 수익은 현금으로 보유되지 않고 모두 다음 거래일에 즉시 재투자되어, 이러한 누적 방식이 복리 수익률 형태로 전략 성과에 반영되도록 하였다.

본 전략은 다양한 파라미터 조합을 실험해야 하며, 그 수가 매우 많기 때문에 전수 탐색(Exhaustive Search)은 현실적으로 불가능하다. 따라서 효과적인 탐색을 위해 DE (Differential Evolution), L-BFGS-B (Limited-memory

Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno with Box constraints), TNC (Truncated Newton Conjugate-Gradient), Powell, COBYLA (Constrained Optimization BY Linear Approximations), TRUST-CONSTR (Trust-Region Constrained Algorithm)와 같은 다양한 최적화 알고리즘이 도입되었으며, 이들 알고리즘은 동일한 초기 조건과 반복 횟수(20회)를 기준으로 실행되어 성과를 비교하고, 가장 높은 실현 수익률을 달성한 조합을 최적의 파라미터로 선정한다. 본 연구에서는 다양한 최적화 알고리즘의 상대적 성능을 비교하고자, 전역 탐색에 강점을 가진 DE 알고리즘을 포함하였고, DE 내부에서도 탐색된 해를 정교하게 조정(Polishing)하기 위해 L-BFGS-B 알고리즘을 후처리 단계로 결합하여 적용하였다. 나머지 알고리즘(L-BFGS-B, TNC, Powell, COBYLA)은 주로 지역 탐색에 기반을 둔 방식으로, 각기 다른 제약 조건 처리 능력과 수렴 속도를 갖는다. 이러한 구성을 통해 전역 탐색과 지역 탐색의 조합이 전략 최적화에 어떤 영향을 미치는지를 비교 분석하는 데 의의가 있으며, 알고리즘 간 성능 차이를 통하여 전략의 최적화 가능성과 실효성을 더욱 면밀히 평가하고자 한다.

본 연구에 사용된 최적화 알고리즘들은 각각의 수치적 특성과 탐색 방식의 차이로 인해 최적화 성능에 상이한 영향을 미치며, 이를 비교하는 것이 본 연구의 중요한 목적 중 하나이다. DE는 전역 최적화를 위한 진화 기반 알고리즘으로, 초기 해집단을 진화시키며 해를 탐색하는 방식이 특징이다 [13]. L-BFGS-B는 구배 정보를 활용한 준 뉴턴법 기반 알고리즘으로, 경계 제한(Bound Constraints)을 고려할 수 있는 효율적인 지역 최적화 방식이다 [14]. TNC는 제약이 있는 문제에 대해 이차 미분 정보를 근사하여 활용하는 알고리즘으로, 대규모 문제에서 계산 효율성이 높다 [15]. Powell 알고리즘은 구배 없이도 작동하는 방향 집합 기반 최적화 기법으로, 비선형 함수의 최소값을 찾는 데 유용하다 [16]. COBYLA는 제약 조건을 선형 근사하여 점진적으로 최적점을 탐색하는 알고리즘으로, 연속적이지 않은 함수에서도 안정적인 수렴을 보인다 [17]. 마지막으로, TRUST-CONSTR는 내부점(Interior-Point) 방식과 신뢰 영역(Trust-Region) 접근법을 결합한 최적화 기법으로, 복잡한 제약 조건 하에서도 높은 수렴 안정성을 제공한다[18].

이러한 최적화 알고리즘들은 모두 동일한 반복 횟수(20회)를 기준으로 수행되었다. 이는 알고리즘 간 비교의 일관성을 확보하기 위한 기본 설정이며, 지역 탐색 기반 알고리즘의 경우 초기값에 따라 지역 최적해(Local Optimum)에 수렴할 수 있는 가능성을 감안하여 여러 초

Table 2. Pseudo Code for Trading Strategy Training

```

# Define the list of optimizers to be evaluated
optimizers = ['differential_evolution', 'L-BFGS-B', 'TNC', 'Powell', 'COBYLA', 'TRUST-CONSTR']
# For each optimizer, search for the best parameter combination
For each optimizer in optimizers:
  Initialize optimizer with bounds:
    alpha ∈ [0.1, 10.0]
    theta ∈ [-1.0, 1.0]
    BB_window ∈ [10, 40]
    BB_std_multiplier ∈ [1.0, 4.0]
    CCI_window ∈ [5, 40]
    stop_loss_threshold ∈ [0.0, 0.5]
  Perform optimization to maximize the objective:
    mean_return = average of annualized realized profits
  For each trading_day in train_period:
    P_bb = compute_position_within_BB(trading_day, BB_window, BB_std_multiplier)
    trend = detect_trend_using_CCI_slope(trading_day, CCI_window)
    If trend == 'bullish':
      stock_weight = get_allocation_bullish(P_bb, alpha, theta)
    Else:
      stock_weight = get_allocation_bearish(P_bb, alpha)
    If loss_exceeds_threshold(stock_weight, stop_loss_threshold):
      stock_weight = 0
    execute_trading(stock_weight)
    profit = compute_realized_profit(last_1y_period)
    annualized_return = profit / asset_value_1y_ago
    realized_returns.append(annualized_return)
  mean_return = average(realized_returns)
  store_result(optimizer, optimal_parameters, mean_return)
Select (optimizer*, parameters*) with highest mean_return

```

기 조건에서의 평균 성과를 평가하고자 하였다. 또한 전역 탐색에 강점을 가진 DE 알고리즘 역시 단일 실행 결과가 우연히 높은 성과를 낼 가능성을 배제할 수 없기 때문에, 동일하게 20회 반복을 적용함으로써 알고리즘 간의 성능 비교가 공정하게 이루어지도록 하였다. 그 개념은 Table 2의 의사코드(Pseudo code)로 정리할 수 있다.

5. Performance Evaluation

자산 배분 전략의 효과성을 평가하기 위해서는 단순한 학습 성과뿐 아니라, 해당 전략이 새로운 시장 상황에서도 유효한 성과를 지속할 수 있는지를 점검하는 과정이 필수적이다. 이는 전략의 일반화 성능(Generalization Performance)을 검증하는 절차이며, 실전 적용 가능성을 판단하는 데 핵심적인 기준으로 작용한다.

전략 검증을 위한 일반적인 접근은, 학습에 사용되지 않은 독립적인 테스트 구간을 설정하고, 훈련된 전략을 해당 구간에 적용하여 투자 시뮬레이션을 수행하는 것이다. 이때 전략이 수익률을 얼마나 안정적으로 창출하는지 평가하기 위해 연간 실현 수익률(Annual Realized Profit, ARP)을 측정하고, 그 평균, 중앙값, 표준편차, 최대값, 최소값 등을 종합적으로 분석해야 한다. 이러한 통계적 지표는 전략의 평균 성과뿐 아니라 변동성과 재현 가능성까지

함께 고려할 수 있도록 도와준다. 또한, 과적합(Overfitting) 여부를 정량적으로 판단하는 지표 역시 전략 평가의 중요한 요소다. 일반적으로 학습 성과와 검증 성과 간의 차이를 과적합 편차(Overfitting Gap = $ARP_{Train} - ARP_{Validation}$) 및 과적합률(Overfitting Rate = $(ARP_{Train} - ARP_{Validation}) / ARP_{Train}$)과 같은 형태로 계량화하여 전략이 안정적으로 수행될 수 있는지를 검증하도록 한다.

전반적으로 효과적인 전략 평가는 여러 기준을 종합적으로 고려해 이루어진다. 먼저, 학습 구간과 검증 구간 모두에서 일관된 수익률을 유지하는지를 점검함으로써 전략의 안정성과 신뢰성을 평가할 수 있다. 아울러, 검증 구간에서의 성과가 과도한 변동성을 보이지 않고 일정 수준의 수익을 지속적으로 달성하는지를 통해 전략의 변동성 수준과 재현 가능성을 확인할 수 있다. 여기에 더해, 과적합 편차나 과적합률과 같은 정량적 지표를 활용하면 전략이 학습 데이터에만 특화된 것이 아니라 실제 시장에서도 일반화될 수 있는지를 평가할 수 있으며, 이는 모델의 실용성을 판단하는 핵심 기준이 된다. 마지막으로, 전략이 시장 환경의 변화에 얼마나 유연하게 적응할 수 있는지를 함께 고려함으로써, 특정 시점이나 구간에만 유효한 일시적인 전략이 아닌, 다양한 상황에서도 강건하게 작동할 수

있는지를 검토하는 것이 중요하다.

이러한 요소를 종합적으로 고려함으로써, 특정 전략이 단기적인 학습 성과에만 국한되지 않고 현실 시장에서도 유효한 결과를 지속적으로 낼 수 있는지를 평가할 수 있다. 본 연구 역시 이러한 원칙에 따라 실험 설계를 구성하고, 각 최적화 알고리즘의 성과를 다양한 측면에서 정량적으로 비교·분석하였다.

IV. Results

최적화된 전략의 일반화 성능을 평가하기 위해 테스트 구간(2024년)을 활용한 시뮬레이션을 실시하였다. 이를 통해 학습에 사용된 데이터와 무관한 데이터에서도 전략이 안정적으로 작동하는지를 점검하고, 과적합 여부를 정량적으로 검토하였다. 각 최적화 알고리즘에 대해 20회 반복 실험을 수행하여 수익률 통계 및 변동성을 비교하였다.

Table 3은 각 알고리즘별로 훈련 구간(Train)과 검증 구간(Validation)에서의 연간 실현 수익률(Annual Realized Profit, ARP)에 대한 통계치를 요약한 것이다. DE는 평균 수익률과 중앙값 모두에서 가장 우수한 성과를 보였으며, 표준편차가 2.6%로 가장 낮아 재현성과 안정성 측면에서도 탁월한 결과를 나타냈다.

Table 3. Descriptive Statistics of Annual Realized Profit (%) across Optimization Algorithms

Algorithm	Type	Mean (%)	Median (%)	Std. Dev. (%)	Min. (%)	Max. (%)
COBYLA	Train	13.2	10.9	5.9	5.1	28.4
	Validation	23.4	21.3	8.2	12.8	47.5
L-BFGS-B	Train	5.8	4.7	4.4	0.5	15.1
	Validation	12.2	9.8	7.2	-0.9	25.4
Powell	Train	16.2	17.7	4.9	6.6	24.0
	Validation	19.5	19.1	7.4	8.5	35.1
TNC	Train	5.8	4.7	4.4	0.5	15.1
	Validation	12.2	9.8	7.2	-0.9	25.4
DE	Train	33.8	34.0	2.0	29.5	39.0
	Validation	39.5	39.8	2.6	32.6	43.9
TRUST-CONSTR	Train	6.9	6.6	3.8	-2.4	13.7
	Validation	14.9	14.1	3.9	8.5	23.6

Fig. 6은 알고리즘별로 훈련 및 검증 구간에서의 수익률 분포를 박스플롯(Boxplot)으로 시각화한 것이다. DE는 수익률 수준은 물론 표준편차에서도 매우 안정적인 형태를 보였으며, COBYLA나 Powell, TRUST-CONSTR 등의 알고리즘과 비교했을 때 전체적인 성능과 일관성이 가장 뛰어난 것을 확인할 수 있다.

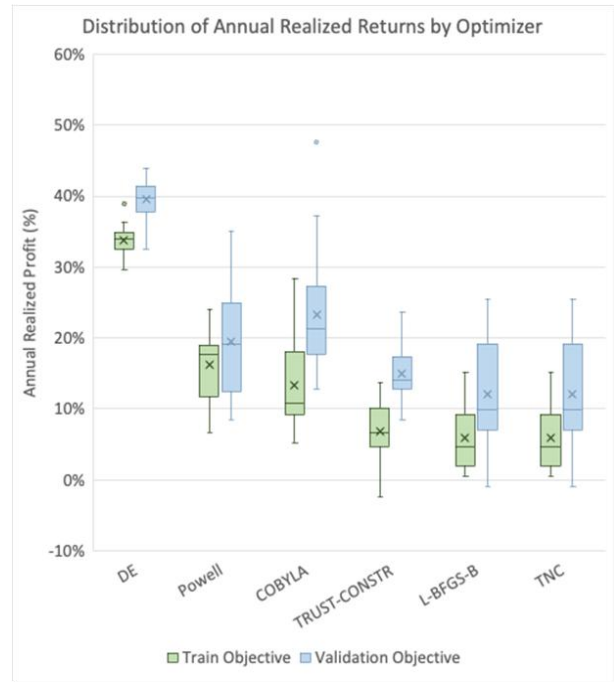


Fig. 6. Distribution of Annual Realized Returns by Optimizer

DE 알고리즘과 다른 알고리즘 간 성능 차이를 통계적으로 비교하기 위해 t-test를 실시하였다. 본 연구에서는 알고리즘별 성능 지표 간 분산이 서로 상이한 점을 고려하여, 등분산을 가정하지 않는 Welch의 t-검정을 적용하였다 [19, 20]. 각 비교에 대한 유의확률(p-value)은 다중 비교로 인한 오류를 보정하기 위해 Bonferroni 보정 (Bonferroni Correction)을 적용하였다. 보정된 p-value ($p_{adjusted}$)는 아래와 같은 수식을 이용하여 계산하였다:

$$p_{adjusted} = \min(p_{raw} \times m, 1)$$

수식에서 p_{raw} 는 t-test로부터 구한 원래의 p-value이며, m 은 비교 대상(경쟁 알고리즘)의 수이다. DE와 경쟁 알고리즘 간의 성능을 t-test로 비교한 결과에서, 모든 경쟁 알고리즘과의 비교에서 p-value가 0.001보다 충분히 작아, DE의 성능이 가장 우수한 것으로 나타났다(Table 4).

Table 4. DE's Competitor Algorithms with Welch's t-test Results

Competing Algorithm	t	p-value (raw)	p-value (adj.)
Powell	11.1734	6.4649x10 ⁻¹¹	3.2325x10 ⁻¹⁰
COBYLA	8.1599	3.2932x10 ⁻⁰⁸	1.6466x10 ⁻⁰⁷
TRUST-CONSTR	22.6695	1.2060x10 ⁻²¹	6.0300x10 ⁻²¹
L-BFGS-B	15.5052	6.0599x10 ⁻¹⁴	3.0299x10 ⁻¹³
TNC	15.5052	6.0599x10 ⁻¹⁴	3.0299x10 ⁻¹³

각 알고리즘별 과적합 현상은 Table 5에 제시된 과적합 편차(Overfitting Gap) 및 과적합률(Overfitting Rate)을 통해 정량적으로 정리되었다. 이 표는 각 최적화 알고리즘에 대해 학습 성과 대비 검증 성과의 차이를 비교할 수 있도록 구성된 것으로, 특히 Overfitting Gap의 절대값이 작은 순서대로 정렬하여 전략의 일반화 성능을 직관적으로 파악할 수 있도록 하였다. 대부분의 알고리즘에서 과적합 편차가 음수로 나타났는데, 이는 검증 구간에서 오히려 학습 구간보다 더 높은 연간 수익률을 기록한 경우가 다수 존재함을 의미한다. 이러한 결과는 과적합이 낮게 나타난 것으로 보일 수 있으나, 시장 환경 변화와 같은 외부 요인의 영향을 받았을 가능성도 배제할 수 없기에, 전략의 성능 차이가 나타난 배경을 다각도로 해석할 필요가 있다.

Table 5. Comparison of Overfitting Gap and Rate Across Optimizers

Algorithm	Overfitting Gap (%p)	Overfitting Rate (%)
Powell	-3.3	-20.4
DE	-5.7	-16.9
L-BFGS-B	-6.3	-107.9
TNC	-6.3	-107.9
TRUST-CONSTR	-8.1	-117.9
COBYLA	-10.1	-76.4

본 연구에서 사용된 자산이 미국 대표지수 기반 ETF인 SPY였다는 점을 고려하면, 학습 구간(2020~2023년) 동안의 시장이 코로나 팬데믹과 같은 이례적 사건들로 인해 불안정했던 반면, 검증 구간(2024년)은 상대적으로 안정적인 회복세를 보였고 이로 인해 두 구간에서의 수익률에 차이가 발생했을 가능성이 있다. 이런 맥락에서, 검증 구간에서의 높은 수익률은 전략의 과소적합 때문이라기보다, 해당 기간의 시장 환경이 전략에 보다 유리하게 작용했기 때문이라고 해석하는 편이 적절할 것으로 보인다.

알고리즘 간 과적합 편차의 분포는 비교적 다양하게 나타났다. 일부 알고리즘에서는 학습과 검증 간의 성과 차이가 크게 벌어지는 경향이 관찰되었다. 특히, COBYLA 알고리즘은 과적합 편차가 -10.1%p, 과적합률이 -76.4%에 이르러, 학습 단계에서의 성과와 검증 단계에서의 성과 사이에 큰 불균형이 발생했음을 보여준다. 이러한 편차는 전략의 일반화 성능이 불안정할 수 있음을 시사하며, 반대로 DE 알고리즘은 과적합 편차와 과적합률 모두에서 가장 낮은 수준을 기록하며 학습과 검증 간 일관된 성과를 유지하였다. 이에 반해, DE 알고리즘은 과적합 편차 -5.7%p, 과적합률 -16.9%로, 학습과 검증 간 성과 차이가 상대적으로 작았고, 전략의 일반화 성능이 우수한 것으로 나타났

다. 이와 함께 Powell 알고리즘 역시 과적합 편차 -3.3%p, 과적합률 -20.4%로 안정적인 결과를 보였다. 이러한 차이는 알고리즘의 최적화 특성과 더불어, 전략이 다양한 시장 환경에 얼마나 강건한지를 판단할 수 있는 중요한 지표로 작용한다.

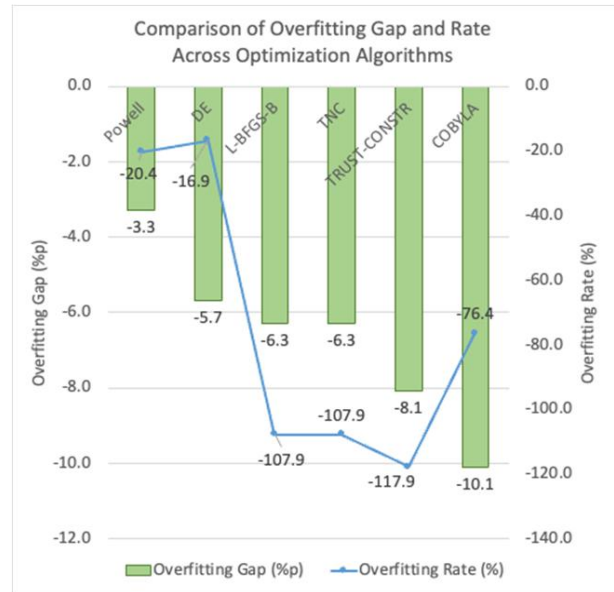


Fig. 7. Comparison of Overfitting Gap and Rate Across Optimization Algorithms

V. Conclusions

본 연구는 기술적 지표 기반의 자산 배분 전략을 보다 정교하게 설계하고, 이를 다양한 최적화 알고리즘을 활용하여 학습 및 평가함으로써 안정적이고 일반화 가능한 투자 전략을 도출하는 데 목적이 있었다. 특히, Bollinger Band와 CCI를 기반으로 시장 상황에 따라 주식 비중을 연속적으로 조절하는 동적 전략을 제안하였으며, 단일 임계값 기반 전략이 아닌, 연속 함수 기반의 포지션 조정 전략을 도입함으로써 기존의 이산적 매수·매도 신호 기반 전략과 차별성을 두었다.

전략의 최적화를 위해 DE (Differential Evolution), L-BFGS-B (Limited-memory Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno with Box constraints), TNC (Truncated Newton Conjugate-Gradient), Powell, COBYLA (Constrained Optimization BY Linear Approximations), TRUST-CONSTR (Trust-Region Constrained Algorithm)와 같은 다양한 전역 및 국소 최적화 알고리즘을 적용하였고, 각 알고리즘에 대해 20회의

반복 실험을 수행하여 수익률 및 안정성을 여러모로 검토하였다. 훈련 구간과 검증 구간의 성능을 각각 측정된 결과, DE 알고리즘이 평균 수익률, 중앙값, 표준편차 등 주요 지표 전반에서 가장 우수한 성과를 보였으며, 이는 알고리즘의 전역 탐색 능력이 전략 구조와 높은 적합성을 보였기 때문으로 해석된다.

또한, 과적합 여부를 판단하기 위해 과적합 편차와 과적합률 지표를 활용하였다. 대부분의 알고리즘에서 검증 성과가 학습 성과를 상회하는 음의 편차가 관찰되었고, 이는 단순히 과적합을 피했을 뿐 아니라 실제 시장에서도 전략이 의미 있는 수익을 낼 수 있음을 시사한다. 특히 Powell과 DE 알고리즘은 학습과 검증 간의 편차가 가장 작아 일반화 성능 측면에서 우수함을 입증하였다. 반면, COBYLA나 TRUST-CONSTRAINT의 경우 과적합 편차가 상대적으로 크게 나타났으며, 이는 전략이 시장 조건 변화에 덜 민감하거나 훈련 데이터에서의 성과가 일관되지 않았음을 시사한다.

이러한 결과는 제안한 전략이 단기적 패턴에 국한되지 않고, 변화하는 시장 환경에서도 일정 수준 이상의 성과를 낼 수 있는 강건한 구조를 가졌음을 보여준다. 특히, 학습 구간이 코로나19 팬데믹과 같은 이례적 사건으로 불안정한 시기였던 반면, 검증 구간은 상대적으로 회복된 시장 환경이라는 점을 고려할 때, 전략이 안정적인 수익률을 지속적으로 확보한 것은 실증적으로 의미 있는 성과라고 볼 수 있다.

특히, DE 알고리즘은 전역 탐색 기반의 진화 알고리즘으로서, 지역 최적값에 빠질 위험이 상대적으로 낮아, 복잡한 손익 곡면상에서 더욱 안정적으로 우수한 해를 도출할 수 있었다. 실험 결과에서도 과적합 편차(-5.7%)와 과적합률(-16.9%)이 모두 작고, 수익률의 평균 및 분산 측면에서도 가장 뛰어난 성과를 나타내 전략 최적화에 있어 가장 유망한 알고리즘으로 평가된다.

본 연구는 다음과 같은 몇 가지 한계를 지닌다. 첫째, 분석 대상이 미국 주식시장의 대표 ETF인 SPY 하나에 국한되고, 분석 기간도 2015년부터 2024년까지로 제한되어 있어, 다양한 자산 유형이나 지역, 그리고 시장 상황 전반으로 연구 결과를 일반화하기에는 어려움이 있다. 둘째, 실제 투자에서는 거래 비용, 세금, 주문 체결 지연(Slippage) 등의 요소가 수익률에 영향을 줄 수 있으나, 본 연구에서는 이를 반영하지 않았다. 이로 인해 모의 투자 성과가 실제 투자 결과보다 다소 과대평가되었을 가능성이 존재한다. 셋째, 본 전략은 Bollinger Band와 CCI라는 두 가지 기술적 지표만을 활용하고 있으며, 다른 기술

적 지표나 경제·기업 관련 지표들과의 조합 효과는 고려하지 못했다.

위와 같은 한계들을 보완하기 위해, 후속 연구에서는 다양한 자산과 시장 조건을 포함하는 실증 분석, 현실적인 투자 환경을 반영한 성과 검증, 그리고 기술적·기초적 지표 간의 조합 효과에 대한 탐색이 필요하다. 또한, 현재의 기술적 지표 외에 머신러닝 기반의 예측 모형과 결합하여 전략의 민감도와 반응성을 높이는 방향으로 확장할 수 있는 가능성을 고려할 수 있으며, 알고리즘 선택이 전략 성과에 미치는 영향을 더욱 체계적으로 분석하는 연구가 이루어질 필요가 있다. 본 연구의 결과는 자산 배분 전략 설계 및 알고리즘 최적화 과정에서의 실용적 기준을 제공함과 동시에, 학습된 전략이 다양한 환경에서도 신뢰성 있게 작동할 수 있도록 설계될 수 있음을 보여주는 사례로 의미가 있다.

ACKNOWLEDGMENT

This research was financially supported by Hansung University.

REFERENCES

- [1] SPDR State Street Global Advisors, SPDR S&P 500 ETF Trust (SPY) Overview, <https://www.ssga.com/us/en/intermediary/etfs/funds/spdr-sp-500-etf-trust-spy>
- [2] J. Fang, B. Jacobsen, and Y. Qin, "Popularity versus Profitability: Evidence from Bollinger Bands," SSRN Working Paper, pp. 1-33, September 2014. DOI: 10.2139/ssrn.2484322
- [3] T. T. L. Chong, and W. K. Ng, "Technical Analysis and the London Stock Exchange: Testing the MACD and RSI Rules Using the FT30," Applied Economics Letters, Vol. 15, No. 14, pp. 1111-1114, August 2008. DOI: 10.1080/13504850600993598
- [4] B. Lim, S. Zohren, and S. Roberts, "Enhancing Time Series Momentum Strategies Using Deep Neural Networks," arXiv, April 2019. DOI: 10.48550/arXiv.1904.04912
- [5] H. Park, M. K. Sim, and D. G. Choi, "An Intelligent Financial Portfolio Trading Strategy Using Deep Q-Learning," Expert Systems with Applications, Vol. 158, Article 113573, November 2020. DOI: 10.1016/j.eswa.2020.113573
- [6] J. Lee, R. Kim, S.-W. Yi, and J. Kang, "MAPS: Multi-agent Reinforcement Learning-based Portfolio Management System," Proceedings of the Twenty-Ninth International Joint Conference

- on Artificial Intelligence (IJCAI-20), Special Track on AI in FinTech, pp. 4520–4526, Yokohama Japan, July 2020. DOI: 10.24963/ijcai.2020/623
- [7] R. Gencay, “The Predictability of Security Returns with Simple Technical Trading Rules,” *Journal of Empirical Finance*, Vol. 5, No. 4, pp. 347–359, December 1998. DOI: 10.1016/S0927-5398(97)00022-4
- [8] H. Song, C. Wang, J. Li, and Y. Liu, “Deep Learning-Based Time Series Forecasting,” *Artificial Intelligence Review*, pp. 1–24, June 2025. DOI: 10.1007/s10462-024-10989-8
- [9] C. Zhang, O. Vinyals, R. Munos, and S. Bengio, “A Study on Overfitting in Deep Reinforcement Learning,” arXiv, April 2018. DOI: 10.48550/arXiv.1804.06893
- [10] Investopedia, Commodity Channel Index (CCI): Definition, Calculation, and Uses, <https://www.investopedia.com/terms/c/cci.asp>
- [11] C. J. Neely, P. A. Weller, and J. M. Ulrich, “The Adaptive Markets Hypothesis: Evidence from the Foreign Exchange Market,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 44, No. 2, pp. 467–488, April 2009. DOI: 10.1017/S0022109009090103
- [12] M. Tran, T. Duong, D. Pham-Hi, and M. Bui, “Detecting the Proportion of Traders in the Stock Market: An Agent-Based Approach,” *Mathematics*, Vol. 8, No. 2, Article 198, February 2020. DOI: 10.3390/math8020198
- [13] R. Storn, and K. Price, “Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces,” *Journal of Global Optimization*, Vol. 11, No. 4, pp. 341–359, December 1997. DOI: 10.1023/A:1008202821328
- [14] R. H. Byrd, P. Lu, J. Nocedal, and C. Zhu, “A Limited Memory Algorithm for Bound Constrained Optimization,” *SIAM Journal on Scientific Computing*, Vol. 16, No. 5, pp. 1190–1208, September 1995. DOI: 10.1137/0916069
- [15] S. G. Nash, “Newton-Type Minimization Via the Lanczos Method,” *SIAM Journal on Numerical Analysis*, Vol. 21, No. 4, pp. 770–788, August 1984. DOI: 10.1137/0721052
- [16] M. J. D. Powell, “An Efficient Method for Finding the Minimum of a Function of Several Variables without Calculating Derivatives,” *The Computer Journal*, Vol. 7, No. 2, pp. 155–162, June 1964. DOI: 10.1093/comjnl/7.2.155
- [17] M. J. D. Powell, “A Direct Search Optimization Method That Models the Objective and Constraint Functions by Linear Interpolation,” *Advances in Optimization and Numerical Analysis (Mathematics and Its Applications, Vol. 275)*, Springer, pp. 51–67, 1994. DOI: 10.1007/978-94-015-8330-5_4
- [18] R. A. Waltz, J. L. Morales, J. Nocedal, and D. Orban, “An Interior Algorithm for Nonlinear Optimization That Combines Line Search and Trust Region Steps,” *Mathematical Programming*, Vol. 107, No. 3, pp. 391–408, March 2006. DOI: 10.1007/s10107-004-0560-5
- [19] B. L. Welch, “The Generalization of ‘Student’s’ Problem When Several Different Population Variances Are Involved,” *Biometrika*, Vol. 34, No. 1/2, pp. 28–35, June 1947. DOI: 10.2307/2332510
- [20] G. D. Ruxton, “The Unequal Variance t-Test is an Underused Alternative to Student’s t-Test and the Mann-Whitney U Test,” *Behavioral Ecology*, Vol. 17, No. 4, pp. 688–690, July 2006. DOI: 10.1093/beheco/ark016

Authors



Dongwon Lee earned his B.S. degree in Materials Science and Engineering from Hanyang University in 1997, M.S. degree in Management Information Science and Ph.D. degree in Management Engineering from

Korea Advanced Institute of Science and Technology (KAIST) in 2005 and 2014. He worked as a system engineer for LG CNS from 1997 to 2002. Dr. Lee joined the faculty of the Division of Social Sciences at Hansung University, Seoul, Korea, in 2015. He is currently an Assistant Professor in the Division of Social Sciences, Hansung University. He is interested in business analytics, data mining, deep learning, consumer behavior, and recommender systems.