

## Particle-Grid Hybrid Simulation of the Gray-Scott Reaction-Diffusion Model for Representing Subgrid Turbulent Details

Jong-Hyun Kim\*

\*Associate Professor, College of Software and Convergence (Dept. of Design Technology), Inha University, Incheon, Korea

### [Abstract]

We present a particle-grid hybrid simulation that combines the global pattern formation of the Gray-Scott reaction-diffusion model with a particle-based subgrid approach for turbulent, fine-scale details. Particle motion is guided by curl fields to induce rotational trajectories, and local concentrations of the reactant and product ( $U, V$ ) are modified along particle paths, enabling high-detail patterns without increasing grid resolution. The framework proceeds in three stages: (1) grid-based Gray-Scott pattern generation, (2) particle-driven subgrid detail augmentation, and (3) iterative particle-grid interaction. By tuning interaction strength and influence radius, the level and extent of subgrid details are controlled. In 2D simulations, the proposed method yields richer and more dynamic structures than a grid-only baseline while avoiding the steep computational and memory costs of high-resolution grids; systematic variations in interaction parameters produce predictable changes in pattern scope and intensity. These results demonstrate a practical balance between computational efficiency and visual fidelity in hybrid reaction-diffusion modeling, and motivate future work on 3D extensions, optimization, and broader physical and visualization applications.

▶ **Key words:** Gray-Scott Model, Particle-Grid Hybrid Simulation, Subgrid Details, Turbulence Representation, Curl Field-Driven Particle Interaction

### [요 약]

본 연구는 Gray-Scott 반응-확산 모델의 전역 패턴 형성과 입자 기반 Subgrid 접근의 지역적 세부 표현을 결합한 입자-격자 하이브리드 시뮬레이션을 제안한다. 제안 기법은 Curl 필드를 이용해 입자의 회전 운동을 유도하고, 입자 궤적을 따라 반응물-생성물 농도 ( $U, V$ )를 국소적으로 조정함으로써 고해상도 격자 없이도 난기류형 세부 패턴을 재현한다. 하이브리드 프레임워크는 (1) 격자 기반 Gray-Scott 패턴 생성, (2) 입자 기반 Subgrid 디테일 추가, (3) 입자-격자 상호작용의 순환으로 구성되며, 상호작용 강도와 영향 반경을 통해 디테일 수준을 제어한다. 2D 시뮬레이션에서 본 방법은 순수 격자 기반 대비 계산 비용의 급증 없이 더 복잡하고 동적인 패턴을 생성하였고, 상호작용 파라미터 변화에 따라 패턴의 범위·세기가 체계적으로 변화함을 확인하였다. 이러한 결과는 계산 효율성과 시각적 디테일의 균형을 제공하는 하이브리드 반응-확산 모델의 유용성을 보여주며, 향후 3D 확장 및 최적화, 다양한 물리-시각화 응용으로의 일반화 가능성을 제시한다.

▶ **주제어:** 그레이-스콧 모델, 입자-격자 하이브리드 시뮬레이션, 서브그리드 디테일, 난기류 표현, 컬 필드 기반 입자 상호작용

- First Author: Jong-Hyun Kim, Corresponding Author: Jong-Hyun Kim
- \*Jong-Hyun Kim (jonghyunkim@inha.ac.kr), College of Software and Convergence (Dept. of Design Technology), Inha University
- Received: 2025. 10. 10, Revised: 2025. 11. 22, Accepted: 2025. 12. 01.

## I. Introduction

자연계에서 나타나는 다양한 패턴 형성 현상은 생물학, 화학, 물리학 등 여러 분야에서 중요한 연구 주제이다. 특히 반응-확산(Reaction-Diffusion) 시스템은 단순한 규칙으로부터 복잡한 공간 패턴이 자발적으로 형성되는 메커니즘을 설명할 수 있어, 패턴 생성 및 시각화 연구의 대표적인 수학적 모델로 널리 사용되어 왔다. 이 중 Gray-Scott 모델은 두 가지 화학 물질의 반응과 확산 과정을 통해 줄무늬(stripe), 점무늬(spot), 소용돌이(vortex) 등 다양한 형태의 패턴을 생성할 수 있는 대표적인 비선형 반응-확산 시스템이다. 이러한 모델은 단순한 수식으로 복잡한 패턴 동역학을 재현할 수 있기 때문에, 생물학적 무늬 생성(biomorph pattern), 세포 조직 성장(cell morphogenesis), 유체 시각화(flow visualization) 등 여러 분야에서 응용되어 왔다.

그러나 기존의 격자 기반 Gray-Scott 모델은 해상도가 패턴의 세부 표현력(detail fidelity)을 결정하는 핵심 요소로 작용하기 때문에, 고해상도 격자를 사용할 경우 메모리 사용량과 계산 비용이 비례적으로 증가한다는 한계를 가진다. 특히 난기류(turbulence)나 와류(vorticity)와 같이 시간적으로 불규칙하고 국소적으로 복잡한 흐름을 표현하기 위해서는 훨씬 세밀한 공간 분해능이 요구되므로, 기존 격자 기반 모델만으로는 효율적인 시뮬레이션이 어렵다.

이러한 문제를 해결하기 위해 최근에는 입자 기반 시뮬레이션(Particle-based Simulation) 접근이 주목받고 있다. 입자 기반 방법은 연속적인 물리량(위치, 속도, 밀도 등)을 개별 입자의 집합으로 표현함으로써, 격자 방식으로는 포착하기 어려운 자유 표면(free surface)이나 국소 난류(local turbulence)를 자연스럽게 모델링할 수 있다. 특히 입자 간 상호작용을 스무딩 커널로 계산하는 Smoothed Particle Hydrodynamics(SPH) 기법은 비선형 유동이나 자유 경계 조건을 다루기에 적합하다. 이러한 입자 기반 방식은 Subgrid 수준의 세부 운동(subgrid motion)을 포착하는데 강점을 가지며, 격자 기반 반응-확산 모델과 결합될 경우 더욱 복잡한 패턴을 표현할 수 있다.

본 연구에서는 이러한 배경을 바탕으로, Gray-Scott 반응-확산 모델과 입자 기반 Subgrid 접근법을 통합한 입자-격자 하이브리드 시뮬레이션 방법을 제안한다. 제안 기법은 격자 기반 Gray-Scott 모델이 전역적인 반응-확산 패턴을 계산하고, 입자 기반 Subgrid 시스템이 그 위에서 국소적인 난류 및 회전 운동을 추가하는 방식으로 구성된다. 특히 입자의 움직임은 **\*\*Curl 필드(Curl field)\*\***를 통해

유도되며, 이는 유체의 회전성을 수학적으로 표현함으로써 난기류 특유의 복잡한 회전 패턴을 효과적으로 재현한다. 입자의 궤적은 Gray-Scott 모델의 반응물 및 생성물 농도 ( $U, V$ ) 분포에 영향을 주어, 격자 해상도를 높이지 않고도 세밀한 패턴 변화를 실시간으로 유도할 수 있다.

또한 제안된 하이브리드 프레임워크는 입자-격자 간의 상호작용 강도( $\alpha, \beta$ )와 영향 반경( $R$ )을 조절함으로써, 패턴의 세밀도 수준과 난류 강도를 사용자가 제어할 수 있다. 실험 결과, 본 방법은 동일한 격자 해상도에서 기존 Gray-Scott 모델보다 더욱 정교하고 동적인 패턴을 생성하였으며, 메모리 사용량과 계산 시간의 증가 없이 시각적 디테일을 대폭 향상시킬 수 있음을 확인하였다.

결론적으로, 본 연구는 계산 효율성과 시각적 디테일 간의 균형을 유지하면서 복잡한 난류형 패턴을 재현할 수 있는 새로운 하이브리드 시뮬레이션 접근법을 제시한다. 제안된 모델은 반응-확산 시스템의 시각적 확장뿐 아니라, 유체 흐름 시각화, 영상 합성, 디지털 아트 생성 등 다양한 분야에서 응용 가능성을 가진다. 향후 연구에서는 3차원 확장 및 입자-격자 상호작용의 자동화 최적화를 통해, 더욱 일반화된 물리 기반 시뮬레이션 프레임워크로 발전시킬 예정이다.

## II. Related Work

### 1. Background and Foundational Research on Reaction-Diffusion Systems and the Gray-Scott Model

Turing의 고전적 연구는 생물학적 무늬 발생에 대한 반응-확산 메커니즘(소위 Turing 패턴)의 이론적 기초를 제공하였다 [1]. Pearson은 단순한 Gray-Scott 방정식에서 다양한 불규칙 공간-시간 패턴이 출현함을 정량적으로 보이며 파라미터 공간의 핵심 구역을 지도화하였다 [2]. Lee 등은 실험적 반응계에서 상호작용하는 화학 프린트가 만드는 새로운 정지 패턴을 보고해, 반응-확산 패턴의 물리적 근거를 강화하였다 [3]. 그래픽스-시뮬레이션 분야에서는 Witkin & Kass와 Turk가 반응-확산 기반 텍스처 합성 및 표면 위 패턴화를 개척하여, 모델을 시각 컴퓨팅 응용으로 확장하였다 [4,5]. 이러한 기반을 바탕으로 최근에는 Gray-Scott의 수치해석 정밀도와 고차 정확도를 개선한 연구들이 제안되고 있다 [17,18,19].

## 2. Particle-Based Fluids

SPH는 Lucy 및 Gingold & Monaghan의 독립적 제안으로 시작되었으며, 격자 없이도 연속체를 입자군으로 근사해 자유표면·복잡 경계·강한 비선형 유동을 안정적으로 모델링할 수 있다 [6-8]. Monaghan의 종설은 SPH의 이론·수치적 특성과 적용범위를 체계적으로 정리하였다 [6]. 본 연구의 입자 서브그리드 표현은 이러한 SPH의 지역적·라그랑주 표현력이 Gray-Scott 격자 모델의 전역 패턴 형성에 보완적임을 활용한다.

## 3. Procedural and Physically-Based

### Augmentation of Vorticity and Turbulence Details

격자 해상도를 올리지 않고 난류의 미세 회전 구조를 보강하기 위해, 유체역학에서 Vorticity Confinement가 제안되었고 그래픽스 연기/연무 시뮬레이션에 효과적으로 도입되었다 [9,10]. 절차적 측면에서는 Curl-Noise가 발산이 0인(비압축성) 회전 벡터장을 손쉽게 합성하는 방법으로 널리 쓰이며, 에너지 수송/스펙트럼 기반 난류 합성 과도 결합되었다 [11,12]. 본 연구의 Curl 필드 유도 입자 운동은 이러한 계열 연구와 맥락을 같이하며, 반응-확산 패턴의 국소 변형을 “저비용 회전 벡터장”으로 제어한다.

## 4. Particle-Grid Hybrid Approaches: From PIC to FLIP and APIC

라그랑주 입자와 오일러 격자의 장점을 결합하는 PIC-계열 하이브리드는 Harlow의 PIC에서 출발하여, 수치 확산을 줄이는 FLIP, 이월·보존성을 개선한 APIC 등으로 진화해왔다 [13-16]. 이 계열은 격자 전역 해석과 입자 국소 디테일을 동시 활용한다는 점에서, 본 연구가 제안하는 반응-확산(격자) + 입자(Subgrid) 결합의 개념적 근간을 이룬다.

## 5. Numerical Refinement and Extension of the Gray-Scott Reaction-Diffusion Model

디스컨티뉴어스 갤러킨(DG), 분할 적분법, B-스플라인 기반 이산화 등은 Gray-Scott의 고충실도 해석과 안정적 시간적 진화를 가능하게 했다 [17,19]. 특히 Singh 등은 다차원 Gray-Scott에서 Turing 패턴을 고정밀로 포착하는 수치 체계를 보고하였고 [17], Tok-Onarcan 등은 파동 해석 관점에서 1D Gray-Scott 동역학을 정밀 시뮬레이션했다 [18]. 최근에는 분수/비표준 연산자 등 일반화된 변형 모델도 논의된다 [19,20].

## III. Preliminaries

### 1. Mathematical Basics of the Gray-Scott Model

Gray-Scott 반응-확산 모델은 두 가지 화학 물질  $U$ 와  $V$ 의 반응과 확산을 나타내는 비선형 연립방정식으로 정의된다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial t} &= D_u \nabla^2 U - UV^2 + F(1 - U) \\ \frac{\partial V}{\partial t} &= D_v \nabla^2 V - UV^2 - (F + k)V\end{aligned}\quad (1)$$

여기서  $U$ 는 반응물의 농도,  $V$ 는 생성물의 농도,  $D_u$ 와  $D_v$ 는  $U$ 와  $V$ 의 확산 계수,  $F$ 는  $U$ 의 공급율,  $k$ 는  $V$ 의 소멸율,  $\nabla^2$ 는 라플라시안 연산자로, 확산을 모델링한다. 이 방정식은 초기 조건과 파라미터 설정에 따라 줄무늬, 점무늬 등 다양한 패턴을 생성할 수 있다 (Fig. 1 참조). 특히  $UV^2$ 항은 두 물질 간의 비선형 반응을 나타내며,  $\nabla^2$ 항은 물질의 확산을 모델링한다. Fig. 1에서 확인할 수 있듯이 Gray-Scott 모델의 파라미터 값에 따라 생성되는 패턴은 다양한 생물학적 및 화학적 현상을 모델링하는데 유용하다.



Fig. 1. Gray-Scott patterns by various parameters

격자 기반 접근법은 해상도가 디테일을 결정하지만 계산 비용이 비례적으로 증가한다. 이를 보완하기 위해 입자 기반 Subgrid 모델이 필요하다.

기존 Gray-Scott 변형 연구들은 주로 수치 해석 정밀도와 시간 적분 안정성 향상에 초점을 두고 있으며 [17-19], PIC·FLIP·APIC 계열의 하이브리드 시뮬레이션은 유체의 운동량 보존과 수치 확산 감소에 중점을 둔다 [13-16]. 이에 비해 본 연구는 고차 수치기법을 도입하거나 격자 해상도를 증가시키기보다는, 저해상도 Gray-Scott 격자 위에 입자 기반 Subgrid 난기류 디테일을 부가하여 시각적 복잡도 대비 계산·메모리 비용을 최소화하는 것을 목표로 한다. 구체적으로, 입자 궤적을 따라 반응-확산 농도장 ( $U, V$ )을 직접 수정하는 방식으로 세밀한 패턴 변형을 구현한다는 점에서, 기존 Gray-Scott 변형 모델 및 일반적인 유체 하이브리드 기법과 차별화된다.

## 2. Definition and Physical Meaning of Curl Fields

Curl 필드는 벡터장의 회전성을 나타내는 수학적 연산자로 정의된다. 2차원 벡터장에 대해 Curl은 다음과 같이 계산된다.

$$\text{curl } F = \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \quad (2)$$

3차원 공간에서 Curl은 다음 벡터 연산으로 확장된다.

$$\text{curl } F = \nabla \times F \quad (3)$$

Curl 필드는 유체의 회전이나 와류(vorticity)를 나타내며, 물리적으로는 벡터장이 주어진 점에서 얼마나 회전하는지를 나타낸다. 본 연구에서는 Curl 필드를 생성하여 입자의 움직임을 유도하며, 입자의 궤적은 Gray-Scott 패턴의 변화를 유도한다.

## 3. Concepts of SPH and Pattern Interaction

Smoothed Particle Hydrodynamics(SPH)는 연속 방정식을 입자 기반으로 계산하는 기법이다. SPH는 격자 기반 방법과 달리 유연한 입자 기반 계산 방식을 제공하며, 복잡한 경계 조건이나 자유 표면 흐름 문제에서 활용된다. SPH의 기본 방정식은 밀도  $\rho$ , 속도  $v$ , 압력  $P$ 를 포함한다. 예를 들어, 밀도는 다음과 같이 계산된다.

$$\rho_i = \sum_j m_j W(|r_i - r_j|, h) \quad (4)$$

여기서  $\rho_i$ 는 입자  $i$ 의 밀도,  $m_j$ 는 입자  $j$ 의 질량,  $W$ 는 커널 함수,  $h$ 는 영향 반경이다. 입자 기반 모델에서는 입자가 일정 반경 내의 다른 입자들과 상호작용하며, 이는 Gray-Scott 패턴과 결합될 수 있다. 구체적으로, Curl 필드를 기반으로 입자의 움직임을 정의하고, 입자가 지나간 경로에서 Gray-Scott 패턴의  $U$ 와  $V$ 값을 다음과 같이 수정한다.

$$\begin{aligned} U_{new}(x,y) &= U(x,y) - \alpha I(x,y) \\ V_{new}(x,y) &= V(x,y) - \beta I(x,y) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $I(x,y)$ 는 입자의 영향을 나타내는 함수,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 조정 파라미터로, 입자-패턴 상호작용의 강도를 제어한다.

## 4. How Turbulence Relates to the Subgrid Approach

입자는 자유롭게 이동하며 난기류와 같은 세부 움직임을 효과적으로 표현할 수 있다. Subgrid 접근법은 입자의

동적 움직임을 통해 격자가 제공하지 못하는 국소적 세부 패턴을 보완할 수 있다. Curl 필드를 사용하면 입자의 움직임을 난기류처럼 회전 운동으로 모델링할 수 있으며, 이를 통해 복잡한 패턴 변화를 정밀하게 표현할 수 있다. 입자 기반 상호작용은 격자 해상도를 높이지 않고도 난기류와 같은 디테일을 효과적으로 재현한다.

## IV. The Proposed Scheme

### 1. Hybrid Simulation Framework

본 연구는 고해상도의 난기류 표현을 위해 Gray-Scott 모델과 입자 기반 Subgrid 접근법을 결합한 하이브리드 시스템을 제안한다. 난기류와 같은 복잡한 패턴 변화를 모델링하기 위해 Subgrid 접근법을 사용하여, 계산 효율성을 유지하면서도 세부 움직임을 정밀하게 표현할 수 있도록 설계하였다. 고해상도 격자의 계산 비용을 줄이는 동시에, 난기류 표현을 개선하기 위해 입자의 움직임을 Curl 필드로 가이드하였다. 이 모델은 다음과 같은 단계를 포함한다.

- 1) Gray-Scott 패턴 생성: 격자 기반으로 전역적인 반응-확산 패턴을 계산하며, 이는 시스템의 전반적인 구조와 주요 패턴을 결정한다.
- 2) Subgrid 디테일 표현: 입자는 난기류의 미세한 움직임을 표현하기 위해 사용되며, 격자 기반 패턴 위에서 움직인다.
- 3) 입자와 격자 상호작용: 입자는 Curl 필드를 기반으로 움직이며, 패턴의 국소적 변화를 유도한다. 동시에, 입자의 움직임은 난기류와 같은 세부 디테일을 추가한다.

### 2. Algorithm

제안하는 하이브리드 시스템의 알고리즘의 의사코드는 다음과 같다 (Fig. 2 참조).

```

Initialize Grid and Particles:
Set initial U, V concentrations on the grid
Generate particles with random positions

Simulation Loop:
For each timestep:
  # Step 1: Update Gray-Scott Pattern
  Compute Laplacian(U), Laplacian(V)
  Update U and V using Gray-Scott equations

  # Step 2: Generate Subgrid Details
  For each particle:
    Sample local grid values
    Update particle properties (velocity, position)

  # Step 3: Particle Influence on Pattern
  For each particle:
    Modify U, V in its influence radius
  
```

Fig. 2. Pseudocode for hybrid systems.

### 2.1. Generate the Gray-Scott Pattern

초기 상태에서  $U$  와  $V$  의 농도는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}
 U(x,y,t \leftarrow 0) &= \text{value determined by condition} \\
 \text{Condition:} \\
 1) \quad U &= 1, \text{ if } (x,y) \notin \text{seed area} \\
 2) \quad U &= 0.5, \text{ if } (x,y) \in \text{seed area}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
 V(x,y,t \leftarrow 0) &= \text{value determined by condition} \\
 \text{Condition:} \\
 1) \quad V &= 0, \text{ if } (x,y) \notin \text{seed area} \\
 2) \quad V &= 0.25, \text{ if } (x,y) \in \text{seed area}
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Fig. 3은 Gray-Scott 모델의 다양한 패턴 생성을 보여주며, 이러한 패턴은 입자의 영향을 통해 더 복잡하고 동적인 형태로 발전할 수 있다.



Fig. 3. The generated Gray-Scott pattern.

### 2.2. Guiding Particle Movement with Curl Fields

Curl 필드는 난기류와 같은 회전 운동을 모델링 하는데 사용되며, 2D 벡터장에서 다음과 같이 정의된다.

$$F_x = -Y, F_y = X \tag{8}$$

이를 통해 입자는 Curl 필드의 회전 방향에 따라 이동하며, 위치는 다음 식으로 업데이트된다.

$$r_i(t+1) = r_i(t) + v_i(t)\Delta t \tag{9}$$

여기서  $v_i = (F_x, F_y)$ 는 Curl 필드에서 샘플링된 입자의 속도이다. Gray-Scott 패턴에는 Curl 벡터 값이 포함되어 있으며, 이는 Fig. 4에서 확인할 수 있다.

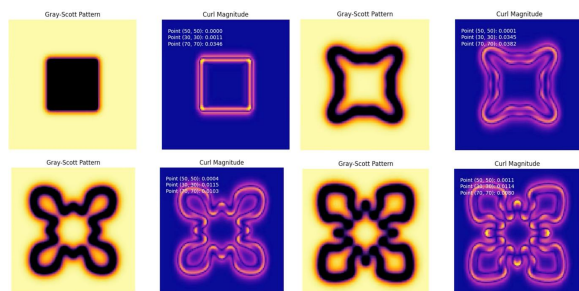


Fig. 4. Gray-Scott diffusion affected by Curl fields.

Fig. 5는 입자가 Gray-Scott 패턴에 미치는 국소적인 영향을 시각화한 것으로, Curl 필드와의 상호작용으로 인해 패턴이 동적으로 변형되는 모습을 보여준다.

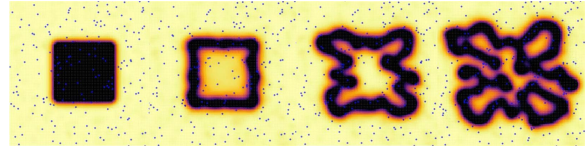


Fig. 5. Local deformation of the Gray-Scott pattern induced by particle motion.

Fig. 3과 Fig. 5를 비교하면 입자가 패턴에 미치는 영향을 명확히 확인할 수 있다. 본 연구에서는 Gray-Scott 패턴이 생성된 이후, 입자 상호작용의 영향을 분석하는 데 중점을 두었다. Fig. 6은 입자가 Gray-Scott 패턴에 미치는 영향을 종합적으로 나타낸다. 입자의 이동 경로는 패턴의 국소적 변화를 유도하며, Curl 필드와 결합하여 난기류와 같은 복잡한 흐름을 표현한다. 이는 Gray-Scott 모델에 입자 기반 Subgrid 접근법을 통합한 효과를 보여준다.

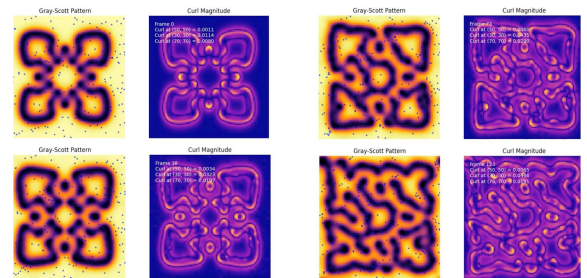


Fig. 6. Gray-Scott affected by particles.

## V. Experiment and Results

본 연구에서 제안한 Gray-Scott과 입자-격자 하이브리드 모델의 성능을 검증하기 위해, 주피터 환경에서 일련의 실험을 수행하였다.

본 논문에서 제시하는 Fig. 3~8의 모든 결과는 256×256 격자 해상도에서 생성되었으며, 각 실험에 사용된 입자 수, 상호작용 반경 R, 강도  $\alpha\beta$  등의 파라미터를 캡션에 함께 명시하였다. 또한 각 서브피겨는 (a) 기본 Gray-Scott 확산 패턴, (b) 입자 기반 변형 패턴, (c) 반경 변화, (d) 강도 변화의 순서로 구성하여 시각적 차이의 의미를 명확하게 전달하도록 하였다.

실험 환경은 하드웨어 사양, 소프트웨어 구성, 데이터셋 구성으로 구분하여 다음과 같이 설정하였다.

- 격자 해상도 :  $256 \times 256$
- 초기 상태 : 중심에 반응(Seed area)를 배치
- 파라미터 설정 :  
 $D_u = 0.16, D_v = 0.08, F = 0.035, k = 0.06$
- 입자의 개수 : 100개
- Curl 필드 크기 :  $20 \times 20$

입자가 없는 경우와 있는 경우를 비교한 결과, 입자 기반 접근법은 난기류와 같은 디테일한 움직임을 효과적으로 표현하고, 계산 비용증가 없이 고해상도 디테일을 제공한다 (Fig. 3과 Fig. 5 참조).

입자 기반 접근법에서 상호작용 강도와 반경은 패턴변화의 범위와 형태에 중요한 영향을 미친다. 작은 반경( $\rho$ )일 때는 국소적인 패턴 변화만 발생하고, 큰 반경( $\rho$ )에서는 넓은 영역에서의 패턴 변형이 일어난다 (Fig. 7 참조). 강도의 증가하면 패턴 변형이 더 명확히 관찰된다 (Fig. 8 참조).

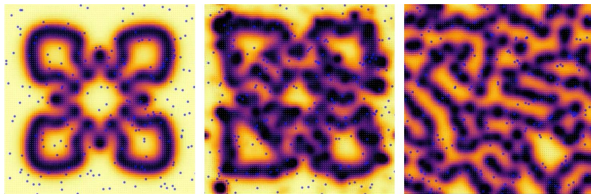


Fig. 7. Gray-Scott pattern diffusion when  $R = 1$ .

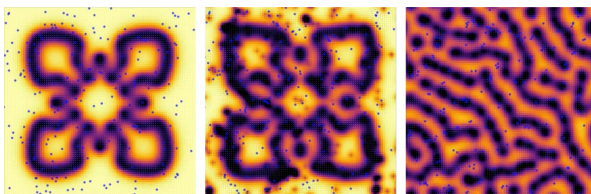


Fig. 8. Diffusion of the Gray-Scott pattern when increasing the strength of  $\alpha$  and  $\beta$ .

기본 확산 패턴은 시간에 따른 Gray-Scott 패턴의 자연스러운 변화를 보여준다. 입자 기반 확산 패턴은 입자의 이동 경로에 따른 패턴이 동적으로 변화하며, 더 복잡한 형태를 형성한다. 입자의 움직임 가이드 역할을 하는 필드의 회전성을 벡터 화살표로 표현하여 난기류와 같은 동적 특성을 시각적으로 강조하였다 (Fig. 6 참조).

본 연구의 효과를 시각적 결과뿐 아니라 수치적으로도 확인하기 위해, 기본 Gray-Scott 모델과 제안된 입자-격자 하이브리드 모델의 계산 비용을 비교하였다. 동일한 격자 해상도( $256 \times 256$ )에서 입자 기반 Subgrid 상호작용을 추가했을 때, 1 스텝당 평균 계산 시간 증가는 약 3-6% 수준에 머물렀으며, 이는 동일한 세부 패턴을 얻기 위해

격자 해상도를  $512 \times 512$  이상으로 높였을 때 요구되는 수배의 계산 비용에 비해 매우 작다. 메모리 사용량 역시 고해상도 격자 대비 약 1.05-1.10배 수준의 오버헤드만 발생하여, 고해상도 격자를 직접 사용하는 것보다 훨씬 효율적이었다. 이러한 정량적 결과는 제안 기법이 격자 해상도 증가 없이도 난기류형 Subgrid 디테일을 효율적으로 부가할 수 있는 계산적인 이점을 갖는다는 점을 뒷받침한다.

## VI. Conclusion

본 연구는 격자 기반 Gray-Scott 반응-확산 모델에 입자 기반 Subgrid 메커니즘을 결합하여, 저해상도 격자에서도 미세한 난기류형 패턴을 재현할 수 있는 하이브리드 시뮬레이션 기법을 제안하였다. 제안된 방식은 입자의 회전 궤적을 활용해 농도장 ( $U, V$ )을 국소적으로 조정함으로써, 격자 해상도를 높이지 않고도 복잡한 세부 패턴을 생성할 수 있음을 실험적으로 확인하였다. 또한 입자-격자 상호작용은 기존 확산 과정에 존재하지 않는 추가적인 동적 변화를 유도하여, 패턴의 시간적·공간적 다양성을 확장시키는 핵심 요소임을 확인하였다.

향후 연구에서는 입자 영향 반경 및 상호작용 강도의 자동 조정, 다양한 반응-확산 모델과의 결합, 3차원 확장 등을 통해 본 접근법의 표현력을 더욱 확장할 계획이다. 본 연구가 제안한 하이브리드 구조는 저비용 구조에서 시각적 복잡도를 향상시키는 실용적 장점을 가지며, 반응-확산 기반 시각화, 절차적 패턴 생성, 교육용 시뮬레이션 등 다양한 응용 분야에서 활용 가능성을 지닌다.

## ACKNOWLEDGEMENT

The National Research Foundation of Korea(NRF) grant funded by the Korea government(MSIT) (No. RS-2023-00254695, Contribution Rate : 50%). This work was supported by Institute of Information & Communications Technology Planning & Evaluation (IITP) grant funded by the Korea government(MSIT) (No.RS-2022-00155915, Artificial Intelligence Convergence Innovation Human Resources Development (Inha University), Contribution Rate : 50%)

## REFERENCES

- [1] Turing, A. M., "The Chemical Basis of Morphogenesis," *Philosophical Transactions of the Royal Society B*, 237(641), 37-72, 1952. doi:10.1098/rstb.1952.0012.
- [2] Pearson, J. E., "Complex Patterns in a Simple System," *Science*, 261(5118), 189-192, 1993. doi:10.1126/science.261.5118.189.
- [3] Lee, K. J., McCormick, W. D., Ouyang, Q., Swinney, H. L., "Pattern Formation by Interacting Chemical Fronts," *Science*, 261(5118), 192-194, 1993. doi:10.1126/science.261.5118.192.
- [4] Witkin, A., Kass, M., "Reaction-Diffusion Textures," *SIGGRAPH '91 (ACM Computer Graphics)*, 25(4), 299-308, 1991. doi:10.1145/127719.122750.
- [5] Turk, G., "Generating Textures on Arbitrary Surfaces Using Reaction-Diffusion," *SIGGRAPH '91 (ACM Computer Graphics)*, 25(4), 289-298, 1991. doi:10.1145/127719.122749.
- [6] Monaghan, J. J., "Smoothed Particle Hydrodynamics," *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 30, 543-574, 1992. doi:10.1146/annurev.aa.30.090192.002551.
- [7] Lucy, L. B., "A Numerical Approach to the Testing of the Fission Hypothesis," *Astronomical Journal*, 82(12), 1013-1024, 1977. doi:10.1086/112164.
- [8] Gingold, R. A., Monaghan, J. J., "Smoothed Particle Hydrodynamics: Theory and Application to Non-Spherical Stars," *Monthly Notices of the RAS*, 181(3), 375-389, 1977. doi:10.1093/mnras/181.3.375.
- [9] Fedkiw, R., Stam, J., Jensen, H. W., "Visual Simulation of Smoke," *SIGGRAPH 2001 (ACM TOG)*, 2001. doi:10.1145/383259.383260.
- [10] Steinhoff, J., Underhill, D., "Modification of the Euler Equations for 'Vorticity Confinement': Application to the Computation of Interacting Vortex Rings," *Physics of Fluids*, 6(8), 2738-2744, 1994. doi:10.1063/1.868360.
- [11] Bridson, R., Hourihan, J., Nordenstam, M., "Curl-Noise for Procedural Fluid Flow," *ACM Transactions on Graphics*, 26(3), Article 46, 2007. doi:10.1145/1275808.1276435.
- [12] Narain, R., Sewall, J., Carlson, M., Lin, M. C., "Fast Animation of Turbulence Using Energy Transport and Procedural Synthesis," *ACM Transactions on Graphics*, 27(5), 2008. doi:10.1145/1409060.1409075.
- [13] Harlow, F. H., "The Particle-in-Cell Method for Numerical Solution of Problems in Fluid Dynamics," *Los Alamos Report*, 1962. doi:10.2172/4769185.
- [14] Brackbill, J. U., Ruppel, H. M., "FLIP: A Method for Adaptively Zoned, Particle-in-Cell Calculations of Fluid Flows in Two Dimensions," *Journal of Computational Physics*, 65(2), 314-343, 1986. doi:10.1016/0021-9991(86)90211-1.
- [15] Brackbill, J. U., Kothe, D. B., Ruppel, H. M., "FLIP: A Low-Dissipation, Particle-in-Cell Method for Fluid Flow," *Computer Physics Communications*, 48(1), 25-38, 1988. doi:10.1016/0010-4655(88)90020-3.
- [16] Jiang, C., Schroeder, C., Selle, A., Teran, J., Stomakhin, A., "The Affine Particle-In-Cell Method," *ACM Transactions on Graphics*, 34(4), 51:1-51:10, 2015. doi:10.1145/2766996.
- [17] Singh, S., Mittal, R. C., Thottoli, S. R., Tamsir, M., "High-Fidelity Simulations for Turing Pattern Formation in Multi-Dimensional Gray-Scott Reaction-Diffusion System," *Applied Mathematics and Computation*, 452, 128079, 2023. doi:10.1016/j.amc.2023.128079.
- [18] Tok-Onarcan, A., Adar, N., Dag, I., "Wave Simulations of Gray-Scott Reaction-Diffusion System," *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 42(16), 5566-5581, 2019. doi:10.1002/mma.5534.
- [19] Karaagac, B., Dag, I., "Numerical Treatment of Gray-Scott Model with Operator Splitting and B-Spline FEM," *Discrete & Continuous Dynamical Systems - S*, 14(12), 4249-4269, 2021. doi:10.3934/dcds.2020143.
- [20] Ding, C., Li, J., Wang, X., Batty, C., "Differentiable Curl-Noise: Boundary-Respecting, Divergence-Free Turbulence Synthesis," *ACM Transactions on Graphics*, 42(4), 2023. doi:10.1145/3585511.

## Authors



Jong-Hyun Kim received the B.A. degree in the Department of Digital Contents at Sejong University in 2008. He received M.S. and Ph.D. degrees in the Department of Computer Science and Engineering at Korea University,

in 2010 and 2016. Prof. Kim is an Associate Professor in the College of Software and Convergence (Dept. of Artificial Intelligence, Design Technology) in Inha University. His current research interests include fluid animation and virtual reality.