보험금융연구 제25권 제2호 (2014. 5) pp. 3-32

RBC를 고려한 보험회사 포트폴리오 최적화

Optimizing an Insurance Company's Portfolio with a Consideration of the RBC constraint

최 창 희*

Changhui Choi

본 연구는 RBC제도가 요구하는 조건하에서 보험회사의 평균-분산 효용을 최대화하는 포트폴리오를 찾는 문제를 수학적으로 정의하고 이 문제의 최적해를 구하는 방법을 제시한다. 제시된 최적화 방법은 위험회피계수, RBC비율, 보험회사의 자본 규모 등의 주요 변수들의 변화가 보험회사의 최적 포트폴리오와 보험회사의 수익률에 미치는 영향을 연구하는데 활용된다. 우리는 실험을 통해 ① RBC제도가 요구하는 RBC비율이 증가함에 따라 보험회사의 수익률이 빠르게 감소하고 ② 보험회사가 필요한 수준 이상의 자기자본을 보험회사 내에서 운용하는 것이 자본 운용의 효율을 저해시킬 수 있으며 ③ 보험회사가 포트폴리오를 재구성하여 수익률을 일정 수준으로 유지한 상태에서 포트폴리오의 변동성을 줄일 수 있다는 것을 보인다.

국문 색인어: RBC, 평균분산 효용함수, 포트폴리오 최적화

한국연구재단 분류 연구분야 코드: B051603

* 보험연구원 연구위원(cchoi@kiri.or.kr)

논문 투고일: 2013. 12. 30, 논문 최종 수정일: 2014. 02. 05, 논문 게재 확정일: 2014. 02. 18

I. 서론

미국 금융당국은 1990년대 초반 보험회사의 지급여력을 자산의 규모만으로 관리하는 것에 한계가 있다는 것을 인식하여 보험회사 영업 각 부문의 변동성을 고려한 지급여력관리 제도 RBC(Risk Based Capital)[1]를 도입하였고 유럽의 경우 RBC와 유사한 형태의 지급여력 규제인 솔벤시Ⅱ[2]를 도입하였다. 한국은 보험회사의 지급여력을 규제하기 위한 방안으로 2009년 4월 미국의 RBC 제도를 국내의 실정에 맞게 수정・보완하여 도입하였다.

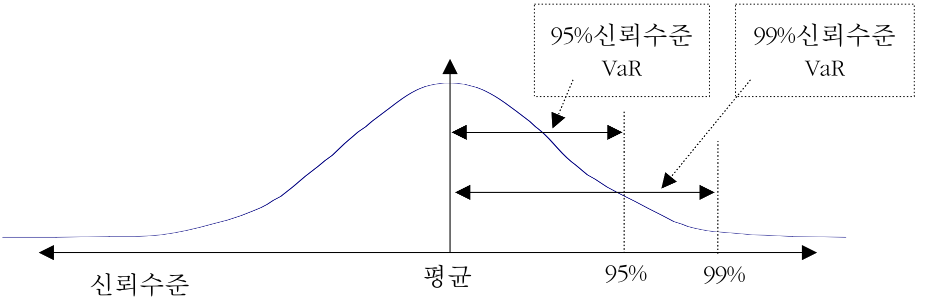
RBC는 보험위험, 금리와 신용 위험, 금융 시장의 변동성이 보험회사 자산에 미치는 영향, 보험회사의 운영상의 위험 등 보험회사가 영업상에 겪을 수 있는 다양한 위험을 종합적으로 고려하여 최악의 상황에서도 보험회사가 보험계약자에게 보험금 지급의무를 다할 수 있도록 (보험금)지급여력을 갖추도록 강제하는 제도이다.

보험회사의 본질적인 업무를 다수의 보험계약자(소비자)에게 보험계약을 판매하고 그 대가로 받은 보험료를 투자하여 투자수익을 창출하고 보험계약에게 손해가 발생할 경우 보험금을 지급하는 것으로 보았을 때, 보험회사가 보유하고 있는 자산의 대부분은 보험계약자들이 보험회사에 맡긴 기금이라 할 수 있다. 최근 발생한 수차례의 금융위기 동안 일부 보험회사들은 사업상의 다양한 위험을 종합적으로 고려하지 않고 높은 투자수익을 위해 무리한 투자를 감행하여 제때에 보험금을 지급하지 못하고 도산하였다[3]. 이러한 상황으로부터 보험소비자의 권리를 보호하기 위하여 도입된 제도가 RBC이다.

RBC제도의 요지는 보험회사가 가지는 다양한 변동성을 고려하여 보험회사가 보험금을 지급하지 못하게 될 확률이 5% 이하[4]가 되도록 보험회사가 자본을 축적하도록 하는 것이다(〈그림 1〉 참조).

1) 미국의 보험규제 기관 홈페이지(http://www.naic.org) 참조.
2) 유럽 금융당국 홈페이지(http://www.eiopa.europa.eu) 참조.
3) 보험회사가 위험자산에 과도하게 투자할 경우 금융위기 시 보험금 청구 건수 증가와 자산가치의 감소로 보험회사가 도산할 확률이 커진다.
4) 금융감독원에 따르면 현재 95%인 신뢰구간은 점진적으로 99%로 상향 조정될 것이다.

〈그림 1〉 신뢰수준에 따른 리스크(VaR) 및 위험계수



자료: 금융감독원(2012), “보험회사 위험기준 자기자본(RBC) 제도 해설서”; http://www.fss.or.kr의 업무자료(보험업무).

RBC제도의 도입과 함께 국내에서 이와 관련된 다양한 연구가 진행되었다. 제도적인 관점에서 RBC제도를 분석한 연구에는 정중영(2004), 강영구(2005), 김창석(2005), 이기형 외(2005), 조용운 외(2009), 김해식 외(2010) 등이 있다. 정수화 · 이항석(2011)은 RBC 제도가 보험회사의 손익 변동성에 미치는 영향을 연구하였고 우정수 · 이호준(2012)은 장기손해보험의 성장과 손해율 상승이 RBC비율에 미치는 영향을 분석하였다. 서정화 · 이호영(2011)은 RBC제도의 도입이 보험회사의 이익 조정에 미치는 영향을 연구하였다.

RBC제도의 근간인 VaR(value-at-risk)을 고려한 포트폴리오 최적화와 관련하여 국내외에서 다양한 연구가 진행되었다. Campbell, Huisman and Koedijk(2001)은 VaR 조건하에서 기대 수익을 최적화하는 문제와 이에 대한 해법을 제시하였다. Gaivoronski and Pflug(1999)는 주어진 VaR 조건하에서 샤프 지수(Sharpe-index)를 최적화하는 방법을 제안하였다. VaR 관련 금융분야에서의 국내 연구에는 차일권(2007), 이상진 · 빈기범(2008), 구본일 외(2009) 등이 있다. Rockafellar and Uryasev(2002)는 VaR가 가지는 문제점[5]을 해결하기 위하여 CVaR(conditional value-at-risk)라는 위험측정함수를 제안하였고 Krokhmal, Palmquist and Uryasev(2002)는 CVaR를 고려하여 포트폴리오를 최적화하는 문제를 연구하였다. 최근 Lima,

5) Artzner et al.(1999)는 normalized, monotonicity, sub-additivity, positive homogeneity, translation-invariance를 만족하는 함수를 일관성있는 위험 측도(coherent risk measure)로 정의 하였다. VaR는 위의 조건 중 sub-additivity를 만족하지 않는다.

Shanthikumarb and Vahna(2011)는 CVaR가 일관성 있는 위험 측도이기는 하나 불안정한 최적해를 생성한다는 문제를 지적하였다.

일반적으로 VaR를 고려한 포트폴리오 최적화의 경우 문제 내에서 포트폴리오를 구성하는데 필요한 최적의 계수들을 생성한다. 그러나 RBC의 경우 금융당국으로부터 주어지는 RBC계수를 이용하여야 하므로 RBC를 고려한 보험회사의 포트폴리오 최적화 문제는 일부의 계수들이 이미 주어진 상태의 VaR이 특정 수준이 되어야 한다는 조건하에 포트폴리오를 최적화하는 문제가 된다. RBC의 경우 보험회사에 특화된 제도이므로 포트폴리오 최적화에 RBC를 적용하기 위해서는 보험료, 보험금, 재보험, 적립금 등과 같이 보험회사 영업의 특징을 나타내는 인자들을 고려하여야 하나 문헌조사 과정에서 RBC(또는 솔벤시)제도를 직접 적용하여 포트폴리오를 최적화하는 방법을 제시한 연구는 발견되지 않았다.

본 연구는 한 가지 보험상품을 판매하고 보험상품을 판매하여 보험계약자로부터 받는 보험료에서 사업비를 지출하고 남은 순보험료의 일부를 재보험으로 출재하고 보험금에서 사업비와 재보험료를 뺀 나머지 부분을 보험회사가 기존에 보유하고 있던 자본과 함께 한 가지 위험자산(주식)과 한 가지 무위험자산(채권)에 투자하는 단순한 형태의 보험회사를 가정한다. 본 논문은 이러한 보험회사의 1-구간[6] 평균-분산 효용을 주어진 RBC 조건하에서 극대화하는 문제를 수학적으로 정의하고 이 문제의 최적값을 구하는 방법을 제시한다.

이 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 제II장은 보험회사의 영업을 단순화하기 위한 가정들을 소개하고 문제의 구성에 필요한 변수와 상수를 정의한 후 RBC 요구자본의 수학적 특성을 분석하여 이를 고려한 최적화 문제를 구성한다. 제III장은 최적화 문제를 분석이 용이한 형태로 표준화하고 이 문제의 수학적 특성을 밝힌다. 제IV장은 RBC를 고려한 포트폴리오 최적화 문제를 구체화하기 위하여 필요한 상수를 정하고 위험회피계수, RBC의 요구자본 규모, 보험회사의 자산 규모, 재보험 비용 등의 변화가 보험회사의 포트폴리오에 미치는 영향을 분석한다. 마지

6) 본 연구는 편의상 1-구간을 1년으로 가정하나 실제 보험회사들은 현재 RBC를 분기별로 산출하여 이를 금융당국으로부터 평가받고 있다.

막으로 제V장은 본 연구의 시사점과 향후 연구 방향 등을 논의한다.

II. 모델

1. 가정과 변수 선택

본 연구는 보험회사의 영업을 단순화하기 위하여 다음과 같은 가정하에 진행된다.

가정1: 보험회사는 한 가지 보험상품을 판매하는 손해보험회사이다.

가정2: 보험회사는 모든 자산을 한 가지 위험자산(주식)과 (단기 매매 목적의) 한 가지 무위험자산(국· 공채)에 투자한다.

가정3: 위험자산과 무위험자산의 가치는 음의 값이 될 수 없다.

가정4: 위험자산과 무위험자산[7] 관련 통계량(평균, 분산, 공분산)의 추정값이 존재한다.

가정5: 자산 배분 비율을 조정하는데 드는 비용(거래비용, 관련 세금)은 고려하지 않는다.

가정6: 보험료와 보험금 통계량(평균, 분산)의 추정값이 존재한다.

가정7: 보험회사는 구간의 시작 부분(시점 0)에서 보험료를 받고 구간의 마지막 부분(시점 1)에서 보험금을 지급한다.

가정8: 보험회사는 원수보험료의 50% 이하를 비례재보험[8]으로 출재할 수 있다.

가정9: 보험회사의 자본을 가용자본이라 한다.

가정10: 보험회사총자산(또는 자산) = 보험회사자본 + 수입보험료 − 비용

가정11: 책임준비금은 수입보험료의 70%이다.

가정12: 수입보험료의 15%가 사업비이다[9].

7) 무위험자산(신용등급이 높은 채권)의 경우에도 가격 변동이나 낮은 부도 가능성을 가지나 일반적으로 신용등급이 높은 채권을 무위험자산이라고 한다.

8) 재보험회사가 보험회사의 순보험료 중 일정 비율(Δ_R)을 재보험료로 받고 보험회사가 지불해야하는 총 순보험금 중 동일한 비율을 재보험회사가 부담하는 비례재보험.

9) 손해보험의 FY2012 원수보험료 대비 순사업비 비율은 16%이다. 장기손해보험을 제외한

가정13: 수입보험료의 1%가 보험회사의 운영위험이다[10].

가정14: 법인세 등의 세금은 고려하지 않는다.

가정15: 해약환급금은 고려하지 않는다.

‘가정1’은 보험회사의 보험상품을 단순화하기 위한 것으로서 본 연구의 결과는 생명보험회사의 경우로 쉽게 확장될 수 있다. 본 연구는 보험회사가 재보험을 수재하지 않는 것으로 가정한다. ‘가정2’는 보험회사의 자산을 단순화하기 위한 것으로 투자 포트폴리오 관련 연구에서 흔히 사용되는 방법이다[11]. 금리 · 신용 위험을 문제에 포함시키지 않기 위해서 단기 매매 목적의 국 · 공채만을 무위험 자산으로 다루기로 했다[12]. 단기 매매 목적이 아닌 국 · 공채를 포함시키는 경우에도 문제의 시간 복잡도(time complexity)는 크게 증가하지 않는다. ‘가정3’은 보험회사가 자산을 쇼트세일(short-sale)하지 않는다는 가정이다. ‘가정7’은 보험회사의 영업을 단순화하기 위한 가정이다.

우리는 보험회사가 비례재보험과 비비례재보험 중 ‘가정8’과 같이 전체 보험업계에서 차지하는 비중이 더 높은 비례재보험만을 이용하여 출재하는 것으로 가정한다. 금융감독원(2012)은 보유위험보험료를 ‘원수위험보험료 + 수재위험보험료 − 출재위험보험료’로 정의하고 보유율(보유위험보험료 ÷ (원수위험보험료 + 수재위험보험료))이 50%를 넘지 않는 경우 50%를 미달하도록 만드는 재보험 출재분을 RBC 계수를 높이는데 인정받지 못하도록 하고 있다. 금융감독원(2012)이 원수보험료를 재보험 출재비율을 정하는데 사용하는 것에 반하여 많은 경우 비례재보험은 보험회사가 순보험료(수입보험료 − 사업비)의 일정 비율(Δ_R)을 재보험회사에 재보험료로 지불하고 재보험회사가 순보험금 중 같은 비율을 부담하는 형태이다[13].

일반손해보험의 순사업비 비율은 이보다 높을 수 있으나 본 연구는 사업비 비율을 보험료의 15% 정도로 가정한다. 보험개발원 통계포털 서비스 참조.

10) 금융감독원(2012), pp. 131 참조.

11) Feldblum(1996), Choi et al.(2013) 참조.

12) 금융감독원(2012), pp. 99 참조.

13) 이러한 사업관행이 가능한 것은 대부분의 경우 순보험료가 실제 발생하는 순보험금의 예상치보다 높게 책정되기 때문이다. 순보험료의 일정 비율을 재보험료로 받는 것이 충분하지 않다고 판단할 시에 재보험회사는 더 높은 요율을 요구할 수 있다.

금융감독원(2012)은 ‘기본자본 + 보완자본 − 차감항목 ± 자회사자본’을 가용자본으로 정의하고 있고 보험회사가의 실제 가용자본은 본 연구의 가정보다 훨씬 더 복잡하다. 본 연구는 문제를 단순화하기 위하여 ‘가정9’와 같이 보험회사의 총자산에서 부채를 뺀 부분을 가용자본이라 한다[14]. 또한 본 연구는 보험회사의 총자산을 보험회사의 자본에 부채(수입보헙료 − 사업비 − 재보험비용)를 더한 것으로 정의한다. ‘가정11’은 보험회사의 책임준비금을 단순화하기 위하여 사용된다[15].

‘가정7’과 같이 보험계약자들은 시점 0에 수입보험료 P를 내고 시점 1(예: 1년 후)에 보험금 X를 지급받는다. 보험회사는 시점 0에 보험회사의 자본을 위험자산(S)과 무위험자산(B)의 형태로 보유하고 있고 보험위험은 보유하고 있지 않다. S와 B는 각각 보험회사가 시점 0에 보유하고 있는 위험자산과 무위험자산의 가치를 통화로 환산한 것이다. $\Delta_R \in [0,1]$을 순보험료에서 재보험으로 출재되는 비율이라 할 때, 보험회사는 시점 0에서 받는 수입보험료(P)에서 사업비(C_M)를 지출하고 남은 순보험료($P-C_M$) 중 $(P-C_M)\Delta_R$을 비례재보험으로 출재하고 재보험출재 후 남은 부분 $(P-C_M)(1-\Delta_R)$을 기존에 보유하고 있던 자산(S, B)과 함께 1-구간(1년) 동안 투자한다. Δ_S와 Δ_B를 각각 위험자산과 무위험자산의 변화량을 나타내는 결정변수라 할 때 보험회사가 위험자산과 무위험자산에 투자하는 비율은 Δ_S와 Δ_B에 의하여 결정된다. $r_S(\geq 1)$와 $r_B(\geq 1)$는 위험자산과 무위험자산의 수익률을 나타내는 확률변수이다(〈표 1〉참조). 위의 변수가 취할 수 있는 구체적인 값은 제Ⅱ장 제3절에 제시되어 있다.

14) 실제로 대부분의 보험회사는 다수의 자산에 투자하고 있다. 미국의 경우 보험회사가 특정 종목에 집중해서 투자하는 것을 방지하기 위하여 RBC에서 규모조정계수(size adjustment factor)를 사용하고 있다. 본 연구는 문제를 단순화하기 위하여 보험회사가 준수하여야 하는 책임준비금 관리 기준과 투자 종목에 대한 제한 내용을 고려하지 않는다.

15) 본 논문이 가정하는 보험회사의 경우 원수보험료와 수입보험료는 같아진다.

〈표 1〉 보험회사 포트폴리오 최적화에 관련된 변수 및 상수[16)]

구분	명칭	설명	비고
확률변수	X	보험금(시점 1에 지급)	$\mu_X = E(X), \sigma_X^2 = Var(X)$
	r_S	위험자산 수익률	$\mu_S = E(r_S), \sigma_S^2 = Var(r_S)$
	r_B	무위험자산 수익률	$\mu_B = E(r_B), \sigma_B^2 = Var(r_B)$
상수	S	위험자산	시점 0의 보유 위험자산
	B	무위험자산	시점 0의 보유 무위험자산
	P	시점 0의 수입보험료	시점 0에서 확정
	C_M	사업비	P의 15%
	C_O	운영위험	P의 1%
선택변수	Δ_S	위험자산 변동량	$(-\infty, \infty)$
	Δ_B	무위험자산 변동량	$(-\infty, \infty)$
	Δ_R	비례재보험 출재비율	$[0,1]$

일단 $\{\Delta_S, \Delta_B, \Delta_R\}$가 정해지고 난 후 구간의 시작 부분에서 위험자산, 무위험자산, 재보험의 수준은 각각 $\{S' = S + \Delta_S,\ B' = B + \Delta_B,\ (P - C_M)\Delta_R\}$이 된다. 가정1~가정15 하에 보험회사의 1-구간 이후 순자산(w)은 〈표 1〉에 주어진 변수와 상수를 이용하여 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$w = (S + \Delta_S)r_S + (B + \Delta_B)r_B - (1 - \Delta_R)X \tag{1}$$

(1)에서 Δ_S와 Δ_B는 시점 0에 보험회사가 보유하고 있는 자산에 영향을 받으므로 다음과 같은 조건을 만족하여야 한다.

$$(P - C_M)(1 - \Delta_R) = \Delta_S + \Delta_B \tag{2}$$

(2)는 위험자산과 무위험자산 변화량의 합이 시점 0에 추가로 유입된 자산에서 사업비와 재보험료를 제외한 부분과 같아야 한다는 것을 의미한다.

16) 주어진 확률변수 T에 대하여 σ_T^2는 T의 분산, 그리고 T가 벡터일 경우 σ_T^2는 T의 공분산이다.

본 연구는 다음과 같이 보험회사 자산의 평균-분산 효용[17)]을 극대화하는 것을 목적으로 하여 진행된다.

$$u(w) = E(w) - \lambda \sigma^2 (w) \tag{3}$$

(3)에서 λ는 포트폴리오를 최적화하는 보험회사가 선택하는 위험회피계수이고 w는 보험회사의 부(富, wealth)이다. (3)에서 λ가 클 경우 보험회사는 효용을 극대화하기 위해서 순자산의 변동성 $\sigma^2(w)$을 줄이는데 비중을 더 두게 된다.

다음 절은 RBC제도에 대한 수리적 특성을 분석한다.

2. RBC 요구자본의 수리적 분석

금융감독원(2012)은 보험회사의 RBC비율을 다음과 같이 정의하고 있다.

$$RBC\text{비율} = \frac{\text{가용자본}}{\text{요구자본}} \tag{4}$$

(4)에서 가용자본은 보험회사의 자본이고 요구자본은 보험회사 사업의 변동성을 고려하여 산출되는 것으로서 다음과 같이 정의된다.

$$\text{요구자본} = \sqrt{\text{보험}^2 + (\text{금리} + \text{신용})^2 + \text{시장}^2} + \text{운영} \tag{5}$$

(5)의 각 항은 보험회사 영업의 각 부문에서 나타날 수 있는 '위험'을 나타낸다. (5)에서 '보험'은 보험상품 위험과 책임준비금 위험이고 '금리'는 금리 변동에 따른 보험회사 자산의 변동성(위험)을 나타낸다. 신용위험은 채무자의 부도 또는 채무불이행이 보험회사의 자산에 미칠 수 있는 손실에 대한 위험이고 시장 위험은 금융시장의 변동성이 보험회사 자산에 미치는 영향을 나타낸다. 마지막으로 운영리스크는 보험회사의 운영에서 나타날 수 있는 위험[18)]이다.

17) Markowitz(1952)의 평균-분산 효용함수는 보험 · 금융 부문에서 널리 사용된다. 국내 보험부문에서의 평균-분산 효용을 사용한 예는 홍순구(2011)를 참조하기 바란다.

18) 내부절차상의 문제점, 보험회사 임직원의 실책, 시스템의 결함, 보험회사가 외부로부

현행 RBC제도는 보험회사가 RBC비율을 100% 이상으로 유지할 것을 권고하고 있다. RBC비율이 100% 이하인 보험회사에 대해서 금융감독원은 RBC 비율에 따라 경영개선권고(자본확충) 또는 경영개선명령(영업정지) 등의 조치를 취할 수 있다[19].

〈표 2〉에 따르면 (5)의 각 항은 특정 보험회사의 특성을 나타내는 파라미터에 정해진 상수를 곱하여 더한 값으로 표현된다. 보험위험의 경우 (5)의 다른 항들과 다르나 재보험 출재 비율이 원수보험보험료의 50% 이하인 것으로 가정할 경우 보험위험도 다른 항들과 동일한 형태로 표현될 수 있다.

〈표 2〉 금융감독원의 RBC 내용 요약[20]

위험의 종류	금융감독원 RBC 정의
보험[21]	보험위험 = $\sqrt{보험가격위험^2+보험준비금위험^2}$ - 보험가격위험 = $\sum$ 보험상품별 익스포져 × 위험계수 - 보험준비금위험 = $\sum$ 보험준비금 익스포져 × 위험계수
금리	금리위험 = ∣금리부자산금리민감액 − 보험부채금리민감액∣ × 금리변동계수 - 금리부자산 금리민감액 = Σ금리부자산익스포져 × 금리민감도 - 보험부채 금리민감액 = Σ금리부자산익스포져 × 금리민감도
신용	신용위험 = Σ 신용익스포져 × 위험계수
시장	시장위험 = 일반시장위험액 + 변액보험 보증위험액 - 일반시장위험액 = Σ 익스포져 × 위험계수 - 변액보험 보증위험액 = Σ 익스포져 × 위험계수
운영	운영위험 = Σ 익스포져 × 위험계수

금융감독원(2012)은 보험위험을 다음과 같이 정의하고 있다.

$$보험가격위험=\left(\sum_{보장별}보유위험보험료_{보장별}\times 보장별계수\right)\times \max(1, 0.5\frac{원수위험보험료}{보유위험보험료}) \qquad (6)$$

터 받는 영향 등에 의하여 발생할 수 있는 손실 등이 운영위험에 포함된다.

19) '보험감독규정 제7장 감독, 제1절 재무건전성 기준' 참조.

20) 금융감독원(2012) 참조.

21) 국내의 RBC 제도는 보험회사가 '원수보험료 + 수재보험료'의 50%까지 재보험으로 출재하는 것을 보험위험에서 차감할 수 있도록 인정하고 있다(금융감독원, 2012 참조).

(6)에서 보유위험보험료는 보험회사의 보험위험에서 재보험 출재분을 제외한 위험보험료이다. 재보험 출재 비율이 원수보험료의 50% 이하일 경우 (6)의 마지막 항인 $\max(1, 0.5\text{원수위험보험료}/\text{보유위험보험료})$는 항상 1이 된다.

W_{RBC}를 금융당국이 요구하는 RBC비율이라 정의하면, 'RBC비율≥ W_{RBC}'은 (7)과 같이 정리될 수 있다. 현재 금융당국이 요구하는 RBC비율은 1(또는 100%)이다.

$$(\text{보험}^2 + (\text{금리} + \text{신용})^2 + \text{시장}^2) - W_{RBC}^{-2}(\text{가용자본} - W_{RBC}\text{운영위험})^2 \le 0 \qquad (7)$$

(7)은 ⟨표 1⟩의 선택변수를 변수로 가지는 볼록(convex)[22] 2차 부등식이다. 목적함수를 최소화하는 최적화 문제의 목적함수가 볼록함수(convex function)이고 조건함수들을 만족하는 허용 공간(feasible space)이 볼록 공간(convex space)일 경우 최적화 문제의 국소 최적해(local optimal solution)는 전체해(global optimal solution)와 일치한다. Nesterov and Nemirovskii(1994)는 내부해방법(interior point algorithm)을 이용하여 볼록 최적화 문제의 최적해를 다항시간(polynomial time)에 구할 수 있다는 것을 증명하였다[23].

다음 절에서는 RBC를 고려한 평균-분산함수 최적화 문제가 정의된다.

3. RBC 조건을 고려한 보험회사 포트폴리오 최적화 문제

벡터 x를 변수라 할 때 x의 2차 다항식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$Q(x) = x^T M x + b^T x - d \qquad (8)$$

22) $f(x) \le a$라는 조건이 주어졌을 때, $\nabla^2 f(x)$($f(x)$의 해이지안(Hessian))의 아이겐밸류가 항상 모두 양수라면 $f(x) \le a$는 완전 볼록 공간(strictly convex space)이다. $\nabla^2 f(x)$는 (i, j)자리에 $f(x)$의 2차 편미분 값 $\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i \partial x_j}$를 인자로 가지는 행렬이다.

23) Nesterov and Nemirovskii(1994)는 완전 볼록 최적화 문제의 최적해를 자기부합 장벽 함수(self-concordant barrier function)를 이용한 내부해 방법으로 다항시간에 풀 수 있다는 것을 증명하였다. 대표적인 자기부합 장벽 함수는 log 함수이다. 다항시간에 풀리는 문제의 경우 변수의 수가 늘어나도 이 문제의 해를 찾는데 걸리는 시간은 기하급수적으로 증가하지 않는다.

(8)에서 M는 대칭행렬, b는 상수 벡터, d는 상수, $[]^T$는 전치행렬 연산자이다. 조건 (7)(또는 'RBC비율$\geq W_{RBC}$')은 $(\Delta_S, \Delta_B, \Delta_R)$의 이차 함수이므로 (7)은 $(\Delta_S,$ Δ_B, $\Delta_R)$의 함수 $Q(\Delta_S, \Delta_B, \Delta_R) \leq 0$로 표현될 수 있다.

지금까지 주어진 조건을 만족하고 $u(w)$를 극대화하는 최적화 문제는 다음과 같다. 아래의 전체 문제를 (9)라 부르기로 한다.

$$
\begin{array}{lll}
\max & u(w) & (9.1) \\
\text{s.t.} & w = (S+\Delta_S)r_S + (B+\Delta_B)r_B - (1-\Delta_R)X & (9.2) \\
& (P - C_M)(1-\Delta_R) = \Delta_S + \Delta_B & (9.3) \\
& 0 \leq S + \Delta_S & (9.4) \\
& 0 \leq B + \Delta_B & (9.5) \\
& 0 \leq \Delta_R \leq \dfrac{0.5P}{P - C_M} & (9.6) \\
& Q(\Delta_S, \Delta_B, \Delta_R) \leq 0 & (9.7)
\end{array}
$$

보험회사의 효용 $u(w)$는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$
\begin{aligned}
u(w) &= E(w) - \lambda\sigma^2(w) \\
&= (S+\Delta_S)\mu_S + (B+\Delta_B)\mu_B - (1-\Delta_R)\mu_X \\
&\quad - \lambda\sigma^2((S+\Delta_S)r_S + (B+\Delta_B)r_B - (1-\Delta_R)X)
\end{aligned} \tag{10}
$$

r_S, r_B, X의 공분산 Σ를 다음과 같이 정의하면

$$
\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma^2_{r_S} & \sigma_{r_S, r_B} & \sigma_{r_S, X} \\ \sigma_{r_B, X} & \sigma^2_{r_B} & \sigma_{r_B, X} \\ \sigma_{X, r_S} & \sigma_{X, r_B} & \sigma^2_X \end{bmatrix}
$$

(10)의 $\sigma^2((S+\Delta_S)r_S + (B+\Delta_B)r_B - (1-\Delta_R)X)$ 부분은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$
\begin{aligned}
&\sigma^2((S+\Delta_S)r_S + (B+\Delta_B)r_B - (1-\Delta_R)X) \\
&= [S+\Delta_S,\ B+\Delta_B, -(1-\Delta_R)]\Sigma[S+\Delta_S,\ B+\Delta_B, -(1-\Delta_R)]^T
\end{aligned} \tag{11}
$$

Σ에서 $\sigma_{Y,Z}$는 확률변수 Y와 Z의 공분산이다. (9.7)은 (7)을 〈표 1〉의 기호를

이용하여 표현될 수 있다.

$$Q(\Delta_S, \Delta_B, \Delta_R) = \begin{pmatrix} [(P-(P-C_M)\Delta_R) \cdot c_P]^2 \\ +[(P-(P-C_M)\Delta_R) \cdot c_V 0.7]^2 \\ +[c_S(S+\Delta_S)+c_B(B+\Delta_B)]^2 \\ -W_{RBC}^{-2}(B+S-C_O W_{RBC})^2 \end{pmatrix} \leq 0 \tag{12}$$

(12)에서 사용된 계수들의 의미는 각각 c_P(보험위험계수), c_V(적립금위험계수), c_B(채권의 시장위험계수), c_S(주식의 시장위험계수), C_O(운영위험)이다. 0.7은 수입보험료에서 책임준비금이 차지하는 비율이다.[24)]

보험회사가 충분한 가용자본을 확보하고 있는 경우(또는 W_{RBC}가 작은 경우) 보험회사는 $Q(\Delta_S, \Delta_B, \Delta_R) \leq 0$를 쉽게 만족시킬 수 있다. 하지만 보험회사의 가용자본이 충분하지 않은 경우(또는 W_{RBC}가 큰 경우) 보험회사는 조건 (12)를 만족시키기 위하여 위험자산의 투자 비중을 줄이고 필요한 경우 재보험 출재를 통하여 보험위험을 재보험회사로 전가한다. 보험회사가 재보험으로 보험위험을 재보험회사로 전가할 경우 (12)를 만족시킬 수 있으나 동시에 보험회사의 효용이 감소하므로 재보험 출재를 통한 보험위험 전가가 필요한 경우 재보험 출재는 (12)를 만족시키는 수준에서 최소한으로 이루어지게 되고 이러한 경우 최적해는 $Q(\Delta_S, \Delta_B, \Delta_R) = 0$를 만족하게 된다. 위험자산 투자를 줄이고 재보험 출재를 한계점까지 늘려도 (12)를 만족시킬 수 없다면 보험회사는 RBC 조건을 만족시키지 못하여 금융당국의 제재를 받게 된다.

금융감독원(2012)[25)]에 기술된 것과 같이 신용, 금리, 시장 리스크는 중복하여 측정하지 않는다는 원칙에 따라 우리는 보험회사의 위험자산과 무위험자산의 시장위험은 $(c_B(B+\Delta_B)+c_S(S+\Delta_S))^2$을 이용하여 측정하고 (5)의 금리위험과

24) 보험개발원 통계포털서비스에 따르면 FY2012 손해보험회사 원수보험료의 80%가 보험회사의 부채이고 부채의 95%가 계약준비금(책임준비금 + 비상위험준비금)이다. 본 논문은 보험회사의 책임준비금을 수입보험료의 70%라고 가정한다.

25) 금융감독원(2012)에 따르면 단기 매매 목적의 국·공채('가정2')의 경우 시장위험만 측정한다(pp. 99 참조).

신용위험은 최적화 문제에 포함시키지 않는다.

Ⅲ장은 (9)를 최적화 문제로 풀기에 용이한 형태로 표현하고 이 문제가 볼록 최적화 문제라는 것을 증명한다.

III. 최적화 문제의 표준화와 수학적 특성

1. 최적화 문제의 표준화

본 절은 (9)를 MATLAB의 최적화 루틴인 'fmincon'을 이용하여 풀어질 수 있는 표준화된 형태로 표현한다. $z=[\Delta_S, \Delta_B, \Delta_R]^T$라고 정의할 때 (9)는 (13)과 같이 표현될 수 있다. 아래의 문제를 (13)이라 부르기로 하자.

$$
\begin{aligned}
\min \quad & -a^T z + \lambda z^T \Sigma z && (13.1)\\
\text{s.t.} \quad & A_E z = b_E && (13.2)\\
& A_I z \le b_I && (13.3)\\
& z^T M z + b^T z \le d && (13.4)
\end{aligned}
$$

(13) 각 항의 세부적인 내용은 다음과 같다.

$$a=[\mu_{r_S}, \mu_{r_B}, \mu_X]^T - 2\lambda\Sigma[S, B, -1]^T,$$

$$A_E=[1, 1, P-C_M],\ \ b_E = P - C_M = 0.85P,$$

$$A_I=\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ \ b_I=\begin{bmatrix} S \\ B \\ 0 \\ 0.5P/(P-C_M) \end{bmatrix},$$

$$M=\begin{bmatrix} c_S^2 & c_S c_B & 0 \\ c_B c_S & c_B^2 & 0 \\ 0 & 0 & (c_P^2+(0.7c_V)^2)(P-C_M)^2 \end{bmatrix},$$

$$b=2[c_S(c_S S+c_B B), c_B(c_B B+c_S S), -P(P-C_M)(c_P^2+(0.7c_V)^2)]^T,$$

$$d=W_{RBC}^{-2}(B+S-W_{RBC}C_O)^2-[(c_P^2+(0.7c_V)^2)P^2+(c_B B+c_S S)^2].$$

(13)은 $u(w)$를 극대화하는 대신 $-u(w)$를 최소화한다. 우리는 보험료가 위험/무위험 자산 수익률(r_S,r_B)과 독립이라 가정하고 $\sigma_{r_S,X}=\sigma_{r_B,X}=0$을 사용한다. X가 위험/무위험 자산 수익률과 상관관계를 가질 경우 이 가정은 $\sigma_{r_S,X}$와 $\sigma_{r_B,X}$에 0이 아닌 상수를 이용하여 쉽게 수정될 수 있다. a는 (10)을 $(\Delta_S, \Delta_B, \Delta_X)$의 함수로 표현하여 찾을 수 있다. (10)에서 상수 부분은 목적함수에 포함시키지 않았다.[26)]

A_E와 b_E는 등식 (9.3)을 그리고 A_I와 b_I는 부등식 (9.4)~(9.6)을 각각 수식으로 표현한 것이다. 부등식 (12)의 $Q(\Delta_S,\Delta_B,\Delta_R)$는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$
\begin{aligned}
Q(\Delta_S,\Delta_B,\Delta_R) &= (c_P^2+(0.8c_V)^2)(P^2-2P(P-C_M)\Delta_R+(P-C_M)^2\Delta_R^2) && (14.1)\\
&+(c_S\Delta_S+c_B\Delta_B+(c_SS+c_BB))^2 && (14.2)\\
&-W_{RBC}^{-2}(B+S-C_OW_{RBC})^2 && (14.3)
\end{aligned}
$$

(14.2)는 다시 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$
\begin{aligned}
&(c_S\Delta_S+c_B\Delta_B+(c_SS+c_BB))^2\\
&=[\Delta_S, \Delta_B, 1][c_S, c_B, c_SS+c_BB]^T[c_S, c_B, c_SS+c_BB][\Delta_S, \Delta_B, 1]^T \qquad (15)\\
&= Trace([\Delta_S, \Delta_B, 1]^T[\Delta_S, \Delta_B, 1][c_S, c_B, c_SS+c_BB]^T[c_S, c_B, c_SS+c_BB])
\end{aligned}
$$

(13.4)의 M, b, d는 (15)의 마지막 부분과 $Trace$의 정의[27)]에 의하여 구해질 수 있다.

2. 최적화 문제의 수학적 특성

본 절은 다음의 정리들을 이용하여 (13)이 볼록 최적화 문제라는 것을 증명한다. 아래의 정리들은 산업공학에서 널리 활용되는 것들이다.

---

26) $f(x)$를 최소화하는 문제와 $f(x)+a$를 최소화하는 문제의 해는 같으므로 목적함수에 상수항은 포함시키지 않는다.

27) A와 B가 대칭행렬일 경우 $Trace(AB)=Trace(BA)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}A_{ij}B_{ij}$를 만족한다.

정리1: 주어진 함수 $f(x)$의 $\nabla^2 f(x)$(해이지안)이 x의 모든 도메인에서 양준정부호행렬(陽準定符號行列, positive semidefinite)이고 $\{x : f(x) \le 0\} \ne \varnothing$ 인 경우, $\{x : f(x) \le 0\}$는 볼록 공간이다(Rockafellar, 1970의 4장 참조).

$\nabla^2 f(x)$가 x의 모든 도메인에서 양준정부호행렬(또는 PSD행렬)이라는 조건을 간단하게 $\nabla^2 f(x) > 0$로 표시하도록 한다. 특정 행렬이 PSD가 되기 위한 조건은 다음과 같다.

정리2: 대칭행렬 V에 대하여 다음의 조건들은 동일하다(Horn and Johnson, 1985의 7장 참조).

i. $V > 0$
ii. V의 모든 아이겐밸류는 0 보다 크거나 같다.
iii. 모든 x에 대하여 V는 $x^T Vx \ge 0$를 만족한다.

정의1: 목적함수 $f(x)$가 $\nabla^2 f(x) > 0$를 만족하는 볼록 함수이고 주어진 조건이 볼록 공간의 교집합으로 주어진 목적함수를 최소화하는 최적화 문제는 볼록 최적화 문제이다(Nodedal and Wright, 2006, pp. 350 참조).

정리3: 우리는 자기부합 장벽 함수를 사용하는 내부해방법으로 볼록 최적화 문제의 최적해를 다항시간에 찾을 수 있다(Nesterov and Nemirovskii, 1994 참조).

Σ와 B가 각각 PSD 행렬일 경우 (13.1)과 (13.4)는 각각 볼록 함수가 된다. Σ와 M이 PSD 행렬이라는 것과 '정리3'의 조건을 이용하여 (13)이 볼록 최적화 문제라는 것을 보이는 것이 가능하다.

정리4: (13)은 볼록 최적화 문제이다.

증명: 먼저 선형 등식과 부등식들의 교집합은 볼록 공간을 형성하므로 (13.4)가 볼록 함수일 경우 (13)의 조건은 볼록 공간의 교집합이 된다. '정의1'에 따라 목적함수의 해이지안이 PSD가 되면 (13)이 볼록 최적화 문제가 되므로 (13.1)과 (13.4)

의 해이지안이 각각 PSD함수라는 것을 보여 (13)이 볼록 최적화 문제라는 것을 증명하는 것이 가능하다.

우리는 '정리2'의 iii을 이용하여 (13.1)과 (13.4)의 해이지안이 각각 PSD 행렬이라는 것을 증명할 수 있다. (13.1)과 (13.4)를 각각 2차 미분하여 구할 수 있는 (13.1)과 (13.4)의 해이지안은 각각 $2\lambda\Sigma$과 $2M$이다.

$2\lambda\Sigma > 0$은 Σ가 공분산 행렬이라는 것을 이용하여 쉽게 증명할 수 있다. $x=[x_1,x_2,x_3]^T$라 했을 때, $x^T(2\lambda\Sigma)x$는 확률변수 $\sqrt{2\lambda}(x_1r_S+x_2r_B+x_3X)$의 분산이 된다. 분산의 경우 음수가 될 수 없으므로 $x^T(2\lambda\Sigma)x$는 모든 x에 대하여 $x^T(2\lambda\Sigma)x \geq 0$을 만족하게 된다. $2M$의 경우 x^TMx가 완전제곱식[28)]으로 표현될 수 있으므로 $x^T(2M)x$는 모든 x에 대하여 $x^T(2M)x \geq 0$를 만족한다.

위에서 보인 바와 같이 (13.1)과 (13.4)의 해이지안은 각각 PSD 행렬이고 '정의1'에 따라 (13)은 볼록 최적화 문제이다.

'정리4'에 따라 (13)은 볼록 최적화 문제이다. 볼록 최적화 문제의 경우 국소 최적해가 전체 최적해가 된다. MATLAB의 'fmincon'과 같은 일반적인 비선형 최적화 패키지는 이러한 문제의 최적해를 효과적으로 찾아준다.

IV. 상수 설정과 실험 결과

1. 상수 설정

이 절은 실험을 수행하기 위하여 필요한 상수를 정의한다. 위험자산과 무위험자산의 통계량은 <표 3>과 같다. Bodie, Marcus and Kane(2005)에 따르면 현재까지 세계 금융시장의 주식과 채권의 평균적인 수익률은 각각 7%와 4% 정도이고 Choi et al.(2013)이 조사한 최근 10년간 세계 주식시장의 변동성은 약 20% 정도이다. 블룸버그 자료에 따르면 최근의 미국 국채는 10% 정도의 변동성을 보이고 있다. 주기적으

28) $(c_Sx_1+c_Bx_1)^2+(c_P^2+(0.7c_V)^2)(P-C_M)^2x_3^2$

로 금융시장 분석 보고서를 제공하는 PIMCO Quantitative Research Paper(Johnson et al., 2013)는 2014년도 2분기 주식-채권시장 상관관계를 -0.15 정도일 것으로 예상하였다. 손해보험 산업 전체의 2012년도 경과손해율이 83.2%였다는 것을 고려하여 보험금의 기대값(μ_X)을 수입보험료의 80% 수준(또는 $0.8P$)으로 하였고 추세를 제거한 자동차보험 보험금(1998년~2012년)의 변동성이 원수보험료 대비 4%라는 것을 고려하여 보험금의 변동성(σ_X)을 $0.04P$로 하였다.

〈표 3〉 위험/무위험자산 관련 통계량

통계량	참고문헌
$\mu_{r_S} = 1.07$	Bodie, Marcus and Kane(2005)
$\mu_{r_B} = 1.04$	
$\mu_X = 0.8P$	보험개발원 통계포털서비스[29] http://www.insis.or.kr/insis/insisweb/index.jsp
$\sigma_X = 0.04P$	
$\sigma_{r_S} = 0.2$	Choi et al.(2013), pp. 5
$\sigma_{r_B} = 0.1$	Bloomberg historical data[30]
$\sigma_{r_S, r_B} = -0.15 * \sigma_{r_S}\sigma_{r_B}$	Johnson et al.(2013), pp. 7[31]

보험회사 관련 파라미터들은 〈표 4〉에 정의되어 있다. 우리는 보험회사의 보험료를 10,000으로 하고 필요한 변수들을 보험 산업에서 나타나는 수준으로 맞추어 실험을 진행하였다.

그 밖에 RBC를 산출하기 위하여 필요한 계수들은 금융감독원(2012)에서 자동차보험과 비슷한 수준으로 맞추었다. 필요한 경우 특정 보험회사의 특성을 좀 더 잘 반영할 수 있는 계수를 사용하는 것도 가능하다.

문제를 구체화하기 위한 상수들이 정해지면 MATLAB에서 일반 비선형 최적화 모델의 해를 구하는데 쓰이는 함수인 'fmincon'을 이용하여 (13)의 최적해를 구할 수 있다[32].

29) 손해보험 산업의 2012년도 경과손해율은 83.2%였고 추세를 제거한 자동차보험 보험금(1998년~2012년)의 변동성은 원수보험료 대비 4% 정도였다.

30) http://www.bloomberg.com, www.imf.org/external/pubs/ft/gfsr/2008/02/sa/sa_figure8.pdf

31) http://media.pimco.com/Documents/PIMCO_Quantitative_Research_Stock_Bond_Correlation_Oct2013.pdf

〈표 4〉 보험회사관련 상수

파라미터	설정 기준
$P=10{,}000$	보험료를 임의로 정하고 다른 상수들을 이에 맞추어 설정
$C_M=0.15P$	보험개발원 통계포털서비스 참조
$C_O=0.01P$	가정13, 금융감독원(2012), pp. 131 참조
$c_S=0.16$	금융감독원(2012), pp. 100 참조
$c_B=0.02$	금융감독원(2012), pp. 104, 예시 6-2 참조
$c_V=0.3$	금융감독원(2012), pp. 48, 자동차 보험과 유사한 책임준비금 위험계수 이용
$c_P=0.15$	금융감독원(2012), pp. 41, 자동차 보험과 유사한 보험 위험계수 이용

2. 실험결과

우리는 본 절에서 다음과 같은 파라미터의 변화에 따른 최적 포트폴리오와 보험회사의 수익률의 변화를 실험하였다.

1. 보험회사의 위험회피계수
2. RBC비율 W_{RBC}
3. 보험회사 자본 규모

따로 언급하지 않는 경우 실험에서 사용된 파라미터들은 〈표 5〉와 같다. 〈표 5〉에 새로 포함된 $CAPR$은 보험회사 자본($S+B$)이 수입보험료(P)에서 차지하는 비율이다. 예를 들어 $CAPR=30\%$ 인 경우, 보험회사의 자본은 $(S+B)=0.3P$를 만족한다.

〈표 5〉는 λ, W_{RBC}, $CAPR$ 세 가지 파라미터, 그리고 (S, B)의 기본 값을 보여준다. λ는 보험회사의 위험회피계수로서 보험회사가 위험관리를 위하여 임의로 선택하는 값이다. 〈표 5〉의 파라미터 기본 값은 보험회사가 위험자산, 무위험자산, 그리고 재보험을 골고루 갖춘 포트폴리오를 생성하는 값으로서 이 문제의 최적 포트폴리오는 위험자산 = 30%, 무위험자산 = 42%, 재보험 = 28%이다.

32) 'fmincon' 함수를 사용하는 방법은 매스워크 홈페이지(http://www.mathworks.co.kr/kr/help/optim/ug/fmincon.html)를 참조하기 바란다.

〈표 5〉 파라미터 별 기준 값

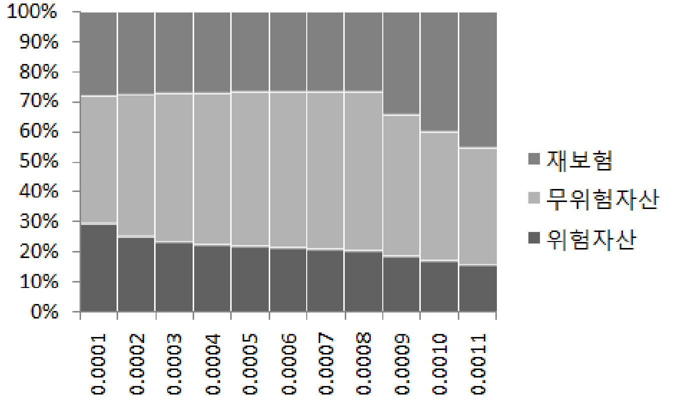
파라미터	설명
$\lambda = 0.0001$	포트폴리오가 Δ_S, Δ_B, Δ_R에 적절히 배분되도록 하는 임의의 값을 취하였음
$W_{RBC} = 1$	RBC비율이 100% 이상이 되는 것을 기준으로 함
$CAPR = 20\%$	재무건전성이 뛰어난 S화재의 총 자산대비 자본비율이 FY2012기준으로 24% 정도임
$S = 200$	보험금을 10,000이라 할 때, 보험회사의 자본이 20%가 되도록 한 것임
$B = 1,800$	

〈그림 2〉, 〈그림 4〉, 〈그림 6〉은 특정 파라미터가 변함에 따라 나타나는 보험회사 포트폴리오의 변화를 나타낸 것으로서 $S+\Delta_S$, $B+\Delta_B$, $(P-C_M)\Delta_R$의 합에서 $S+\Delta_S$, $B+\Delta_B$, $(P-C_M)\Delta_R$ 각각이 가지는 비율을 보여준다. 〈그림 3〉, 〈그림 5〉, 〈그림 7〉은 보험회사의 수익률로서 다음과 같은 방법으로 산출되었다.

$$\text{보험회사 수익률} = \frac{S'(r_S - 1) + B'(r_B - 1) + (P - C_M - \mu_X)(1 - \Delta_R)}{S + B + P} \quad (16)$$

(16)에서 분자의 $S'(r_S-1)+B'(r_B-1)$와 $(P-C_M-\mu_X)(1-\Delta_R)$는 각각 투자영업수익과 보험영업수익을 나타내고 분모의 $S+B+P$는 사업에 투입된 금액의 합계이다.

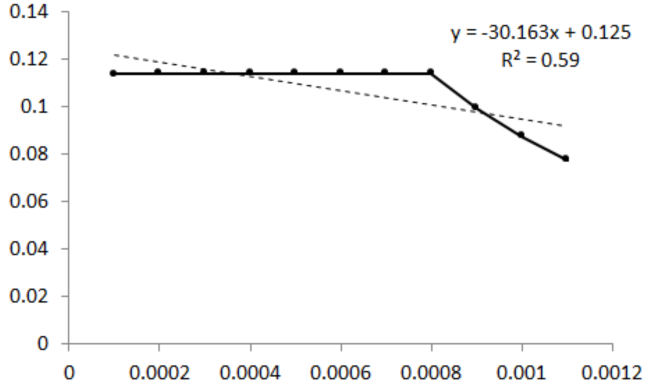
〈그림 2〉 λ의 변화에 따른 보험회사 포트폴리오의 변화



주: x-축은 λ값, y-축은 S', B', $(P-C_M)\Delta_R$의 비율임.

〈그림 2〉는 위험회피계수 λ에 따라 보험회사의 포트폴리오가 어떻게 변하는지를 보여준다. λ가 0.0001~0.0007 사이인 경우 λ가 증가함에 따라 위험자산에 대한 투자비중이 꾸준히 감소하고 재보험 출재비율은 30% 이하로 유지된다. λ가 0.0008을 넘어서면 위험자산에 투자하는 비중은 더 줄어들게 되고 재보험에 출재가 급격히 늘어난다. λ가 0.0011을 넘어서면 보험회사는 재보험 출재를 상한선까지 끌어 올리게 되고 위험자산에 투자하는 비중은 지속적으로 감소한다.

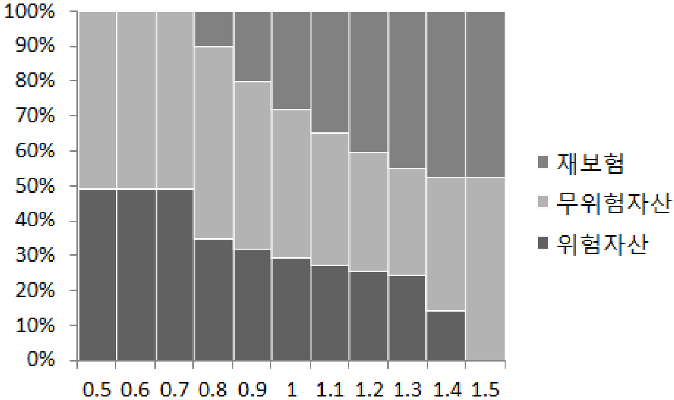
〈그림 3〉 λ의 변화에 따른 보험회사의 투자 수익률 변화



주: x-축은 λ값, y-축은 투자 수익률, 점선은 추세선임.

〈그림 3〉은 전체적으로 λ가 증가함에 따라 보험회사의 투자 수익률이 낮아진다는 것을 보여준다. 이러한 경향은 보험회사가 위험을 회피하기 위하여 무위험자산에 투자하는 비중을 높이고 재보험 출재를 늘리기 때문이다. λ가 0.0001~ 0.0007 사이인 경우 보험회사의 수익률은 11% 정도로 유지되나 보험회사 포트폴리오의 변동성은 꾸준히 감소한다. 보험회사는 λ가 0.0001~ 0.0007 사이에서 증가할 때 위험자산 투자를 줄이지만 또한 동시에 재보험 출재도 조금씩 줄여나간다. 다시 말해 위험자산의 감소로 줄어든 위험자산 투자 이익을 재보험 출재를 줄여 보험영업에서 발생한 이익으로 보충하면서 수익률을 유지시키고 동시에 포트폴리오의 변동성을 감소시키는 것이다. λ가 0.0008을 넘어서면 보험회사는 사업의 변동성을 줄이기 위하여 재보험 출재를 급격히 늘리게 되고 이에 따라 수익률도 빠르게 감소하게 된다.

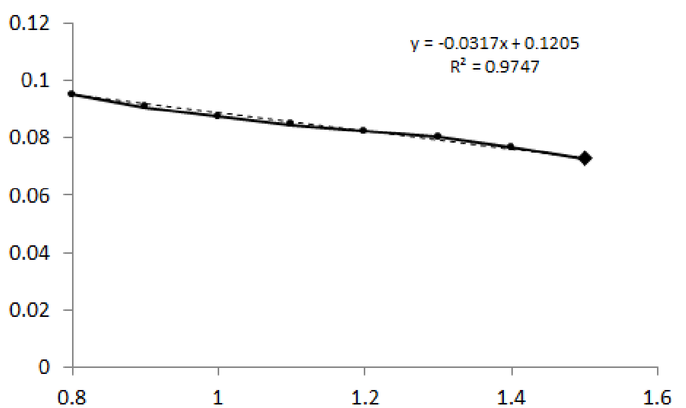
〈그림 4〉 W_{RBC}변화에 따른 보험회사 포트폴리오의 변화



주: x-축은 W_{RBC}값, y-축은 S', B', $(P-C_M)\Delta_R$의 비율임.

〈그림 4〉는 보험회사에 요구되는 RBC비율(W_{RBC})의 변화에 따라 보험회사의 포트폴리오가 어떻게 변화하는지를 보여준다. W_{RBC}가 0.7 이하인 경우 보험회사는 재보험 출재없이 모든 자산을 위험/무위험 자산에 투자한다. W_{RBC}가 0.8을 넘어서게 되면서 보험회사는 위험자산의 투자를 줄이고 재보험 출재를 늘리게 된다. W_{RBC}가 1.5가 되면 보험회사는 위험자산 투자를 0으로 줄여도 RBC 조건을 만족할 수 없게 된다.

〈그림 5〉 W_{RBC}변화에 따른 보험회사 투자 수익률의 변화

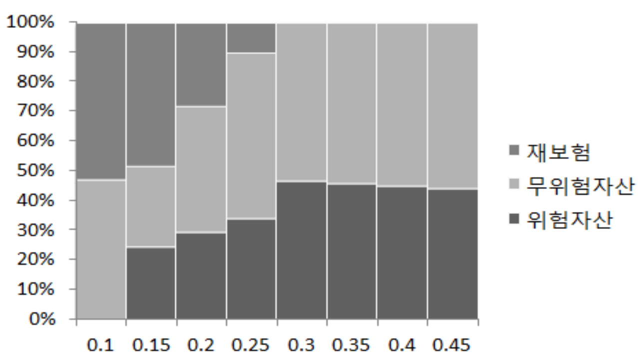


주: x-축은 W_{RBC}값, y-축은 투자 수익률, $W_{RBC}=1.5$인 경우 해가 존재하지 않음. 점선은 추세선임.

〈그림 5〉는 W_{RBC} 증가에 따른 수익률의 변화를 보여준다. 〈그림 5〉에 따르면 W_{RBC}가 0.1(10% 포인트) 증가함에 따라 보험회사의 수익률은 0.3% 포인트 감소한다. 이는 보험회사가 RBC비율을 어느 정도 수준으로 유지하기 위해서 수익률이 상대적으로 적은 무위험자산에 투자하는 비중을 높이고 재보험을 통하여 위험을 전가해야 하기 때문에 발생하는 것이다. 이러한 결과는 과도한 지급여력 규제가 보험회사의 수익률을 저하시켜 재무건전성이 취약한 보험회사의 경쟁력을 악화시킬 수 있다는 것을 보여준다.

〈그림 6〉은 보험회사가 보유하고 있는 자본의 규모가 포트폴리오에 미치는 영향을 보여준다. 〈그림 6〉의 실험에서 보험회사의 자본이 보험위험의 10%인 경우에는 최적화 문제의 모든 조건을 만족하는 해가 존재하지 않는다. 보험회사의 자본이 15~25% 사이인 경우 보험회사는 위험자산과 무위험자산에 분산투자를 하게 되고 보험위험의 일부를 재보험으로 출재한다.

〈그림 6〉 $CAPR$의 변화에 따른 보험회사 포트폴리오의 변화

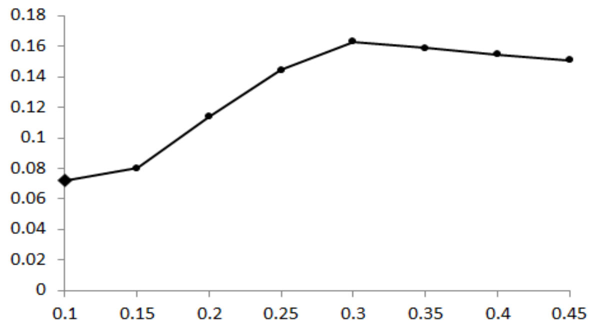


주: x-축은 $CAPR$ 값, y-축은 S', B', $(P-C_M)\Delta_R$의 비율임.
$CAPR=0.1$인 경우는 해가 존재하지 않음.

〈그림 6〉에서 $CAPR$이 15~25% 사이에서 증가하면 보험회사는 위험자산에 투자하는 비중을 꾸준히 늘리고 재보험 출재를 줄인다. $CAPR$이 25%를 초과할 경우 위험자산 투자 비중이 낮아지고 재보험 출재 비율이 높아진다. 이는 평균-분산 효용에서 w의 크기가 커짐에 따라 '분산' 부분이 더 빠르게 증가하는 경향 때문에

나타나는 현상이다. 다시 말해 보험회사의 자본이 증가하여 운용 가능한 총 자산의 크기가 증가하면 총 자산의 기대값보다 분산이 더 빠르게 증가하기 때문이다. $CAPR$이 일정 수준 이상으로 증가하면 빠르게 증가하는 투자의 변동성을 줄이기 위하여 재보험 출재를 늘리고 위험자산 투자를 줄이는 것이다.

〈그림 7〉 $CAPR$의 변화에 따른 보험회사 투자 수익률의 변화



주: x-축은 $CAPR$값, y-축은 투자 수익률, $CAPR=0.1$인 경우 해가 존재하지 않음.

〈그림 7〉에 따르면 $CAPR$ 15%~30% 사이에서 $CAPR$이 증가하면 보험회사의 자산투자 수익률이 증가하나 CAPR이 30%를 넘어서면 수익률이 감소하는 것을 볼 수 있다. 이는 보험회사가 수입보험료의 30%를 넘어서는 자본을 보험회사 내에서 운용하는 것이 비효율적일 수 있어 이러한 경우 초과 부분을 보험회사와 분리하여 운용하는 것이 효과적일 수 있다는 점을 시사한다.

V. 결론

Ⅳ장의 실험 결과가 보여주고 있는 바와 같이 보험회사가 충분한 가용자본을 보유하고 있을 경우 RBC 조건은 보험회사가 최적의 포트폴리오를 구성하는데 제약을 주지 않는다. 하지만 그렇지 않은 경우 보험회사는 RBC 조건을 만족시키기 위해서 위험자산 보유 비율을 줄이고 재보험 출재 규모를 늘려야 한다. 따라서

RBC 조건은 보험회사가 충분한 가용자본을 확보하지 못하고 있는 경우 최적 포트폴리오에 제한적으로 영향을 미칠 수 있다.

본 연구의 실험결과는 다음과 같은 시사점을 가진다.

시사점-1. 실험에 따르면 위험회피계수(λ)가 증가하여도 수익률이 일정 수준에서 유지되고 변동성이 줄어드는 경우가 있는 것으로 나타났다. 연구의 실험 결과와 같이 보험회사는 위험자산 투자와 재보험 출재를 줄여 수익률을 유지시키면서 변동성을 감소시킬 수 있다. 보험회사는 이러한 가능성을 고려하여 보험 상품과 포트폴리오를 구성하여야 한다.

시사점-2. RBC비율을 높이는 것은 보험회사 지급여력 안정성 증대에 기여할 수 있으나 RBC 제도가 재무구조가 취약한 일부 보험회사의 재무건전성을 중 · 장기적으로 악화시킬 수 있어 적절한 수준의 지급여력 규제의 적용이 필요하다.

시사점-3. 보험회사의 자본이 과도할 경우 보험 영업을 하기 위하여 투입된 자본이 RBC 규제 등의 영향으로 비효율적으로 운영될 수 있어 보험회사는 보험회사를 운영하는데 필요한 자본의 비율을 적정 수준으로 유지할 필요가 있다.

위험회피계수 λ가 작을 경우 높은 투자 수익률을 기대할 수 있으나 투자 수익률의 변동성이 커져 경기침체 시에 보험회사가 어려움을 겪을 확률이 높아진다. $CAPR$의 변화에 따른 보험회사 포트폴리오 변화 실험 결과에 따르면 자본금을 충분히 확보하고 있는 보험회사의 경우 상대적으로 작은 값의 위험회피계수를 사용하여 재보험 출재를 줄이고 위험자산 투자를 늘리는 것도 가능한 대응 방법이 될 수 있다.

RBC제도는 보험회사 지급여력의 변동성을 줄이기 위한 것이므로 높은 RBC비율을 요구하는 것이 보험회사의 투자 수익률을 감소시키는 것은 당연한 결과라 할 수 있겠으나, 본 연구는 높은 수준의 RBC비율이 보험회사의 투자 수익률에 미치는 영향을 구체적으로 측정할 수 있는 방법을 제시하였다는데 의의를 가진다.

'시사점-3'은 재무구조가 튼튼한 보험회사의 경우 특정 수준 이상의 자본을 보

유하는 것이 비효율적일 수 있으므로 보험회사가 적정한 수준의 자본을 유지하는 것이 최적의 조건임을 보여준다. 본 연구가 가정한 보험회사의 경우 수재보험료 대비 30% 이하의 자본 비율이 최적인 것으로 나타났다.

본 연구는 실험을 위하여 보험회사의 영업을 극단적으로 단순화하였으나 본 연구가 제시한 방법은 다음과 같은 방향으로 확장될 수 있다.

먼저, 본 연구는 보험회사가 가용자본을 조정할 수 없는 것으로 가정하였으나 실제로 보험회사들은 후순위채권의 발행이나 유상증자를 통하여 가용자본을 확보할 수 있어 가용자본에 선택변수를 추가하는 것이 가능하다. 이러한 경우 보험회사의 포트폴리오 최적화 문제는 부정(不定, indefinite) 조건을 갖게 되므로 일반적인 최적화 방법으로 최적해를 구할 수 없다. 이런 경우 Burer and Chen(2012)이나 Ye and Zhang(2006)과 같은 기법을 활용하는 것이 가능하다.

현행 보험업법은 재보험 이외의 보험회사의 보험위험전가를 인정하고 있지 않으나 외국의 경우 보험증권화나 보험파생상품을 이용하여 보험회사들이 보험위험을 금융시장에 전가하고 가용자본을 확보하는 것이 가능하므로 재보험 이외의 위험전가 수단을 고려한 보험회사의 최적 포트폴리오를 선택하는 문제도 가능한 연구 주제가 될 수 있다.

마지막으로 Ⅱ장에서 이미 언급한 것과 같이 본 연구의 결과는 생명보험회사의 경우에 쉽게 적용될 수 있다. 생명보험회사의 경우 장기적인 관점에서 효용을 최적화하는 것이 중요한 문제이므로 본 연구가 다루는 최적화 문제를 다구간(多區間) 최적화 문제로 확장시켜 보는 것도 가치 있는 연구 방향이라 생각한다.

참고문헌

강영구, "리스크중심 보험감독체제 구축 및 향후과제: RAAS와 RBC제도를 중심으로", 손해보험, 441, 2005, pp. 10-21.

구본일 · 엄영호 · 추연욱, "평균-VaR 기준과 최적 포트폴리오 선택", 재무관리연구, 26(1), 2009, pp.165-188.

금융감독원, "보험회사 위험기준 자기자본(RBC)제도 해설서", 금융감독원 홈페이지, 2012.

김해식 · 최영목 · 김소연 · 장동식 · 서성민, "RBC 내부모형 도입방안", 경영보고서, 보험연구원, 2010.

김창섭, "미국의 RBC 제도에 대한 이해 : 손해보험 보험리스크를 중심으로", 손해보험, 444, 2005, pp. 5-28.

서정화 · 이호영, "보험산업의 이익조정 연구 : RBC비율을 중심으로", 한국보험학회지, 93, 2012, pp. 1-27.

우정수 · 이호준, "장기손해보험 성장에 따른 RBC비율 변동 및 시사점", 금융리스크리뷰, 예금보험공사, 2011.

이기형 · 나우승 · 김해식, "손해보험회사 RBC제도에 관한 연구", 연구보고서, 보험개발원 보험연구소, 2005.

이상진 · 빈기범, "단일변량모형과 다변량모형의 포트폴리오 VaR 측정 성과", 한국증권학회지, 37(5), 2008, pp. 879-912

정수화 · 이항석, "보험회사 손익 변동성 연구 : 손해보험 중심으로", 계리학연구, 3(2), 2011, pp. 63-84.

정중영, "손해보험산업의 지급여력 제도 개선방안 : RBC제도를 중심으로", 한국보험학회지, 67, 2004, pp. 109-136.

조용운 · 김세환 · 김세중, "보험리스크 측정 및 평가 방법에 관한 연구", 조사보고서, 보험연구원, 2009.

차일권, "VaR모형을 이용한 이행보증보험의 보증한도에 대한 연구", 보험개발연

구, 18(1), 2007, pp. 73-101.

홍순구, “평균 · 분산모형으로 분석한 보험과 투자의 상호연계성”, 보험금융연구, 22(1), 2011, pp. 33-66.

Artzner, P., F. Delbaen, J. Eber and D. Heath, “Coherent Measures of Risk”, *Mathematical Finance*, 9(3), 1999, pp. 03-228.

Bodie, Z., A. J. Marcus and A. Kane, “Investments”, McGraw-Hill, ISBN: 007-2861789, 2005.

Burer, S. and J. Chen, “Globally solving nonconvex quadratic programming problems via completely positive programming”, *Mathematical programming computation*, 4, 2012, pp. 33–52.

Campbell, R., R. Huisman and K. Koedijk, “Optimal portfolio selection in a Value-at-Risk framework”, *Journal of Banking & Finance*, 25(9), 2001, pp. 1789-1084.

Choi, C., B. Jang, C. Kim and S. Roh, “Net Contribution, Liquidity, and Optimal Pension Management”, working paper, 2013.

Feldblum, S., “NAIC Property/Casualty Insurance Company Risk-Based Capital Requirements”, *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*, LXXXIII, 1996, pp. 297–418.

Gaivoronski, A. A. and G. Pflug, “Finding optimal portfolios with constraints on value at risk”, 1999, working paper.

Goh, J., K. G. Lim, M. Simz and W. Zhangx, “Portfolio Value-at-Risk Optimization for Asymmetrically Distributed Asset Returns”, working paper, 2009.

Horn. R. A. and C. R. Johnson, “Matrix Analysis”, Cambridge University Press, ISBN: 0-521-30586-2, 1985.

Johnson, N., V. Naik, S. Page, N. Pedersen and S. Sapra, “The Stock-Bond Correlation”, PIMCO Quantitative Research Paper, 2013.

Kind, C., "Risk-Based Allocation of Principal Portfolio", working paper, 2013.

Krokhmal, P., J. Palmquist and S. Uryasev, "Portfolio Optimization with Conditional Value-at-Risk Objective and Constraints", *Journal of Risk*, 4, 2002, pp. 11-27.

Lima, A. E. B, J. G. Shanthikumarb and G. Vahna, "Conditional value-at-risk in portfolio optimization: Coherent but fragile", *Operations Research Letters*, 39(3), 2011, pp. 163-171.

Markowitz, H., "Portfolio Selection", *The Journal of Finance*, 7(1), 1952, pp.77-91.

Nesterov, Y. and A. Nemirovskii, "Interior Point Polynomial Algorithms in Convex Programming", SIAM, ISBN: 978-0-89871-319-0, 1994.

Nocedal, J. and S. Wright, "Numerical Optimization", Springer, ISBN: 978-0-387-40065-5, 2006.

Rockafellar, T. R. and S. Uryasev, "Conditional value-at-risk for general loss distributions", *Journal of Banking and Finance*, 26(7), 2002, pp. 1443-1471.

Rockafellar, T. R., "Convex Analysis", Princeton Landmarks in Mathematics, 1970, Princeton University.

Vavasis, S. A., "Quadratic programming is in NP", *Information Processing Letters*, 36(2), 1990, pp. 73–77.

Ye, Y. and S. Zhang, "New Results on Quadratic Minimization", *SIAM Journal on Optimization*, 14(1), 2006, pp. 245-265.

Abstract

This paper presents a mathematical formulation of a portfolio optimization problem that maximizes an insurance company's mean-variance utility function subject to the RBC requirement constraint, explaining how its optimal solution can be obtained. In addition, this research investigates how the changes in critical factors(such as risk-aversion factor, RBC requirement level and insurance company's capital level) influence the insurance company's optimal portfolio and investment profitability. Test results of this paper can be summarized as the following. First, increasing the RBC ratio significantly reduces the profitability of an insurer. Second, maintaining superfluous amount of capital within an insurance company can cause the investment-wise inefficiency. Third, it is possible that an insurance company can reduce its portfolio's volatility, while maintaining profitability by rebalancing its portfolio.

※ **Key words:** RBC, Mean-Variance Utility Function, Portfolio Optimization