

동태적패널모형을 이용한 손해보험의 위험인수주기 분석*

An Analysis of Underwriting Cycles in Property-Liability Insurance Using Dynamic Panel Model

최영목**

Choi Young-Mok

본 연구는 집계된 손해율 데이터를 이용하여 시계열AR(2)모형을 통해 위험인수주기를 산출하는 기존의 연구들과 달리 손해보험회사의 연도별 손해율 데이터를 이용하여 동태적패널모형(dynamic panel model)을 통해 위험인수주기를 측정하였다. 이 때 모수의 추정은 Arellano and Bond(1991)의 1단계 및 2단계 GMM을 이용하였다. 측정 결과 손해보험 전체의 경우 t-1시점 및 t-2시점의 손해율에 대한 회귀계수가 통계적으로 유의한 가운데 위험인수주기가 존재하였고, 그 길이는 5.4~6.9년인 것으로 나타났다. 또한 경제성장률은 손해율에 음(-)의 영향을, 소비자물가상승률은 손해율에 정(+)의 영향을, 그리고 이자율상승률은 손해율에 음(-)의 영향을 미치는 것으로 나타났다. 종목별 손해율을 이용한 모형에서는 거시경제변수를 통제할 경우 장기보험에서 회귀계수가 통계적으로 유의한 가운데 위험인수주기가 7.2년인 것으로 나타났다. 그리고 거시경제요인은 자동차보험의 손해율에 통계적으로 유의한 영향을 미치는 것으로 확인되었다.

※ 국문 색인어: 동태적패널모형, 손해율, 위험인수주기

*본 연구의 완성에 이르기까지 유익한 논평을 해주신 보험개발원의 조용운박사, 삼성금융연구소의 김계홍박사, 그리고 익명의 심사자에게 감사드립니다.

**보험개발원 보험연구소 부연구위원(ymchoi@kidi.or.kr)

I. 서론

손해율(loss ratio)은 손해보험회사가 처한 경제 환경이나 재무 상황 하에서 위험인수에 따른 영업활동의 결과를 총체적으로 반영하는 수익지표라고 할 수 있다. 따라서 손해보험회사들은 손해율의 실적치와 예측치를 바탕으로 하여 위험인수와 관련한 의사결정을 수행한다. 이 때 손해율의 예측과 관련하여 중요한 개념 중 하나가 위험인수주기이다. 위험인수주기(underwriting cycle)란 보험회사의 영업이익이 증가하고 감소하는 순환과정이 수년간에 걸쳐 일정한 주기를 가지고 반복적으로 발생하는 현상을 일컫는다. 위험인수주기를 정확하게 파악할 수 있다면 그 결과를 위험인수와 관련된 영업활동에 활용할 수 있기 때문에 위험인수주기에 관한 분석은 손해보험회사의 입장에서 매우 중요할 것이다.

이와 같은 중요성 때문에 위험인수주기의 발생 원인과 그 길이가 얼마인가를 규명하려는 연구가 다수의 국내외 학자들에 의해 활발하게 진행되어 왔다. 위험인수주기가 발생하는 원인을 규명한 연구들을 종합해보면 보험회사들 사이의 과당경쟁에 따른 보험가격결정, 보험회사들의 자금여력 부족, 보험요율 산출 프로세스의 불완전성, 이자율 변화, 소비자물가지수나 GDP 변동에 따른 보험환경 변화 등이 원인이 되어 위험인수주기가 발생하는 것으로 주장하고 있다. 위험인수주기의 존재 유무 및 길이를 규명하려는 연구는 주로 미국 손해보험시장을 대상으로 하고 있으며, Venezian(1985), Cummins and Outreville(1987), Grace and Hotchkiss(1995), 그리고 Lamm-Tennant and Weiss(1997) 등의 연구는 대체로 약 6~8년의 위험인수주기가 존재하는 것으로 보고하고 있다. 이에 반해 국내 손해보험시장을 대상으로 손해율의 위험인수주기를 측정 한 연구들에서는 연구자마다 상이한 결과를 보고하고 있다. 김두철(1997)과 Chen et al.(1999)의 연구는 위험인수주기가 존재하지 않는 것으로 보고하였으며, 김동훈·이기형(2001)의 연구는 12.1년의 위험인수주기가 존재하는 것으로 보고한 바 있다. 여기서 중요한 것은, 분석기간에 따라 위험인수주기의 길이가 달라질 수 있다는 점은 수긍할 수 있지만, 위험인수주기의 존재 유무에 대해서는 보험시장의 현실을 온전히 반영한 모형을 통해서 추가적인 검증이 요구된다는 점이다.

위험인수주기의 길이를 측정한 대다수의 연구는 주로 Venezian(1985)과 Cummins and Outreville(1987)에서와 같이 t 시점의 손해율을 종속변수로 하고 $t-1$ 시점과 $t-2$ 시점의 손해율을 독립변수로 하는 2차자기회귀모형(AR(2))을 이용하였다. AR(2)모형을 적용한 국내외의 모든 연구들은 개별회사의 발생손해액과 경과보험료를 합산하여 산출된 손해보험회사의 전체 혹은 종목별 연간 손해율 데이터를 이용하고 있다. 이와 같이 집계된(aggregated) 시계열 데이터를 이용하여 분석할 경우 크게 두 가지 문제점이 발생하게 된다. 첫째, 위험인수주기가 발생하는 원인에 대한 이론적 접근은 개별 기업 단위로 전개되고 있으나 실증분석은 집계된 데이터를 이용한다는 문제점이 있다. 우리의 관심은 개별 기업들의 미시적인 의사결정과정에서 반영된 손해보험시장의 평균적인 위험인수주기를 파악하는 것인데 반해, 집계된 데이터를 분석한다는 것은 대표 기업 하나의 위험인수와 관련된 의사결정과정을 분석하는 것과 다르지 않다. 둘째, 연도별 손해율 시계열을 이용할 경우 표본의 크기가 작을 수밖에 없어 모형의 자유도(degrees of freedom)가 낮아짐에 따라 추정의 효율성(efficiency)이 저하되어 결과적으로 위험인수주기의 존재 유무 혹은 그 길이를 정확하게 측정하기 어렵다는 문제점이 발생한다.

이러한 문제를 해결하기 위하여 본 연구에서는 동태적패널회귀모형(dynamic panel regression model)을 이용하여 위험인수주기를 측정한다. 개별 기업 손해율의 연간 패널 데이터를 이용하면 위험인수주기가 발생하는 원인을 규명한 미시적 이론과 위험인수주기의 길이를 측정하는 실증분석 방법이 일치하게 된다. Baltagi(2001), Frees(2004) 등은 패널 데이터를 이용할 경우 횡단면 혹은 시계열 데이터를 이용하는 것에 비해 많은 장점이 있음을 지적하고 있다. 우선 가장 기본적인 장점은 표본의 크기가 커지기 때문에 자유도가 증가하여 추정의 효율성이 향상된다는 것이다. 또한 패널 데이터를 이용함으로써 설명변수 사이의 다중공선성(multi-collinearity)이 발생할 가능성이 축소되고 추정량(estimator)의 편의(bias)가 감소된다는 장점이 있다. 따라서 동태적패널회귀모형을 통해 위험인수주기를 측정하면 시계열 모형을 이용할 경우에 비해 보다 정확한 위험인수주기를 측정할 수 있을 것으로 기대한다.

또한 본 연구는 AR(2)모형에 위험인수주기를 발생시키는 원인 변수로서 거시경

제요인을 추가한 모형을 통해서 위험인수주기를 측정한다는 차이점도 있다. 기존에 AR(2)모형을 통해 위험인수주기를 산출한 다수의 연구결과를 보면 모형의 설명력 (R^2)이 상당히 낮은 경향이 있다. $t-1$ 시점과 $t-2$ 시점의 손해율에 이용 가능한 모든 정보가 포함되어 있다고 가정하여 t 시점의 손해율을 예측하는 AR(2)모형을 설정하는 것은 다소 무리가 따른다고 볼 수 있다. 따라서 손해율에 영향을 미치는 외생변수들을 통제한 모형에서 추정된 회귀계수를 이용하여 위험인수주기를 측정하는 것이 보다 타당할 것이다.

본 연구는 다음과 같은 분석과정을 거쳐 최종적으로 손해보험회사 및 각 종목별 위험인수주기를 측정한다. 먼저 1988~2005년 동안의 집계된 연도별 시계열 데이터를 대상으로 하여 Venezian(1985)과 같이 AR(2)모형을 통해 위험인수주기의 존재 유무 및 길이를 측정한다. 다음으로 기본적인 AR(2)모형에 경제성장률, 소비자물가상승률, 이자율증가율 변수를 추가한 동태적패널모형을 통해 손해보험 전체 및 종목별 위험인수주기를 측정하고 이전의 모형을 통해 산출된 결과와 비교한다. 또한 패널모형의 분석결과에 대한 강건성을 확보하기 위해 이질성(heterogeneity)을 고려한 모형을 이용하여 위험인수주기를 측정한다.

이후 제2장에서는 위험인수주기의 발생 원인과 관련한 문헌을 고찰하고, 제3장에서는 위험인수주기를 측정하기 위한 기존의 시계열AR(2)모형과 함께 본 연구에서 제안하는 동태적패널모형을 설명한다. 이어 제4장에서는 실증분석을 통해 손해보험 전체 및 각 종목별 위험인수주기를 측정하고, 마지막으로 제5장에서는 분석결과에 대한 시사점을 제시하는 것으로 끝을 맺는다.

Ⅱ. 손해보험회사의 위험인수주기 발생원인

완전시장(perfect market)을 가정할 때, 보험회사는 이용 가능한 모든 정보를 즉각적으로 반영하여 보험상품의 가격을 결정하며, 이 때 보험상품의 가격은 해당 보험상품을 판매함으로써 발생하는 미래 기대 손해액의 현재가치와 같도록 결정된다. 따라서 보험상품의 가격, 즉 보험료는 미래 손해액에 대한 최선의 예측인자라고 할

수 있다. 그러나 Venezian(1985)은 보험료는 과거에 발생한 손해액에 따라서 결정되는 경향이 강하기 때문에 보험료의 미래 손해액에 대한 예측력이 낮다는 것을 보여주었다. 그렇다면 미래 발생손해액 혹은 발생손해율의 예측인자는 무엇일까? 손해율 예측과 관련한 분석은 위험인수주기와 관련이 높다. 따라서 이번 장에서는 위험인수주기가 발생하는 이유를 설명한 여러 가설들을 살펴본다.

앞서 언급한 바와 같이 위험인수주기란 보험회사의 영업이익(underwriting profit)이 일정한 주기(cycle)를 가지고 반복적으로 증감하는 현상을 말한다. 즉, 보험회사들의 담보력이 충분하여 낮은 보험료로 담보 범위를 확대한 상품을 경쟁적으로 제공하여 위험을 인수하려는 경향이 있는 연성시장(soft market)과 경쟁적 위험인수로 인해 보험회사들의 담보력이 약해지면서 손해율을 줄이고 수익성을 높이기 위해 보험가격을 인상하고 담보 범위를 축소한 상품을 제공하여 위험을 인수하려는 경향이 있는 경성시장(hard market)이 순차적으로 반복되는 현상을 의미한다. 따라서 위험인수주기를 파악하게 된다면 기본적으로 향후 손해율이 어떠한 방향으로 전개될지 대략적인 예상이 가능하다. 선행연구들을 검토한 결과 위험인수주기가 발생하는 원인들은 매우 다양하였으며, 이러한 원인들이 상호 배타적으로 발생하는 것은 아니지만 크게 세 가지로 분류할 수 있다.

첫째, 위험인수주기의 존재는 기본적으로 수요와 공급의 불균형에 기인한다는 주장이 있다. Wilson(1981), Radach(1988) 등의 연구는 보험회사들이 시장점유율을 유지 혹은 확대하기 위해 보험상품의 가격을 인하하는 과당경쟁 현상이 발생하여 연성시장이 형성되고 이후에는 악화된 수익성을 회복하기 위하여 보험회사들이 상품 공급을 축소하게 되어 경성시장이 형성됨으로써 위험인수주기가 발생한다고 주장하였다. 이에 반해 Gron(1994), Cummins and Danzon(1997) 등의 연구는 보험회사들의 상품 공급능력에 제약이 있을 때 위험인수주기가 발생하게 된다고 주장하였다. 보험가격의 결정은 미래 발생손해액의 기댓값뿐만 아니라 현재와 과거의 자본금에 의해 영향을 받는데, 예상치 못한 손해보로 인해 잉여금이 감소할 때 보험회사는 주식배당과 같이 저렴한 비용으로 자본금을 확충할 수 있는 통로가 막힘으로써 자본여력이 부족하게 될 수 있다. 이와 같이 보험회사의 자본이 부족하게 되면 단기적으로 보험가격이나 상품 공급에 영향을 미치게 되어 위험인수주기가 발생하

게 된다는 것이 이들의 주장이다. 또한 Venezian(1985), Berger(1988), Niehaus and Terry(1993) 등의 연구는 보험요율 산출 프로세스가 완전하지 못하기 때문에 위험인수주기가 발생한다고 주장한 바 있다. 현재 시점의 보험료는 과거 발생손해액과 미래 기대 손해액을 이용하여 산출한다. 그런데 발생손해액은 장기에 걸쳐 발생하는 특성이 있으며 측정오류가 발생하기 마련이다. 또한 모형을 통해 미래 기대 손해액을 예측하는 과정에서 필연적으로 과소 혹은 과대 추정이 발생하게 된다. 이와 같이 손해를 추정 및 예측 과정의 불완전성으로 인하여 보험요율을 산출하기 때문에 위험인수주기가 존재하게 된다는 것이다.

둘째, 외부 충격으로 인하여 위험인수주기가 발생한다는 논리를 주장하는 학자들도 있다. Cummins and Outreville(1987), Lamm-Tennant and Weiss(1997), Chen et al.(1999) 등의 연구에서는 위험인수주기가 발생하는 것은 보험시장 참여자들의 비합리적인 행태에 기인하는 것이 아니라 데이터 집적의 시차, 규제 시차, 회계처리 시차 등과 같은 외부적 요인의 영향 때문이라고 보았다. Doherty and Kang(1988), Doherty and Garven(1992), Haley(1993), Fung et al.(1998) 등의 연구는 이자율의 변화에 따라 위험인수주기가 발생한다고 주장하였다. 이들의 논리는 보험가격 혹은 보험료는 미래 손해액을 할인한 현재가치이기 때문에 할인율로 사용되는 이자율이 변화하게 되면 보험료가 변하게 되어 결과적으로 위험인수주기가 발생한다는 것이다. 이자율 자체가 뚜렷하게 주기를 갖고 변화한다는 실증결과는 아직 존재하지 않지만, 이자율의 예기치 못한 변동이 보험시장에 충격으로 작용하여 위험인수주기가 발생한다는 것이다. 대표적으로 Haley(1993)의 연구에서는 보험영업이익률(underwriting margin)과 무위험이자율 사이에 공적분 관계가 존재하고 이들 두 변수 사이에는 음(negative)의 관계가 존재한다는 실증분석 결과를 보여주었다. 이 외에도 Cummins et al.(1991)과 Harrington and Niehaus(1999)의 연구는 예상치 못한 대형 손실이 발생할 경우에 위험인수주기가 발생할 수 있다는 견해를 제시한 바 있다. 보험영업과 투자영업에서 예상치 못한 큰 손실이 발생할 경우 보험회사의 자본금이 크게 감소하고 공급곡선이 일시적으로 좌측방향으로 이동하여 보험가격이 상승할 수 있다. 이 때 보험회사가 낮은 비용으로 자본을 확충할 수 없게 되면 지급불능 확률이 높아지기 때문에 담보범위를 축소함

으로써 결과적으로 위험인수주기가 발생한다는 것이다.

셋째, 일반적인 보험산업의 환경 변화에 따라 위험인수주기가 발생한다는 견해를 피력한 연구도 존재한다. Grace and Hotchkiss(1995), Leng and Meier(2006) 등의 연구를 비롯하여 경기순환(business cycle)에 따라 위험인수주기가 발생한다는 연구들도 다수가 존재한다. 잘 알려진 바와 같이 손해보험산업 대부분의 종목에 대한 수요는 한 국가의 경제상황과 뚜렷하게 연관되어 있으며, 관계가 높은 것으로 잘 알려진 변수로는 소비자물가지수나 GDP가 있다. 또한 Cummins et al.(1991)과 Winter(1991)의 연구는 국제적인 흐름에 따라 정부의 규제 수준이 높아질 경우 보험회사의 경영, 요구자본, 가격정책 등에 영향을 미쳐 결과적으로 위험인수주기가 변하게 될 것이라고 하였다.

이상과 같이 위험인수주기의 발생 원인을 천착한 연구들에 기초하여, 본 연구에서는 경제성장률, 소비자물가지수, 그리고 이자율 변수를 추가한 모형을 통해 위험인수주기를 측정한다. 즉, 기존의 시계열AR(2)모형에 이러한 변수를 추가한 모형을 통해서 위험인수주기를 측정한다.

Ⅲ. 위험인수주기 측정 모형

미국의 손해보험회사를 대상으로 위험인수주기를 측정한 Venezian(1985), Cummins and Outreville(1987) 등의 연구는 기본적으로 AR(2)모형을 이용한 결과 6년의 위험인수주기가 존재하는 것으로 보고하고 있다. 이들은 Box and Jenkins(1976)에 제시된 AR(2)모형의 주기산출식을 이용하였다. 다음의 식 (1)에서 추정된 a_1 과 a_2 를 식 (2)에 삽입함으로써 위험인수주기를 측정할 수 있다¹⁾

$$LR_t = a_1LR_{t-1} + a_2LR_{t-2} + e_t \quad (1)$$

1) 본문의 식 (2)를 통하여 시계열의 주기(cycle)를 측정할 수 있다는 것은 Box and Jenkins(1976)가 제시한 바 있다. 주기산출식의 도출 과정은 【부록1】을 참조하시오.

$$Period(P) = \frac{2\pi}{\cos^{-1}(|a_1|/2\sqrt{-a_2})} \quad (2)$$

식 (1)에서 LR_t 는 t 연도에 손해보험회사의 손해율 혹은 종목별 손해율을 의미하고, e_t 는 오차항을 나타낸다. 그리고 a_1 과 a_2 는 추정해야 할 모수로서 각각 $t-1$ 시점과 $t-2$ 시점의 손해율에 대한 회귀계수를 나타낸다. 식 (2)를 통해서 추정된 a_1 과 a_2 가 $a_1^2 + 4a_2 < 0$ 이라는 조건을 만족할 경우 위험인수주기가 존재한다.

이와 같이 시계열 모형을 이용하여 위험인수주기를 측정할 경우 한계가 존재한다. 먼저 무엇보다 중요한 점은 집계된 손해율 시계열을 분석대상으로 할 경우 이론과 실증검증에서 차이가 존재한다는 것이다. 앞서 문헌연구에서 고찰한 바와 같이 손해보험회사의 위험인수주기가 존재하는 원인을 규명한 연구들은 개별 손해보험회사 단위의 미시적 이론이라 할 수 있다. 그럼에도 불구하고 기존의 실증 연구들은 집계된 손해율, 즉 거시 데이터를 이용하여 위험인수주기를 측정함에 따라 집계(aggregation) 문제와 대표기업(representative agent) 문제가 발생하기 때문에 개별 손해보험회사들의 영업성과를 온전히 반영하지 못하여 정확한 위험인수주기를 측정하지 못했을 가능성이 있다. 각 회사별 손해율을 집계하여 전체 시계열을 산출하기 때문에 상대적으로 규모가 작은 회사의 영업활동의 결과가 매우 적게 반영되는 한계가 있다. 즉, 규모로 가중된 손해율을 이용할 경우 대형 보험회사의 발생손해액과 경과보험료의 반영도가 높아 대형사의 위험인수주기는 어느 정도 파악될 수 있으나 규모가 작은 회사의 입장에서는 전혀 상관없는 위험인수주기가 될 가능성이 있다.

1988 및 2005 회계연도에 손해보험 상위4사의 시장점유율 합계가 각각 77.2%와 71.3%인 점을 고려하면 집계된 손해율을 이용할 경우 중소형 손해보험회사들의 영업성과가 매우 미미하게 반영되고 있음을 알 수 있다²⁾. 따라서 모든 회사별 손해율, 즉 패널 데이터를 이용하여 위험인수주기를 측정할 필요가 있다. 이러한 점을 반영하여 식 (1)의 시계열AR(2)모형을 패널모형으로 표현하면 다음의 식 (3)과 같다.

$$LR_{it} = a_1LR_{it-1} + a_2LR_{it-2} + \eta_i + d_t + v_{it} \quad (3)$$

2) 회사별 시장점유율은 보험개발원에서 발간하는 『계간보험동향』 각 호에서 확인할 수 있다.

여기서 $t=1, 2, \dots, T$, $i=1, 2, \dots, N$ 그리고 v_{it} 는 평균이 0이고 분산이 σ_v^2 인 잔차항을 나타낸다. η_i 는 수치로 나타낼 수 없는 개별 손해보험회사의 경영능력과 같이 손해율에 영향을 미치지만 관찰 불가능한 독특한 특성을 나타내는 기업 고유의 고정효과(fixed effect)를 나타낸다. d_t 는 시간효과(time effect)를 나타내는 것으로서 물가, 경제성장률, 금리 등 거시적 요인과 같이 개별 손해보험회사에게는 모두 동일한 영향을 미치지만 시간에 따라 변하는 요인을 의미한다.

한편, AR(2)모형은 $t-1$ 시점과 $t-2$ 시점의 손해율에 해당 시점에 이용 가능한 모든 정보가 내포되어 있다는 가정 하에 t 시점의 손해율을 예측할 수 있음을 의미한다. 그러나 국내 손해보험시장의 김두철(1997), 김동훈·이기형(2001) 등의 연구에서 나타난 바와 같이 AR(2)모형의 설명력(R^2)은 그다지 높지 않은 것으로 나타났다. 따라서 단순히 집계된 손해율을 이용한 시계열 분석은 계량모형 측면에서 개선의 여지가 있다고 하겠다. 또한 이론적으로도 관련문헌연구에서 정리한 바와 같이 Doherty and Kang(1988), Doherty and Garven(1992), Haley(1993), Fung et al.(1998) 등의 연구는 이자율의 변화에 따라 위험인수주기가 발생하고, Grace and Hotchkiss(1995), Leng and Meier(2002) 등의 연구는 경제상황을 나타내는 물가나 경제성장률 등에 따라 위험인수주기가 발생할 수 있다고 지적하였다. 앞의 식 (3)에서 개별 손해보험회사에게는 모두 동일한 영향을 미치지만 시간에 따라 변하는 요인을 반영하는 시간효과 d_t 는 경제성장률, 물가상승률, 금리상승률 등의 변수와 동일한 성질을 갖는다. 따라서 d_t 를 제거하는 대신에 이와 성격이 동일한 t 연도와 $t-1$ 연도의 경제성장률, 물가상승률, 금리상승률 변수를 포함한 모형을 설정할 수 있다.

$$LR_{it} = a_1LR_{it-1} + a_2LR_{it-2} + a_3GDP_{it} + a_4GDP_{it-1} + a_5CPI_{it} + a_6CPI_{it-1} + a_7Intrate_{it} + a_8Intrate_{it-1} + \eta_i + v_{it} \quad (4)$$

여기에서 GDP 는 경제성장률, CPI 는 소비자물가상승률, 그리고 $Intrate$ 는 금리상승률(3년만기 회사채수익률의 상승률)을 나타낸다. 만약 위험인수주기가 존재한다면, 패널모형의 경우에도 시계열모형과 기본 원리는 동일하므로 앞의 경우와 마찬가지로

가지로 식 (4)의 모형을 통해 추정된 a_1 과 a_2 를 식 (2)에 삽입하여 위험인수주기를 측정할 수 있다. 위험인수주기의 산출시에 반드시 AR(2)모형을 통해서 산출한 a_1 과 a_2 를 이용해야만 하는 것은 아니고 AR(2)모형에 다른 설명변수가 추가로 포함된 모형에서 추정된 a_1 과 a_2 를 이용하여 종속변수의 주기를 측정할 수 있다³⁾.

AR(2)모형에서 추정된 a_1 과 a_2 를 이용하여 산출된 주기는 일종의 명목주기(nominal cycle)라 할 수 있고, 식 (4)와 같이 AR(2)모형에 설명변수를 추가한 모형에서 추정된 a_1 과 a_2 를 이용하여 산출된 주기는 소비자물가와 금리가 반영된 것이므로 일종의 실질주기(real cycle) 혹은 모형에 내재된 주기(implied cycle)라고 볼 수 있다. 예를 들어, 기존의 AR(2)모형에 Choi *et al.*(2002)는 시간더미, 이자율, 수입보험료 대비 자본의 비율, 총자산 대비 자본의 비율 등의 변수를 추가한 모형을 통해 위험인수주기를 산출하여 모형별 차이를 비교한 바 있다. 또한 최근의 Meier(2006)의 연구는 경제성장률, 소비자물가지수, 자본잉여금, 시간더미 등의 변수를 추가한 모형을 사용하여 위험인수주기를 측정하였다. 이 들 연구 모두는 위험인수주기는 본문의 식 (2)를 통해 산출하고 있다. 이러한 모형을 사용할 경우 위험인수주기의 정확한 측정뿐만 아니라 모형에 포함된 각각의 설명변수가 손해율에 미치는 영향도 파악할 수 있다는 장점이 있다.

식 (4)에는 기업 고유의 고정효과를 나타내는 η_i 가 있기 때문에 일반적인 고정효과패널모형(fixed effects panel model)을 통해 모수를 추정하는 방법을 고려할 수 있다. 그런데 모형 내에 종속변수의 시차변수가 설명변수에 포함되어 있어 내생성(endogeneity) 문제가 있다. 이 경우 일반적인 고정효과모형(혹은 LSDV모형)을 통해 모수를 추정하게 되면 편의(bias)가 발생한다. Nickell(1981)은 동태적모형에서 외생변수가 존재하지 않을 때 LSDV모형으로 추정하게 되면 a_1 과 a_2 는 편의를 갖게 됨을 보여주었다. 즉, 동태적패널모형에서는 LSDV모형으로 추정하면 T 가 매우 클 때 편의가 0에 가까워지게 됨을 보여주었다.

이러한 추정상의 문제점을 극복하기 위해서는 내생성을 통제하기 위해 적절한 도

3) AR(2)모형에 설명변수가 추가된 모형을 이용할 경우에도 손해율의 주기 측정에 문제가 없다는 점은 【부록2】에 증명하여 제시하였다.

구변수를 이용하여 추정을 해야 한다. 본 연구에서는 이를 위해서 Arellano and Bond(1991)가 제시한 1단계 및 2단계 GMM을 이용한다. 이 방법은 기업 고유의 고정효과를 나타내는 η_i 를 제거하기 위해 식 (4)에 1차 차분을 취하고 도구변수(instrumental variables)를 이용하여 적률조건(moment condition) 하에 모수를 추정하는 절차를 따른다. 이 때 도구변수는 종속변수와 설명변수의 시차값을 이용하며, 도구변수 선택과 관련한 타당성 검정은 과도식별제약(over-identifying restrictions)에 대한 Sargan test를 이용한다. Sargan test의 귀무가설은 도구변수와 잔차항 사이의 상관관계가 존재하지 않는다는 것이며, 만약 귀무가설을 기각하지 못하면 도구변수 선택이 올바르다는 것을 의미한다. 또한 식 (4)에 1차 차분된 방정식을 이용하여 모수를 추정하므로 오차항의 2계(second order) 자기상관은 0이라는 귀무가설을 설정하여 자기상관 여부를 검정한 m_2 통계량을 이용한다. 만약 이 귀무가설을 기각하지 못하면 설정된 모형이 타당한 것으로 판단한다.

Ⅳ. 실증분석

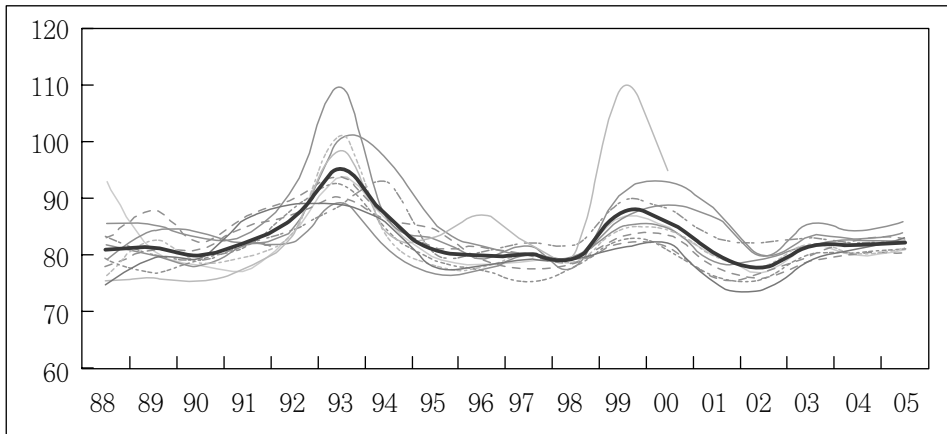
1. 분석 데이터 및 패널 단위근 검정

본 연구는 1988~2005년, 18년 동안 국내 손해보험회사의 손해율 데이터를 이용하여 위험인수주기를 측정한다. 기존의 Venezian(1985), Cummins and Outreville(1987), Lamm-Tennant and Weiss(1997), Chen et al.(1999) 등 대다수의 연구가 손해율을 이용하여 위험인수주기를 측정하므로 본 연구도 이들 연구와 마찬가지로 경과손해율을 이용한다. 경과손해율을 위험인수주기의 측정 대상으로 하는 이유는 경과손해율이 가격책정의 결과로서 발생하는 보험영업이익을 대변하기 때문이다. 사용되는 경과손해율 데이터는 보험개발원에서 발간하는 『보험통계연감』에서 추출하였다. 『보험통계연감』에는 1988년 이후부터 일반계정의 실적에 대해 경과보험료 대비 발생손해액이 차지하는 비율인 경과손해율(incurred loss

ratio)이 제공되므로 분석기간을 1988년 이후로 설정하였다. 다른 기관에서 발표된 데이터도 함께 추출하여 분석기간을 확장시킬 수 있겠지만 데이터의 일관성을 위하여 출처를 『보험통계연감』으로 단일화하였다. 또한 대부분의 선행연구들에서 위험인수주기가 18년이 넘는 경우는 없으므로 분석기간이 18년이라는 것은 타당한 분석결과를 도출하는 데 장애가 되지 않을 것으로 판단된다.

우선 선행연구들과 마찬가지로 시계열 모형을 이용하여 손해보험산업 전체의 위험인수주기를 측정하기 위해서 집계된(aggregated) 손해율 시계열을 이용하고, 다음으로 패널 데이터를 이용하여 동태적패널모형을 통해 손해보험 전체의 위험인수주기를 측정한다. 또한 동태적패널모형을 이용하여 종목별 손해율을 측정하기 위해서는 각 회사의 화재보험, 해상보험, 자동차보험, 특종보험, 장기보험의 연도별 손해율 데이터를 이용한다. 따라서 동태적패널모형을 적용할 경우에는 횡단면-시계열 구조를 갖는 패널 데이터를 이용하게 됨으로써 관측치 수가 크게 증가하는 효과가 있다. 그리고 본 연구에서 제안하는 모형을 이용하기 위해서는 경제성장률, 소비자물가지수, 이자율 데이터가 필요하며, 이들 데이터는 한국은행의 경제통계시스템(ECOS)에서 추출하였다.

〈그림 1〉 손해보험회사의 연도별 손해율 추이(1988-2005)



주: 얇은 선은 각 회사별 손해율이며, 굵은 선은 회사별 손해율의 평균값임.

〈그림 1〉은 분석기간 동안의 회사별 손해율을 도시한 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 시각적으로는 대략 5~6년 정도의 주기가 존재하는 것으로 짐작할 수 있다. 그림에도 불구하고 국내 손해보험시장을 대상으로 한 기존의 연구들은 위험인수주기가 존재하지 않거나 혹은 위험인수주기가 존재하더라도 분석 기간에 따라 상이한 결과를 제시하고 있다. 따라서 보다 정교한 모형을 통해서 위험인수주기가 존재하는가 혹은 존재한다면 그 길이는 얼마인가를 측정할 필요가 있다.

본격적으로 시계열 및 패널모형을 통해 위험인수주기를 측정하기에 앞서 각 회사별 손해율 시계열의 안정성(stationarity)을 검정할 필요가 있다. 본 연구에서는 패널데이터의 단위근 검정(unit root test)을 위해 보편적으로 사용되고 있는 Levin et al.(2002)의 패널 ADF 방법을 적용하기로 한다. 이 방법의 귀무가설은 패널 데이터에 단위근이 존재한다는 것이다. 다음의 〈표 1〉은 손해보험 전체 및 각 종목별 손해율 패널 데이터에 대해서 시간 추세항을 포함한 경우와 제외한 경우의 단위근 검정 결과를 보여주고 있다.

〈표 1〉 패널 단위근 검정 결과

	전체	화재	해상	자동차	특종	장기
시간더미 포함	-6.88**	-0.94	-5.63**	-4.86**	-2.97**	-3.93**
시간더미 제외	-6.38**	-2.12*	-6.17**	-5.92**	-2.76**	-4.54**

주: 1) 표 안의 수치는 Levin et al. (1993, 2002)의 패널 ADF 단위근 검정 통계량임.

2) *, **는 각각 유의수준 5%와 1%에서 귀무가설을 기각함을 나타냄.

3) 유의수준을 5%로 가정할 경우에 각 통계치가 -1.96보다 작을 때 단위근이 존재한다는 귀무가설을 기각하게 됨.

표에서 보는 바와 같이 손해보험 전체 및 모든 종목의 패널 데이터에서 단위근이 존재한다는 귀무가설을 유의수준 1%에서 기각하고 있다. 다만 화재보험의 경우 시간더미를 포함한 모형에서 귀무가설을 기각하지 못하지만 시간더미를 제외한 모형에서는 유의수준 5%에서 귀무가설을 기각하고 있다. 따라서 본 연구에서 사용하는 손해율 패널 데이터는 안정적이므로 가성회귀에 따른 문제는 발생하지 않을 것이다.

2. 시계열AR(2)모형을 이용한 위험인수주기 분석

김동훈·이기형(2001)의 연구에서 지적한 바와 같이 1994년부터 1998년에 걸쳐 보험가격자유화의 일환으로 추진된 범위요율제의 도입 및 적용 폭의 확대, 재보험 자유화의 추진 등에 따라 손해보험회사들이 경쟁적인 경영전략을 구사함으로써 과거에 비해 위험인수주기가 보다 뚜렷하게 존재할 가능성이 높다. 특히 2001년 8월에 자동차보험의 가격자유화에 이어 2002년 4월부터 일반보험의 순보험료가 자유화됨으로써 경쟁도가 증가하였다. 따라서 1970~1995년 동안의 집계된 연도별 손해율을 이용하여 위험인수주기를 측정한 Chen et al.(1999)의 연구에서는 국내 손해보험시장 전체의 위험인수주기가 존재하지 않는 것으로 나타났으나, 1988~2005년 동안의 손해율 데이터를 이용하는 본 연구의 경우에는 이들의 연구와 다른 결과가 나올 가능성이 높아졌다.

〈표 2〉는 기존의 연구들과 마찬가지로 집계된 손해율 시계열 자료를 이용하여 식 (1)의 AR(2)모형을 이용하여 손해보험회사 전체 및 종목별 위험인수주기를 측정한 결과이다. 표에서 보는 바와 같이 해상보험과 자동차보험의 경우에만 모형의 설명력(R^2)이 비교적 높은 수준이고 나머지 경우에는 매우 낮은 수준을 보이고 있다. 손해보험 전체의 경우 LR_{t-1} 와 LR_{t-2} 에 대한 회귀계수의 t -value가 유의하지 않으며, 이들 회귀계수가 0이라는 결합가설을 검정한 F -value도 가설을 기각하지 못함을 알 수 있다. 따라서 비록 식 (2)에서 $a_1^2 + 4a_2 < 0$ 이라는 조건을 만족하여 손해보험 전체의 주기가 9.4년으로 측정되었지만 모형의 설명력도 13.6%로 매우 낮고 회귀계수도 0과 다르지 않아 측정결과에 대한 신뢰성이 부족하다고 볼 수 있다. 종목별 손해율을 이용하여 결과에서는 장기보험만이 위험인수주기가 존재하며 그 길이는 9.8년으로 측정되었다.

〈표 2〉 시계열AR(2)모형을 이용한 위험인수주기

	전체	화재보험	해상보험	자동차보험	특종보험	장기보험
절편	56.6104 (2.12)*	34.5638 (2.47)*	7.81027 (1.35)	21.3624 (1.52)	28.2178 (1.78)	38.1925 (1.97)*
LR_{t-1}	0.3905 (1.40)	0.2614 (0.82)	0.69462 (2.53)*	0.8616 (3.14)**	0.3462 (1.25)	0.8576 (3.21)**
LR_{t-2}	-0.0617 (-0.22)	0.1078 (0.44)	0.15123 (0.58)	-0.1414 (-0.53)	0.1432 (0.68)	-0.2868 (-1.08)
관측치수	16	16	16	16	16	16
R^2	0.1363	0.1389	0.7356	0.6082	0.1892	0.4874
F -value	1.03	1.05	18.08**	10.09**	1.52	6.18*
Period(P)	9.4	-	-	-	-	9.8

주: 1) 괄호 안은 t -value를 나타냄.

2) F -value는 LR_{t-1} 과 LR_{t-2} 의 회귀계수가 0이라는 결합가설의 검정통계량임.

3) *과 **는 각각 유의수준 5%와 1%에서 통계적으로 유의함을 나타냄.

4) Period(P)는 식(2)를 통해 산출한 연 단위의 위험인수주기를 나타냄.

김두철(1997)의 연구에서는 위험인수주기가 존재하지 않았고, 본 연구와 분석기간이 비교적 유사한 김동훈·이기형(2001)의 연구는 1990~1999년 동안의 손해율 데이터에서 12.1년의 위험인수주기가 존재하는 것으로 보고하였다. 이처럼 본 연구와 추정결과에서 차이가 존재하는 가장 큰 이유는 분석기간이 다르기 때문이며, 더불어 본 연구가 가격자유화가 이루어진 이후의 손해율 데이터도 이용하기 때문일 것이다. 집계된 연도별 시계열 데이터에 대해 AR(2)모형을 이용하게 되면 자유도가 낮아 분석기간에 따라 추정된 회귀계수에서 큰 차이가 발생할 가능성이 높다. 따라서 이후에는 패널 데이터를 이용한 동태적모형을 이용하여 손해보험회사 전체 및 종목별 위험인수주기를 추정한다.

3. 동태적패널모형을 이용한 손해보험 전체의 위험인수주기 분석

다음의 <표 3>은 1988~2005회계연도 동안의 손해보험회사별 손해율 패널 데이터를 대상으로 하여 Arellano and Bond(1991)의 1단계 GMM 및 2단계 GMM을 통해 추정된 동태적패널모형의 회귀계수와 위험인수주기를 보여주고 있다. 이는 앞의 <표 2>의 결과와 비교하기 위하여 추가적인 설명변수를 포함하지 않고 동태적패널모형의 추정결과를 이용하여 위험인수주기를 산출한 것이다. 즉, 개별 손해보험회사들의 영업성과가 동등하게 반영된 패널데이터를 이용하여 산출된 위험인수주기와 대형 손해보험회사들의 영업성과가 상대적으로 많이 반영된 시계열데이터로 산출한 위험인수주기와 비교하기 위함이다.

<표 3> 동태적패널모형을 이용한 손해보험 전체 위험인수주기

	1단계 GMM	2단계 GMM
절편	-0.1843 (-2.17)*	-0.1721 (-2.38)*
LR_{t-1}	0.4287 (5.52)**	0.4379 (8.73)**
LR_{t-2}	-0.2932 (-3.70)**	-0.3061 (-6.86)**
관측치수	160	160
<i>Sargan</i>	140.93	10.88
m_2	0.48	0.43
<i>Period(P)</i>	5.4	5.4

- 주: 1) 회귀계수 밑의 괄호 Z-value안은 를 나타냄.
 2) *과 **는 각각 유의수준 5%와 1%에서 통계적으로 유의함을 나타냄.
 3) *Sargan*은 과도식별제약에 대한 검정통계량임.
 4) m_2 는 1차 차분된 오차항의 2계 자기상관이 0이라는 가설에 대한 검정통계량을 의미함.
 5) *Period(P)*는 식(2)를 통해 산출한 연 단위 위험인수주기를 나타냄.

먼저 도구변수가 적절하게 선택되었는가를 판단하는 Sargan 통계량이 귀무가설을 기각하지 않았고, 1차 차분된 오차항의 2계 자기상관이 0이라는 귀무가설도 기각하지 못하는 것을 확인할 수 있다. 이는 1단계와 2단계 GMM 모두 모형설정(model specification)에 따른 문제가 없음을 의미한다. 먼저, 앞의 <표 2>의 결과와 달리 LR_{t-1} 과 LR_{t-2} 에 대한 회귀계수 모두가 유의수준 1%에서 통계적으로 유의한 것으로 나타났다. 무엇보다 두드러진 특징은 대형 손해보험회사의 보험영업성과가 비교적 많이 반영된 시계열모형을 사용할 경우에는 9.4년으로 측정되었으나 모든 손해보험회사의 영업성과를 동등하게 반영된 패널모형을 이용할 경우에는 5.4년으로 위험인수주기가 크게 감소했다는 점이다. 이러한 결과는 대형 손해보험회사의 위험인수주기는 상대적으로 길고 중소형 손해보험회사의 위험인수주기는 상대적으로 짧다는 것을 의미한다. 즉, 대형사의 경우 보험영업이익이 안정적으로 보다 긴 주기가 존재하고, 이에 반해 중소형사의 경우 보험영업이익이 상대적으로 짧은 주기를 갖고 등락을 반복한다는 의미로 해석이 가능하다.

다음으로 앞의 식 (4)의 확장된 동태적패널모형을 이용하여 위험인수주기를 측정 한 결과를 <표 4>에 제시하였다. Sargan 통계량은 1단계 및 2단계 GMM으로 추정 한 모형 모두 귀무가설을 기각하지 못하여 도구변수의 선택이 타당한 것으로 나타났다. 1차 차분된 오차항의 2계 자기상관이 존재하지 않는다는 귀무가설을 검정한 m_2 의 경우에도 귀무가설을 기각하지 못하여 모형설정의 오류가 없음을 알 수 있다. 집계된 손해를 시계열을 대상으로 한 앞의 <표 2>의 결과와 달리 LR_{t-1} 과 LR_{t-2} 의 회귀계수가 통계적으로 유의한 것을 확인할 수 있다. 두 모형 모두에서 LR_{t-1} 과 LR_{t-2} 에 대한 회귀계수가 0이라는 결합가설을 검정한 Wald 1 이 유의수준 1%에서 가설을 기각하고 있다.

〈표 4〉 동태적패널확장모형을 이용한 손해보험 위험인수주기

	1단계 GMM	2단계 GMM
절편	-0.6562** (-3.84)	-0.3931(-1.49)
LR_{t-1}	0.3176** (4.21)	0.4069** (2.86)
LR_{t-2}	-0.1072 (-1.38)	-0.1524 (-1.31)
GDP_t	-0.3943** (-4.10)	-0.5564* (-2.51)
GDP_{t-1}	0.0227 (0.26)	0.2130 (1.46)
CPI_t	0.0051 (0.02)	-0.5292 (-0.98)
CPI_{t-1}	1.0354** (4.09)	0.9990** (7.86)
$Intrate_t$	-0.1821** (-5.56)	-0.2043** (-6.67)
$Intrate_{t-1}$	-0.1933** (-5.04)	-0.2038** (-6.39)
관측치수	160	160
Wald 1	17.94**	8.44*
Wald 2	101.98**	1284.66**
Sargan	120.72	8.98
m_2	1.77	0.89
Period(P)	5.9	6.1

- 주: 1) 회귀계수 밑의 괄호 안은 Z-value를 나타냄.
 2) *과 **는 각각 유의수준 5%와 1%에서 통계적으로 유의함을 나타냄.
 3) Wald1은 종속변수의 시차변수들, Wald 2는 시차변수를 제외한 나머지 설명변수들의 회귀 계수가 0이라는 결합가설의 검정통계량임.
 4) Sargan은 과도식별제약에 대한 검정통계량임.
 5) m_2 는 1차 차분된 오차항의 2계 자기상관이 0이라는 가설의 검정통계량임.
 6) Period(P)는 식(2)를 통해 산출한 연 단위 위험인수주기를 나타냄.

1단계 및 2단계 GMM을 통한 추정결과의 위험인수주기는 앞의 <표 3>의 5.4년에 비해 0.5년이 증가한 5.9년과 0.7년이 증가한 6.1년으로 나타났다. 이러한 결과는 t 시점과 $t-1$ 시점의 경제성장률, 소비자물가상승률, 이자율상승률 등을 고려할 경우 실질적인 위험인수주기는 길어지게 됨을 의미한다. 그리고 경제성장률과 손해율은 음(-)의 관계, 즉 경제성장률이 상승할 때 손해율이 감소하여 영업성과가 개선되는 것으로 나타났다. 그리고 소비자물가상승률이 증가하면 이후 손해율이 증가하여 영업성과가 하락하는 결과를 보여주고 있다. 특히 이자율증가율은 t 시점과 $t-1$ 시점 모두 손해율에 음(-)의 영향을 미침을 확인할 수 있다. 이러한 결과는 보험산업을 둘러싼 경제 환경이 변화하면 보험회사의 영업성과가 뚜렷하게 달라진다는 것을 의미한다. 따라서 이러한 모형을 통해 위험인수주기를 산출한 결과는 거시경제변수를 고려한 실질적인 주기라는 점에서 의의가 있겠다.

이러한 결과는 미국 손해보험시장을 대상으로 한 Venezian(1985)의 연구와 동일한 것이고, 국내 손해보험시장을 대상으로 한 선행연구들 보다는 다소 짧은 것이다. 앞서 언급한 바와 같이 국내 손해보험산업은 1994년부터 보험가격자유화와 관련된 제도변화가 시작되어 최근 2001년에는 자동차보험의 가격자유화, 그리고 이어 2002년부터 일반보험의 순보험료가 자유화되었다. 이에 따라 보험회사들 사이의 경쟁수준이 높아짐으로써 위험인수주기가 더욱 뚜렷하게 존재할 가능성이 커졌다. 또한 최근 들어 거시경제 요인들도 과거에 비해 급격하게 변화하는 양상을 보이는 가운데 경기순환주기가 짧아짐으로 인해서 손해보험시장의 위험인수주기도 짧아졌을 것으로 추측된다. 이러한 점을 고려할 때, 개별 보험회사들의 영업활동을 반영하여 위험인수주기를 측정했기 때문에 분석 결과의 신뢰성이 높을 것으로 기대한다.

4. 동태적패널모형을 이용한 종목별 위험인수주기 분석

이제 패널모형을 이용하여 종목별 위험인수주기를 측정한다. 먼저 앞의 <표 2>의 결과와 비교를 위해 <표 5>에는 추가적인 설명변수를 포함하지 않은 모형을 통해

Arellano and Bond(1991)의 2단계 GMM으로 추정한 결과를 보여주고 있다⁴⁾. 각 종목별 모형 모두에서 도구변수가 적절하게 선택되었는가를 판단하는 Sargan 통계량과 1차 차분된 오차항의 2계 자기상관이 존재하지 않는다는 귀무가설을 검정한 m_2 에서 귀무가설을 기각하지 못함으로써 설정된 모형이 타당함을 알 수 있다.

〈표 5〉 동태적패널모형을 이용한 종목별 위험인수주기

	화재보험	해상보험	자동차보험	특종보험	장기보험
절편	0.2631 (0.47)	2.1593 (4.38)**	-1.7040 (-14.94)**	-0.0386 (-0.11)	-0.0324 (-0.33)
LR_{t-1}	0.0889 (0.50)	-0.1048 (-0.79)	-0.0677 (-1.33)	0.1295 (1.04)	0.5971 (7.63)**
LR_{t-2}	0.1746 (1.19)	-0.0432 (-0.30)	-0.0674 (-2.71)**	0.3675 (2.69)**	-0.1160 (-1.78)
관측치수	160	160	160	160	160
Sargan	10.88	9.80	10.65	10.10	10.74
m_2	-0.41	-0.15	0.65	0.24	-1.19
Period(P)	-	4.8	4.4	-	12.5

- 주: 1) 회귀계수 밑의 괄호 안은 Z-value를 나타냄.
 2) *, **는 각각 유의수준 5%, 1%에서 통계적으로 유의함을 나타냄.
 3) Sargan은 과도식별제약에 대한 검정통계량임.
 4) m_2 는 1차 차분된 오차항의 2계자기상관이 0이라는 가설의 검정통계량임.
 5) Period(P)는 식(2)를 통해 산출한 연 단위 위험인수주기를 나타냄.

4) 종속변수가 AR(1) 과정을 따른다면 1단계 GMM 추정량만으로도 일관성 있는 표준오차 및 이분산성이 조정된 계수 값을 얻을 수 있다. 그러나 종속변수가 AR(1)과정을 따르지 않을 때에 1단계 GMM 추정량은 일관성 있는 표준오차는 제공하지만 계수 값의 이분산성 문제를 해결하지 못한다. 위험인수주기를 측정한 결과에서는 1단계와 2단계 GMM으로 추정한 결과를 이용하여 위험인수주기를 측정한 결과 대동소이하였다. 다만, 종목별 손해율을 종속변수로 하는 모형의 결과에서는 AR(1)을 따르지 않는 경우가 대부분이므로 2단계 GMM으로 추정한 결과를 제시하였다.

앞의 시계열AR(2)모형을 이용한 결과에서 종목별로는 장기보험만이 9.8년의 위험인수주기가 존재하는 것으로 나타났다. 반면에 <표 5>의 동태적패널모형을 이용한 결과에서는 해상보험, 자동차보험, 장기보험에서 위험인수주기가 존재하는 것으로 나타났다. 그러나 해상보험에 대한 모형에서는 LR_{t-1} 과 LR_{t-2} 에 대한 회귀계수 모두가 통계적으로 유의하지 않아 추정된 위험인수주기에 대한 신뢰성이 떨어진다고 볼 수 있다. 자동차보험의 경우 4.4년, 장기보험의 경우에는 12.5년의 위험인수주기가 존재함을 확인할 수 있다. 특히 장기보험의 경우에는 시계열데이터를 이용하여 추정된 위험인수주기는 9.8년이었으나 모든 손해보험회사의 영업성과가 동등하게 반영된 패널데이터를 이용하여 추정된 위험인수주기는 12.5년으로 상승했다는 차이점이 있다. 이는 대형 손해보험회사들의 장기보험의 위험인수주기가 상대적으로 짧다는 것을 의미한다.

다음으로 <표 6>에는 식 (4)를 이용하여 각 종목별 위험인수주기를 측정한 결과를 보여주고 있다. Sargan 통계량과 1차 차분된 오차항의 2계 자기상관이 존재하지 않는다는 귀무가설을 검정한 m_2 에서 귀무가설이 기각되지 못하여 설정된 모형이 타당함을 확인할 수 있다. 앞의 <표 5>와 달리 거시경제요인을 고려할 경우에는 특종보험의 경우에도 위험인수주기가 존재하는 것으로 나타났다. 그러나 장기보험을 제외하면 LR_{t-1} 과 LR_{t-2} 에 대한 회귀계수가 통계적으로 유의하지 않음을 확인할 수 있다. 장기보험에서는 LR_{t-1} 과 LR_{t-2} 에 대한 회귀계수가 0이라는 결합가설을 검정한 Wald 1이 유의수준 1%에서 가설을 기각하고 있다. 따라서 종목별로는 장기보험에서 위험인수주기가 뚜렷하게 존재하며, 그 길이는 7.2년임을 확인할 수 있다. 장기손해보험의 경우 집계된 시계열 데이터를 이용할 경우에는 주기가 9.8년, 패널모형에서는 12.5년, 그리고 거시경제변수를 고려한 모형에서는 이보다 짧은 7.2년으로 추정되었다.

〈표 6〉 동태적패널확장모형을 이용한 종목별 위험인수주기

	화재보험	해상보험	자동차보험	특종보험	장기보험
절편	-1.8003 (-1.73)	1.3929 (0.97)	-0.6998 (-1.06)	-2.1961 (-0.95)	0.0640 (0.08)
LR_{t-1}	0.6655 (0.87)	-0.0123 (-0.07)	-0.0845 (-1.21)	-0.5422 (-0.76)	0.5656** (3.46)
LR_{t-2}	0.0146 (0.04)	-0.0219 (-0.08)	-0.0207 (-0.27)	-0.4045 (-0.59)	-0.1934 (-1.21)
GDP_t	-0.7945 (-1.39)	-0.3322 (-1.04)	0.6352** (3.40)	-0.4150 (-1.84)	-0.2059 (-1.80)
GDP_{t-1}	1.4593 (0.91)	0.7360 (1.60)	1.1847** (7.53)	-0.6397 (-1.07)	-0.1487 (-1.74)
CPI_t	2.1389 (1.08)	-1.1680 (-0.47)	1.2393 (0.96)	-0.4176 (-0.55)	-1.1182 (-1.89)
CPI_{t-1}	2.9336 (1.29)	-0.4412 (-0.24)	-0.9938** (-3.86)	-1.1916 (-1.87)	0.2805 (0.91)
$Intrate_t$	-0.7707 (-1.71)	-0.0337 (-0.16)	-0.6998** (-3.87)	0.0435 (0.63)	0.1077 (1.27)
$Intrate_{t-1}$	-0.9186 (-1.90)	0.1037 (0.41)	-0.2550 (-1.82)	0.0953 (1.40)	0.0097 (0.14)
관측치수	160	160	160	160	160
<i>Wald</i> 1	0.83	0.01	2.75	0.92	11.98**
<i>Wald</i> 2	16.14*	28.07**	934.36**	20.25**	264.19**
<i>Sargan</i>	1.63	7.72	9.47	1.71	7.44
m_2	0.68	0.10	0.23	1.37	-1.15
<i>Period(P)</i>	-	4.1	4.9	5.6	7.2

- 주: 1) 회귀계수 Z-값의 괄호 안은 Z-value를 나타냄.
 2) *, **는 각각 유의수준 5%와 1%에서 통계적으로 유의함을 나타냄.
 3) *Wald* 1은 종속변수의 시차변수들, *Wald* 2는 시차변수들을 제외한 나머지 모든 설명변수들의 회귀계수가 0이라는 결합가설의 검정통계량임.
 4) *Sargan*은 과도식별제약에 대한 검정통계량임.
 5) m_2 는 1차 차분된 오차항의 2계자기상관이 0이라는 가설의 검정통계량임.
 6) *Period(P)*는 식(2)를 통해 산출한 연 단위 위험인수주기를 나타냄.

한편, 거시경제요인과 종목별 손해율 사이의 관계는 자동차보험의 경우에만 유의 수준 1%에서 통계적으로 유의한 것으로 나타났다. 우선 경제성장률과 자동차보험의 손해율은 양(+)의 관계, 즉 경제성장률이 상승할 때 손해율이 증가하는 것으로 나타났다. 그리고 소비자물가상승률이 증가하면 이후 손해율이 감소하여 영업성과가 개선되는 결과를 보여주고 있다. 이자율증가율은 자동차보험의 손해율에 음(-)의 영향을 미침을 확인할 수 있다. 다만, 유의수준 10%도 고려할 경우에는 장기보험의 경우에도 경제성장률과 소비자물가상승률이 손해율에 유의한 영향을 미치는 것으로 해석할 수 있다. 이러한 결과는 화재보험, 해상보험, 특종보험의 경우에는 거시경제요인 보다는 보다 각 보험종목별로 직접적으로 영향을 미치는 관련 변수들이 손해율에 영향을 미치게 됨을 의미한다.

5. 이질성(heterogeneity)을 고려한 강건성 검정

지금까지는 손해율 패널데이터를 이용하여 가장 기본적인 모형과 함께 경제성장률, 소비자물가상승률, 금리상승률 등의 변수를 포함한 확장모형을 통하여 손해보험 전체 및 종목별 위험인수주기를 측정하였다. 그런데 Cummins and Outreville(1987), Lamm-Tennant and Weiss(1997), 마승렬(2001) 등의 선행 연구에서는 합산비율(combined ratio)이 시간에 따른 추세를 나타내므로 시간 추세를 모형에 삽입하여 시계열의 안정성(stationarity)을 확보하여 위험인수주기를 측정할 바 있다. 본 연구의 경우에도 일단은 손해율 시계열의 안정성 여부를 의심해볼 수 있다. 그러나 본 연구에서 사용하는 손해율 시계열의 경우 합산비율과 달리 앞의 <그림 1>에서 보는 바와 같이 평균을 중심으로 등락을 거듭하는 양상을 나타내므로 시간에 따른 추세는 존재하지 않는 것으로 판단할 수 있다. 또한 <표 1>에서 살펴본 바와 같이 패널 데이터의 단위근이 존재한다는 귀무가설도 기각하고 있다. 그런데, 앞의 식(4)를 도출하는 과정에서 식(3)의 시간효과(time effect)를 나타내는 d_t 대신에 이와 성질이 동일한 경제성장률, 소비자물가상승률, 금리상승률의 세 가지 변수로 대체하였다. 즉, 시간효과를 나타내는 항이 개별 손해보험회사에

게는 모두 동일한 영향을 미치지만 시간에 따라 변하는 요인을 의미하므로 이와 성질이 동일한 거시경제변수로 치환하여 확장모형을 도출하였다. 그럼에도 불구하고 경제성장률, 소비자물가상승률, 금리상승률 등의 변수만으로는 시간에 따른 이질성(heterogeneity)을 나타내는 시간효과를 완전하게 반영하는 데에는 한계가 존재할 수 있다. 따라서 시간효과를 반영하기 위하여 식 (3)의 d_t 를 연도별 더미변수로 하는 모형을 통해 위험인수주기를 측정하여 앞의 분석결과에 대한 강건성(robustness)을 확보할 필요가 있다. 본 연구의 분석기간이 1988년부터이고 Arellano and Bond(1991)의 동태적패널모형이 차분을 취하여 모수를 추정하므로 1992년부터 2005년까지 14개의 연도별 더미변수를 식(3)의 모형에 포함하였다.

〈표 7〉 이질성을 반영한 동태적패널모형의 위험인수주기

	전체	화재보험	해상보험	자동차보험	특종보험	장기보험
절편	0.0327 (0.37)	-0.4717 (-1.44)	1.7214 (5.95)**	-0.7682 (-0.93)	-0.5873 (-2.31)*	-0.0634 (-0.60)
LR_{t-1}	0.2561 (2.90)**	0.1071 (1.28)	-0.0051 (-0.06)	-0.0331 (-0.39)	0.0058 (0.07)	0.3787 (4.53)**
LR_{t-2}	-0.0438 (-0.47)	0.1495 (1.70)	-0.0999 (-1.22)	-0.0281 (-0.33)	0.2541 (3.28)**	-0.0815 (-0.97)
관측치수	160	160	160	160	160	160
Wald 1	8.42*	5.02	1.48	0.24	10.81**	20.50**
Wald 2	172.16**	57.00**	56.36**	21.66*	30.22**	59.39**
Sargan	117.08	134.44	141.83	79.27	138.41	105.97
m_2	0.20	0.24	0.33	0.25	0.35	0.12
Period(P)	6.9	-	4.0	4.3	-	7.4

- 주: 1) 회귀계수 밑의 괄호 안은 Z-value를 나타냄.
 2) *, **는 각각 유의수준 5%와 1%에서 통계적으로 유의함을 나타냄.
 3) Wald 1은 종속변수의 시차변수들, Wald 2는 연도더미변수들의 회귀계수가 0이라는 결합가설에 대한 검정통계량임.
 4) Sargan은 과도식별제약에 대한 검정통계량임.
 5) m_2 는 1차 차분된 오차항의 2계자기상관이 0이라는 가설의 검정통계량임.
 6) Period(P)는 식(2)를 통해 산출한 연 단위 위험인수주기를 나타냄.

〈표 7〉에는 〈표 3〉 및 〈표 5〉에서 적용한 모형에 연도별 더미변수를 추가한 모형의 추정결과를 제시하였다⁵⁾. 먼저 모든 모형에서 과도식별제약에 대한 Sargan 통계량과 1차 차분된 오차항의 2계 자기상관이 존재하지 않는다는 귀무가설을 검정한 m_2 에서 귀무가설이 기각되지 못하여 설정된 모형의 타당성을 확인할 수 있다. 연도별 더미변수에 대한 회귀계수들이 0이라는 결합가설의 검정통계량인 Wald 2는 대부분의 모형에서 귀무가설을 기각하고 있다. 위험인수주기는 손해보험 전체, 해상보험, 자동차보험, 장기보험에서 존재하는 것으로 나타났다. 그런데 종속변수의 시차변수에 대한 회귀계수가 0이라는 결합가설의 검정통계량인 Wald 1을 보면 손해보험 전체와 장기보험에서 귀무가설을 기각하고 있다. 따라서 연도별 이질성을 통제하면 손해보험 전체와 장기보험에서 위험인수주기가 뚜렷하게 존재하는 것으로 판단할 수 있다.

손해보험 전체의 경우 단순한 동태적패널모형의 결과인 〈표 3〉에서 5.4년, 거시경제변수를 추가한 패널확장모형의 결과인 〈표 4〉에서 약 6.0년, 그리고 연도별 이질성을 통제한 패널모형의 결과인 〈표 7〉에서는 6.9년으로 증가하였다. 이러한 패널모형의 결과는 집계된 시계열 데이터를 이용한 모형의 결과를 나타내는 〈표 2〉에서 9.4년의 위험인수주기를 나타낸 것과 비교하면 전체적으로 크게 감소한 것으로서 대형사의 위험인수주기가 상대적으로 길고 중소형사의 위험인수주기가 짧다는 것을 의미한다. 또한 패널모형 내에서는 거시경제변수를 추가할 경우 실질적인 위험인수주기는 길어짐을 의미하며, 나아가 연도별 이질성을 반영할 경우에는 이보다도 길어지게 됨을 의미한다. 종목별 분석에서는 장기보험이 모든 모형에서 통계적으로 유의하게 위험인수주기가 존재하는 것으로 나타났다. 최초의 집계된 시계열 모형의 결과인 〈표 2〉에서는 9.8년이었으나 단순한 패널모형의 결과인 〈표 5〉에서는 12.5년으로 크게 길어졌다. 그러나 거시경제변수를 포함한 확장된 패널모형

5) 〈표 4〉 및 〈표 6〉과 같이 설명변수에 거시경제변수를 포함한 모형에 연도별 더미변수를 추가할 경우 거시경제변수와 연도별 더미변수의 성질이 동일하여 다중공선성(multicollinearity) 문제로 인해 더미변수의 회귀계수가 추정되지 못하고 탈락되는 현상이 발생한다. 이러한 점을 고려하여 〈표 3〉 및 〈표 5〉의 모형에 연도별 더미변수를 추가한 모형을 선택하였다.

의 결과인 <표 6>에서는 7.2년으로 감소하였고 이질성을 고려한 패널모형의 결과인 <표 7>에서도 이와 비슷한 7.4년의 위험인수주기를 나타내었다.

V. 결론

본 연구는 국내 손해보험회사들의 연도별 손해율 패널 데이터를 이용하여 패널모형을 통해 위험인수주기를 측정하였다. 위험인수주기에 대한 이론과 실증검증이 일치하게 되고, 집계된 손해율을 이용함으로써 발생하는 대표기업문제를 해결하기 위해 본 연구는 패널데이터를 이용하였다. 특히 국내 손해보험산업의 경우 시장점유율 상위4사가 차지하는 비중이 매우 커서 집계된 손해율 시계열 데이터를 이용할 경우 중소기업들의 영업활동 결과를 제대로 반영하지 못하게 된다는 점을 고려하면 본 연구와 같이 손해보험회사의 연도별 손해율 패널 데이터를 이용하는 것이 타당할 것이다. 실증분석 결과를 요약하면 다음과 같다.

손해보험 전체의 경우 집계된 손해율을 이용하여 시계열AR(2)모형을 통해 위험인수주기를 측정하면 9.4년인데 반해, 손해보험회사의 연도별 손해율 패널 데이터를 이용하여 동태적모형을 통해 측정한 결과에서는 5.4~6.9년의 위험인수주기를 갖는 것으로 나타났다. 그리고 경제성장률은 전체 손해율과 음(-)의 관계를 나타내어 경기가 좋을 때 영업성과가 개선되는 것으로 나타났다. 소비자물가상승률은 손해율과 정(+)의 관계가 존재하였으며, 이자율상승률은 손해율에 음(-)의 영향을 미치는 것으로 나타났다.

종목별 손해율 패널 데이터를 이용한 모형에서는 해상보험, 자동차보험, 특종보험, 장기보험에서 위험인수주기가 존재하였다. 그러나 t 시점과 $t-1$ 시점의 손해율에 대한 회귀계수의 유의성을 고려하면 장기보험에서 뚜렷한 위험인수주기가 존재하는 것으로 판단할 수 있었다. 또한 거시경제변수 및 이질성을 고려한 모형에서는 장기보험만이 t 시점과 $t-1$ 시점의 손해율에 대한 회귀계수가 통계적으로 유의한 것으로 나타났으며, 그 길이는 각각 7.2년과 7.4년인 것으로 확인되었다. 또 다른 특징으로는 거시경제요인으로 모형에 포함된 경제성장률, 소비자물가상승률, 이자율상

승률의 경우 자동차보험의 손해율에 유의수준 1%에서 유의하다는 점이다. 경제성장률과 전체 손해율 사이에는 음(-)의 관계가 존재하였으나 경제성장률과 자동차보험의 손해율 사이에는 정(+)의 관계가 존재하는 특징을 보였다. 유의수준을 10%까지 확대할 경우 장기보험에서도 이들 경제변수가 통계적으로 유의한 영향을 미치는 것으로 나타났다.

이상과 같은 결과는 패널 데이터를 이용하여 위험인수주기를 측정했다는 데 의의가 있지만 아직도 추가적인 분석을 통해 해결해야 할 과제들이 남아있다. 먼저 이 분야의 외국 연구들은 경과손해율(earned incurred loss ratio)뿐만 아니라 경제적 손해율(economic loss ratio)과 같은 보다 현실적인 성과 변수를 이용하여 위험인수주기를 측정하고 있다. 따라서 국내의 경우에도 이와 같은 변수를 이용하여 추가적인 분석을 통해 측정결과의 강건성을 확충할 필요가 있을 것이다. 또한 본 연구에서는 거시경제요인이 손해율에 미치는 영향을 파악하였지만, 위험인수주기가 존재하는 근본적인 원인에 대해서는 규명하지 않았다. 따라서 이후에는 위험인수주기가 존재하는 원인에 대한 규명을 시도함으로써 현실적인 시사점을 보강할 수 있는 연구를 기대해 본다.

참 고 문 헌

- 김동훈·이기형, 「국내손보산업의 언더라이팅주기 분석 및 시사점」 『보험개발연구』, 제12권 제2호, 보험개발원 보험연구소, 2001, pp.3~34.
- 김두철, 「한국 손해보험산업의 위험인수주기에 관한 연구」, 『리스크관리연구』, 제8집, 한국리스크관리학회, 1997, pp.49~73.
- 마승렬, 「손해보험의 위험인수주기 분석」, 『보험학회지』, 제60집, 한국보험학회, 2001, pp.155~197.
- 보험개발원, 『보험동향』각 연호.
- Arellano, Manuel and Stephen Bond, "Some Tests of Specification for Panel Data: Monte Carlo Evidence and an Application to Employment Equations", *Review of Economic Studies* 58, 1991, pp.277~297.
- Baltagi, Badi H., *Econometric Analysis of Panel Data*, second edition, 2001, Chichester et al.
- Berger, Lawrence A., "A Model for the Underwriting Cycle in the Property-Liability Insurance Industry", *Journal of Risk and Insurance* 55, 1988, pp.298~306.
- Box, G. E. P. and Jenkins, G. M., "Time Series Analysis: Forecasting and Control", Holden Day, San Francisco, 1976.
- Chen, Renbao, Kie Ann Wong, and Hong Chew Lee, "Underwriting Cycles in Asia", *Journal of Risk and Insurance* 66, 1999, pp.29~47.
- Choi, Seungmook, Don Hardigree, and Paul D. Thistle, "The Property/Liability Insurance Cycle: A Comparison of Alternative Models", *Southern Economic Journal* 68, 2002, pp.530~548.
- Cummins, J. David and J. Francois Outreville, "An International Analysis of Underwriting Cycles", *Journal of Risk and Insurance* 54, 1987, pp.246~262.
- Cummins, J. David, Scott E. Harrington and Robert W. Klein, "Cycles and Crises in Property-Casualty Insurance: Causes and Implications for Public Policy", *Journal of Insurance Regulation*, Fall 1991, pp. 50~93.
- Cummins, J. David and Patricia M. Danzon, "Price, Financial Quality and

- Capital Flows in Insurance Markets”, *Journal of Financial Intermediation* 6, 1997, pp.3~38.
- Doherty, Neil A. and James Garven, “Insurance Cycles: Interest Rates and the Capacity Constraint Model”, *Journal of Business* 68, 1992, pp.383~404.
- Doherty, Neil A. and Han Bin Kang, “Interest Rates and Profit Cycles”, *Journal of Banking and Finance* 12, 1988, pp.199~214.
- Frees Edward W., *Longitudinal and Panel Data*, 2004, Cambridge University Press.
- Fung, Hung-Gay, Gene C. Lai, Gary A. Patterson, and Robert C. Witt, “Underwriting Cycles in Property and Liability Insurance: An Empirical Analysis of Industry and By~Line Data”, *Journal of Risk and Insurance* 66, 1998, pp.539~561.
- Grace, Martin F. and Julie L. Hotchkiss, “External Impacts on the Property-Liability Insurance Cycle”, *Journal of Risk and Insurance* 62, 1995, pp.738~754.
- Gron, Anne, “Capacity Constraints and cycles in Property-Casualty Insurance Markets”, *Rand Journal of Economics* 25, 1994, pp.110~127.
- Haley, Joseph D., “A Cointegration Analysis of the Relationship Between Underwriting Margins and Interest Rates: 1930-1989”, *Journal of Risk and Insurance* 60, 1993, pp.480~493.
- Harrington, Scott E. and Greg Niehaus, “Volatility and Underwriting Cycles”, *Handbook of Insurance*, Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- Lamm-Tennant, Joan and Mary A. Weiss, “International Insurance Cycles: Rational Expectations/Institutional Intervention”, *Journal of Risk and Insurance* 64, 1997, pp.415~439.
- Leng, Chao-Chun and Ursina B. Meier, “Analysis of Multi-National Underwriting Cycles in Property-Liability Insurance”, *Journal of Risk finance* 7, 2006, pp.146~159.
- Levin, A., Lin, C. F., and C. Chu, “Unit Root Tests in Panel Data: Asymptotic and Finite Sample Properties”, *Journal of Econometrics* 108, 2002, pp. 1~24.

- Meier, Ursina B., "Multi-National Underwriting Cycles in Property-Liability Insurance: Part I - Some Theory and Empirical Results", *Journal of Risk Finance* 7, 2006, pp.64~82.
- _____, "Multi-National Underwriting Cycles in Property-Liability Insurance: Part II - Model Extensions and Further Empirical Results", *Journal of Risk Finance* 7, 2006, pp.83~97.
- Nickell, S., "Biases in Dynamic Models with Fixed Effects", *Econometrica* 49, 1981, pp.1417~1426.
- Niehaus, Greg and Andy Terry, "Evidence on the Time Series Property of Insurance Premiums and Causes of the Underwriting Cycle: New Support for the Capital Market Imperfection Hypothesis", *Journal of Risk and Insurance* 60, 1993, pp.466~479.
- Radach, Floyd R., "A Strategy for Cycle Management", *Best's Review*, June 1988, pp.48~50, 123~124.
- Venezian, Emilio, "Ratemaking Methods and Profit Cycles in Property and Liability Insurance", *Journal of Risk and Insurance* 52, 1985, pp.477~500.
- Wilson, William C. Jr., "The Underwriting Cycle and Investment Income", *CPCU Journal* 34, 1981, pp.225~232.
- Winter, Ralph A., "The Liability Insurance Market", *Journal of Economic Perspectives* 5, 1991, pp.115~36.

Abstract

Unlike previous studies which estimated an underwriting cycle using AR(2) time-series models with aggregated loss ratio data, this study measures the underwriting cycle using a dynamic panel model with the yearly loss ratio data of property-liability insurance companies. We also used the one-step and two-step GMM, developed by Arellano and Bond (1991), to estimate our model parameter values. We analyzed models using the loss ratio data of entire property-liability insurance companies and the each line of property-liability insurance, respectively. The results of our paper are as follow. In case of entire property-liability insurance, the coefficients of loss ratio to each of the time lag $t-1$ and $t-2$ are significant at 1% level. In addition, there exists an underwriting cycle and its length is 5.4~6.9 years. Also, economic growth rates and growth rate of interest rate have a significant negative effect on loss ratio while growth rate of CPI have a significant positive influence. Next, by line of property-liability insurance, the underwriting cycle length of long-term insurance is estimated to be 7.2 years. Moreover, macroeconomic factors have only a statistically significant effect on the loss ratio of auto insurance.

※ Key Words: dynamic panel model, loss ratio, underwriting cycle

【부록 1】 AR(2) 계수를 이용한 주기 도출

다음과 같은 AR(2)모형을 고려하자.

$$X_t = \Phi_1 X_{t-1} + \Phi_2 X_{t-2} + \epsilon_t$$

이러한 차분방정식의 경우 해가 $X_t = ab^t$ 의 형태이다.

$$\begin{aligned} \text{즉, } ab^t &= \Phi_1 ab^{t-1} + \Phi_2 ab^{t-2} \\ b^2 - \Phi_1 b + \Phi_2 &= 0 \\ \therefore b &= \frac{\Phi_1 \pm \sqrt{\Phi_1^2 + 4\Phi_2}}{2} \text{ 이 된다.} \end{aligned}$$

한편, $\Phi_1^2 + 4\Phi_2 < 0$ 이면 seasonality를 보인다.

$$\text{따라서 } b = \frac{\Phi_1}{2} \pm \frac{\sqrt{\Phi_1^2 + 4\Phi_2}}{2}i \text{ 이 된다. 그리고 드-므와브르정리}$$

(de Moivre's theorem)에 의해서 다음과 같이 된다.

$$\cos \theta = \frac{\frac{|\Phi_1|}{2}}{\sqrt{\left(\frac{\Phi_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{-\Phi_1^2 - 4\Phi_2}{4}\right)^2}} = \frac{|\Phi_1|}{2\sqrt{-\Phi_2}}$$

$$\therefore \theta = \text{Arccos}\left(\frac{|\Phi_1|}{2\sqrt{-\Phi_2}}\right)$$

따라서 $period = \frac{2\pi}{\text{Arccos}\left(\frac{|\Phi_1|}{2\sqrt{\Phi_2}}\right)}$ 가 된다.

【부록 2】외생변수가 포함된 시계열 모형(ARX)에서의 주기

확률변수 X_t 와 Y_t 가 다음과 같은 내재과정을 갖는다고 가정하자.

$$X_t \sim AR(2) \qquad Y_t \sim ARMA(1, 1)$$

여기서 X_t 식에 설명변수로 Y_t 를 고려할 경우 추정식은 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \beta Y_t + \epsilon_t \qquad (A-1)$$

여기서 ϕ_1, ϕ_2, β 는 계수를 나타내고 ϵ 는 오차항을 의미한다. 그리고 위의 Y_t 식을 innovation 항으로 정리하면 다음과 같다.

$$Y_t = (1 - \psi B)^{-1} (1 - \theta B) \eta_t \qquad (A-2)$$

여기서 B 는 후향연산자를 의미한다. 즉, $B^k X_t = X_{t-k}$ 와 같다. 그리고 이제 식 (A-2)를 앞의 추정식 (A-1)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2) X_t &= \beta (1 - \psi B)^{-1} (1 - \theta B) \eta_t + \epsilon_t \\ (1 - \phi B) (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2) X_t &= \beta (1 - \theta B) \eta_t + (1 - \psi B) \epsilon_t \end{aligned} \qquad (A-3)$$

위 식 (A-3)에서 알 수 있듯이 외생변수를 고려한 X_t 의 내재과정은 $AR(2)$ 가 아닌 $ARMA(3, 1)$ 형태로 나타났다. 그러나 $\phi_1^2 + 4\phi_2 < 0$ 이라는 조건이 만족되는 경우에 X_t 는 AR 항에서 주기성을 factor로 가지고 있으므로 부수적인 다른 AR 항과 상관없이 원래의 주기가 여전히 나타남을 알 수 있다. 이 증명에서는 Y_t 하나만을 설명변수로 적용하였지만, 복수의 설명변수에 대해서도 주기성 항이 factor로 남게 되므로 이러한 형태의 추정식에 대하여 $AR(2)$ 의 계수로 주기를 구하는 것은 의미가 있는 것임을 알 수 있다.