

# 최적 포트폴리오의 개선: 새로운 상관행렬 개선방법\*

## Improvement of Optimal Portfolio using Correlation Matrix

엄 철 준\*\*

Cheoljun Eom

본 연구는 상관행렬 추정방법을 이용한 최적 포트폴리오의 개선 여부를 조사하였다. 제안하는 상관행렬은 표본상관행렬에 포함된 시장요인의 속성을 제거한 상관행렬(비시장상관행렬)이다. 비교대상은 표본상관행렬과 함께 기존연구에서 개선효과를 갖는 상관행렬들(일정상관행렬, 시장요인 상관행렬, 3요인 상관행렬, shrinkage 상관행렬)로부터의 최적 포트폴리오, 그리고 동일가중 및 가치가중 포트폴리오이다. 검증결과에 의하면, 표본상관행렬을 이용한 최적 포트폴리오는 이론적으로 기대하는 잘 분산 투자된 포트폴리오를 구성하지 못한다. 비시장상관행렬을 이용한 최적 포트폴리오는 다른 상관행렬과 비교하여 보다 잘 분산 투자된 포트폴리오를 구성하고, 이를 통해 낮은 위험과 높은 투자성적을 달성한다. 더욱이 입력변수(기대수익, 표준편차) 예측오류에 대하여, 비시장상관행렬로부터의 최적 포트폴리오는 다른 상관행렬에 비교하여 현저히 작은 민감도를 보인다. 또한, 실증분석의 변경에 따른 강건성 검증에서도 동일한 증거를 보였다.

**국문 색인어:** 최적화함수, 최적 포트폴리오, 상관행렬, 확실성 조건, 불확실성조건, 민감도분석

**한국연구재단 분류 연구분야 코드:** B050701, B050704

\* 본 논문의 질적 개선을 위해 유익한 조언을 해주신 익명의 심사위원분들께 깊은 감사의 뜻을 전합니다. 이 논문은 2019년도 부산대학교 인문사회연구기금의 지원을 받아 연구되었습니다.

\*\* 부산대학교 경영대학 교수(shunter@pusan.ac.kr), 제1저자

논문 투고일: 2020. 4. 27, 논문 최종 수정일: 2020. 6. 16, 논문 게재 확정일: 2020. 8. 21

## I. 서론

금융 분야에 있어서 포트폴리오 투자는 학문적 뿐만 아니라 실무적으로 오랫동안 널리 활용되고 있는 투자전략이다. 포트폴리오는 분산투자를 통해 극단적 손실을 피할 수 있는 방법이고, 분산투자의 개념은 탈무드(Duchin and Levy, 2009; Tu and Zhou, 2011)<sup>1)</sup>와 셰익스피어문학(베니스의 상인(1596), Markowitz, 1991, 1999; Rubinstein, 2002)<sup>2)</sup>에서도 언급되는 오래된 금융투자기법들 중에 한 가지이다. Markowitz(1952)는 위험과 수익 관계에서 분산투자의 과학적 자산배분 방법인 최적화함수(optimization function)를 제시함으로써 현대 포트폴리오 이론의 중요한 근간을 제공하였고, 그 공로로 1991년 경제학 노벨상을 받았다. 그가 제안한 최적화함수는 주어진 위험에 대해 가장 큰 수익을 갖도록 혹은 주어진 수익에 대해 가장 작은 위험을 갖도록 포트폴리오의 구성주식들에 대한 투자비중을 결정한다. 즉, 최적화함수로부터 구성된 포트폴리오는 위험과 수익 차원의 지배이론을 만족시키는 최적 포트폴리오이다. 여기서, 최적화함수의 입력변수들은 포트폴리오를 구성하는 주식들의 미래 투자기간에 대한 기대수익, 표준편차, 상관행렬의 3가지이다. 이론적으로, 미래기간의 입력변수들이 주어진다면, 위험과 수익차원에서 지배이론을 만족시키는 잘 분산 투자된 최적 포트폴리오를 구성할 수 있다. 그런데, 현실적으로 미래기간 입력변수는 주어지지 않고, 입력변수의 예측오류를 피할 수 없다. 따라서 예측오류를 축소할 수 있도록 잘 분산 투자된 최적 포트폴리오를 구성하는 방법을 고안하는 노력이 지속적으로 이루어지고 있다.

위험과 수익차원에서 최적 포트폴리오를 생성하는 최적화함수는 실무 포트폴리오 투자에서 필요로 하는 3가지 기능, 즉 시장예측, 자산선택, 자산배분 중에서 자산배분기능을 효과적으로 제공할 것으로 기대한다. 금융 분야에서 Fama(1970, 1991)는 주식가격 예측

- 1) 2천 년 전 탈무드에서 ‘자신의 돈을 세 부분으로 나누어라. 삼분의 일은 토지에, 삼분의 일은 사업에, 그리고 나머지 삼분의 일은 현금으로 보유하라.’는 내용으로 분산투자의 개념을 제시한다. 즉, 동일가중 포트폴리오 방법에 의한 분산투자에 해당한다.
- 2) Rubinstein(2002, p. 1041)는 베니스의 상인에 포함된 대사를 인용하여 분산투자의 개념을 제시한다. 베니스 상인의 대사는 다음과 같다. ‘사업은 완전하게 믿을 수 없다(My ventures are not in one bottom trusted.). 내 재산을 한 곳에 모두 걸거나 땅에 모두 쏟아 붓지 않아(Nor to one place, nor is my whole estate). 따라서 사업이 금년 한 해의 운에 달려있지 않아(Upon the fortune of this present year).’

을 통한 초과수익 달성에 부정적인 효율적 시장가설을 제안하였다. Brinson, Hood and Beebower(1986, 1991)는 미국 연기금 펀드매니저에게 시장예측능력과 자산선택능력이 있다고 인정하기 어렵다는 주장과 함께, 연기금 펀드 성과변화의 90% 이상이 자산배분능력에 의하여 설명된다는 실증적 증거를 제시하였다. 즉, 자산배분기능의 중요성을 주장한다. 한편, 이론적으로 미래기간 입력변수들이 주어진 것으로 가정하는 Markowitz(1952)의 최적화함수와는 달리, 현실에서는 예측오류를 갖는 입력변수를 이용할 수밖에 없다. 그러므로 최적화함수는 입력변수 오류에도 불구하고 잘 분산 투자된 최적 포트폴리오를 구성함으로써 예측오류의 영향력을 축소할 것으로 기대된다. 그런데, 기존연구들은 최적화함수가 입력변수 오류에 매우 민감하다는 실증적 증거를 제시하였다. Michaud(1989)는 입력변수 오류에 대한 조정과정 없이 최적화함수에 사용하는 경우, 최적화함수는 포트폴리오 투자에 매우 부적절한 자산배분 정보를 제공한다는 것을 지적하였다. Best and Grauer(1991), Jorion(1992) 등도 Michaud(1989)의 연구를 지지하는 증거를 제시하였다. 더욱이, 예측오류를 갖는 입력변수(기대수익, 표준편차)를 최적화함수에 적용하면, 최적화함수를 통해 입력변수 오류의 영향력이 축소되는 것이 아니라 오히려 더욱 증폭된다는 것을 보였다. 이는 최적 포트폴리오가 구성주식들 중에서 몇몇 주식들에 편중된 투자비중을 배분함에 따라 산출된 최적 포트폴리오의 수익과 위험이 몇몇 구성주식들의 고유한 속성에 의존하는 것에 기인한다. 즉, 잘 분산 투자된 최적 포트폴리오를 구성할 수 있는지 여부가 중요하다.

본 연구는 입력변수 오류에 대한 최적화함수의 민감도 문제점은 입력변수에 대한 최적화함수의 사전적 선호경향이 오류의 영향력을 보다 크게 만드는 주요 원인으로 고려한다. 최적화함수의 입력변수에 대한 선호경향은 목적함수에 종속된다. 최적화함수로부터 생성되는 최적 포트폴리오는 대표적으로 최소분산 포트폴리오(GMVP: global minimum variance portfolio)와 접선 포트폴리오(TP: tangency portfolio)가 있다. 최소분산 포트폴리오는 위험 최소화의 목적함수를 만족시키도록 구성주식들의 투자비중을 결정하고, 접선 포트폴리오는 투자성과(샤프성과지수) 최대화의 목적함수를 만족시키도록 구성주식들의 투자비중을 결정한다. 위험 최소화의 목적함수에 있어서 포트폴리오 위험은 구성주식들의 표준편차와 구성주식들 간의 상관관계로 결정된다. 즉, 위험 최소화의 목적함수는

포트폴리오 구성주식들 중에서 낮은 표준편차를 갖는 주식들 혹은 낮은 상관행렬을 갖는 주식들을 보다 선호하고, 그 결과로 이들 주식들에 보다 높은 투자비중을 배분하는 경향이 있다. 그리고 투자성과 최대화의 목적함수에 있어서 포트폴리오 투자성과는 포트폴리오 기대(초과)수익(분자항목)과 포트폴리오 표준편차(분모항목)에 의해 결정된다. 투자성과 최대화의 목적함수는 포트폴리오 구성주식들 중에서 높은 기대수익을 갖는 주식들 혹은 낮은 표준편차를 갖는 주식들을 보다 선호하고, 그 결과로 이들 주식들에 보다 높은 투자비중을 배분하는 경향이 있다. 결국, 미래기간의 입력변수 오류와 최적화함수의 입력변수에 대한 선호경향의 결합에 기인하여 잘 분산 투자된 최적 포트폴리오를 구성하지 못하면 오류에 대한 영향력은 더욱 커질 수 있다고 본다.

최적화함수의 입력변수에 있어서 계량적 접근법에 근거하여 미래가치를 예측하는 방법들은 일반적으로 과거자료를 이용한다. Ledoit and Wolf(2004)는 미래기간 주식가격 움직임에 대한 경제전문가의 지원 없이 과거자료만을 이용하는 통계학자로부터 주식가격의 예측력을 기대하기 어렵다는 것을 언급하였다. 하지만, 통계학자는 과거자료를 이용하여 공분산(상관행렬)에 관한 유용한 정보를 제공할 수 있기 때문에, 공분산(상관행렬)의 통계적 추정치를 개선하는 것은 의미 있다는 것을 지적하였다. Elton, Gruber and Spitzer(2006)는 약형 효율적 시장가설에서 언급하는 것은 과거정보로부터 미래 주식수익률을 예측할 수 없다는 것이지 미래 상관행렬을 예측하는데 과거자료가 유용하지 않다는 것을 언급하는 것이 아님을 지적하고, 상관행렬의 예측 방법을 제시하였다. 상관행렬은 위험과 수익 차원에서 지배이론을 만족시키는 포트폴리오를 구성하는데 중요한 결정요인이다. 하지만 포트폴리오 구성주식들 간의 상관행렬은 예측범주에 의존하는 입력변수(기대수익, 표준편차)와는 달리, 구성주식들 간의 관계에 대한 측정치이기 때문에 모든 주식들에 대한 상관관계를 예측하는 것은 현실적으로 어렵다. 과거자료로부터 산출할 수밖에 없는 상관행렬의 특징을 고려한다면 상관행렬의 추정방법은 최적 포트폴리오의 유용성을 개선하는데 중요하다. 따라서 본 연구는 상관행렬 추정방법에 중점을 두고 최적 포트폴리오의 실무 적용력 개선에 연구방향을 둔다.

상관행렬 추정방법을 통해 최적 포트폴리오의 문제점 개선을 보고한 기존연구들이 있다. 최적 포트폴리오 문제점을 체계적으로 지적한 Michaud(1989), Best and Grauer(1991),

Jorion(1992) 등은 입력변수로 표본상관행렬(SC: sample correlation matrix)을 이용하였다. 본 연구는 기존연구에서 제안된 상관행렬 추정방법을 세 가지로 분류한다. 첫째, 상관행렬의 크기를 조정하는 추정방법이다. Elton and Gruber(1973), Elton, Guber and Ulrich(1979)는 처음으로 포트폴리오 구성주식들 간의 상관행렬 크기를 조정한 일정상관행렬(CC: constant correlation matrix)의 추정방법을 고안하였다. Elton, Gruber and Spitzer(2006)은 산업내 상관행렬의 평균을 이용한 일정상관행렬 방법의 확장성을 보고하였다. 이 추정방법은 포트폴리오 구성주식들 간의 상관행렬을 상수로 고정함에 따라 최적화함수를 기대수익과 표준편차의 입력변수에만 의존케한다. 둘째, 상관행렬에 포함된 다양한 속성들을 조정하는 추정방법이다. 표본상관행렬은 포트폴리오 구성주식들에 관련된 모든 속성들을 포함한다. 포트폴리오 구성주식들 내에서 공통성(commonality)을 갖는 주식들 간에는 높은 상관관계를 갖기 때문에 최적화함수의 입력변수 선호경향에 따라 이들 주식들은 투자비중 배분의 기피대상이 될 수 있다. 반면에 공통성이 거의 없는 주식들 간에는 낮은 상관관계를 갖기 때문에 최적화함수는 이들 주식들에 편중된 높은 투자비중을 배분하는 경향을 갖는다. 여기서 공통성은 주식가격 변화를 유의적으로 설명할 수 있는 공통요인의 속성에 해당한다. Chan, Karceski and Lakonishok(1999)는 Sharpe(1963)의 단일(시장)요인모형, Fama & French(1993)의 3요인모형, 그리고 다수의 요인으로 구성된 다요인모형 등에서 추정된 공통요인의 요인부하량(factor loading)으로부터 상관행렬을 추정하였다. 대표적으로 단일요인상관행렬(MC: market correlation matrix)와 3요인상관행렬(FF3C: Fama-French 3-factor correlation matrix)이 이용된다. 이 추정방법은 공통요인들의 속성만을 반영한 상관행렬을 이용함으로써 높은 공통성을 갖는 주식들에 대한 투자비중 기피의 문제점을 개선하였다. 셋째, 표본상관행렬과 구조화된 상관행렬을 가중 평균한 상관행렬을 이용하는 방법이다. 표본상관행렬은 포트폴리오 구성주식들에 관련된 모든 정보를 포함하는 비구조화된 상관행렬인 반면에, 공통요인을 반영한 상관행렬은 통제된 정보만을 포함하는 구조화된 상관행렬이다. Ledoit and Wolf(2003, 2004)에 의하여 고안된 shrinkage방법은 두 가지 상관행렬에 포함된 정보를 가중평균 하는 것이다. 고안된 방법의 가중치는 시간흐름에 따라 추정되는 공분산행렬의 추정오류를 최소화시키는 목적의 수리적 추정치이고, 결정된 가중치는 주식들의 공통성에 대한 조정비중 역할을 한다.<sup>3)</sup> 즉, 시간 흐

름에 따라 공통성 정도가 높은 기간에 가중치는 높은 값을, 반대의 경우에는 낮은 값을 갖도록 조정한다. 이들은 일정상관행렬(CC, Ledoit and Wolf, 2003)과 단일요인상관행렬(MC, Ledoit and Wolf, 2004) 각각에 표본상관행렬을 가장 평균한 상관행렬이 다른 상관행렬로부터의 최적 포트폴리오에 비교하여 우위를 갖는다는 실증적 증거를 제시하였다.

본 연구에서 채택한 상관행렬 추정방법은 기존연구에서와 같이 상관행렬에 포함된 속성을 조정하는 방법이지만, 기존연구와 다른 점은 시장요인의 속성을 제거한 상관행렬을 이용한다는 것이다. 금융 분야는 전통적으로 통계적 방법(주성분분석 등)에 근거하여 시장요인(가장 큰 고유치), 산업요인(두 번째부터 큰 고유치들) 등의 공통요인들을 추출해왔다(King, 1966; Roll and Ross, 1980; Trzcinka, 1986; Brown, 1989; Connor and Korajczyk, 1993 등). 주식자료로부터 추출되는 공통요인들은 선택된 표본 크기에 영향을 받지만, 표본에 관계없이 가장 큰 고유치는 시장요인의 속성을 갖는다(Eom, Jung, Kaizoji and Kim, 2009 등). 시장에서 거래되는 주식들은 상승과 하락의 시장상황 변화에 독립적일 수 없기 때문에 시장요인 속성을 공통적으로 포함한다. 특히, 시장붕괴 기간에 주식들에 포함된 시장요인의 공통성 크기는 급격히 증가하는 경향이 확인된다(Eom, Park, Kim and Kaizoji, 2015 등). 따라서 시장요인은 표본 크기에 관계없이 모든 주식들에 포함된 공통성이기 때문에 주식들 간의 상관관계 크기를 증가시킨다. 이는 낮은 상관행렬이 잘 분산 투자된 최적 포트폴리오를 구성하는데 유용하다는 포트폴리오 이론에 대조된다(Eom and Park, 2017; Eom, 2017 등). 더욱이 최적화함수의 입력변수 선호경향 때문에 높은 상관관계를 갖는 주식들은 투자비중 배분의 기피대상이 된다. Eom and Park (2018)은 시장요인 속성을 제거한 상관행렬(non-market correlation matrix, NC; 비시장상관행렬)을 이용한 최적화함수로부터 도출된 최적 포트폴리오의 투자성과가 기존 상관행렬 추정방법에 비교하여 우위에 있다는 실증적 증거를 보고하였다.

본 연구는 상관행렬을 이용한 최적 포트폴리오 개선의 연구목적으로 1990년~2017년

3) Ledoit and Wolf(2004, p. 115)는 논문의 부록에 shrinkage 가중치를 산출하는 수리적 과정을 구체적으로 제시하였고, 또한 수리적 과정에 대한 프로그램 코드(matlab m-file)를 Wolf의 홈페이지(<http://www.econ.uzh.ch/faculty/wolf.html>)에 오픈소스로 공개하고 있다. 본 연구에서 설계한 실증과정에서 shrinkage 추정방법에 관련된 부분은 그들이 제공한 오픈소스를 다운받아 이용하였다.

한국주식시장의 유가증권시장에서 거래된 주식들을 이용한다. 채택한 상관행렬의 추정방법은 Eom and Park(2018)의 연구를 따라 비시장상관행렬(NC)과 비교대상의 다양한 상관행렬의 추정방법을 이용한다. 입력변수의 예측오류에 따른 영향력을 확인하기 위하여, 입력변수(기대수익, 표준편차)의 확실성과 불확실성의 2가지 조건부에서 최적 포트폴리오에 대한 상관행렬의 영향을 비교 분석한다. 여기서 확실성 조건부는 기대수익과 표준편차에 예측오류가 없는 경우이고, 불확실성 조건부는 이들 입력변수들에 예측오류를 포함한 경우이다. 각 조건부의 가정은 상이한 세부 연구목적에 갖는다. 확실성 조건부는 상관행렬 추정방법별 최적 포트폴리오(최소분산 포트폴리오, 접선 포트폴리오)의 비교우위를 포트폴리오 수익, 위험 및 분산투자 각각의 관점에서 비교 관찰하는 것이다. 불확실성 조건부는 상관행렬 추정방법별 기대수익과 표준편차의 입력변수 예측오류가 최적 포트폴리오에 미치는 영향력을 민감도 분석을 통해 조사한다. 여기서 민감도는 진정한 값(예측오차가 없는 상황, 즉 확실성 조건부의 검증결과)에서 거짓된 값(예측오차가 있는 상황, 즉 불확실성 조건부의 검증결과)의 차이로 측정된다. 한편, 기존연구의 실증설계에 비교하여, 본 연구는 다음의 차별점을 갖는다. 첫째, 최적 포트폴리오에 대한 대표적 비교대상인 동일가중 포트폴리오와의 견고한 비교분석을 한다. 즉, DeMiguel, Garlappi, and Uppal(2009), Duchin and Levy(2009), Tu and Zhou(2011) 등의 기존연구들은 위험과 수익차원에서 최적 포트폴리오(최소분산 포트폴리오)의 수익과 위험이 동일가중 포트폴리오의 수익과 위험에 비교하여 열등하다는 증거를 제시하였다. 따라서 목적함수에 따라 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오로 구분하고, 각각을 위험과 수익차원에서 동일가중 포트폴리오와 가치가중 포트폴리오와의 비교 관찰을 한다. 둘째, 실무적 관점에서 실증설계의 변화에 따른 검증결과의 강건성을 확인한다. 다양한 시장상황의 변화를 고려하기 위하여 검증 기간은 1990년 7월부터 2017년 6월까지 27년의 장기간을 설정한다. 최적 포트폴리오의 실무 투자기간 적용을 위해 미래 투자기간의 길이를 3개월(108가지 하위기간)로 설정하고, 6개월(54가지 하위기간)과 12개월(27가지 하위기간)에 대해서도 동일한 검증과정을 수행한다. 각 하위기간별 분석대상 주식 집단은 검증 직전월에 주식 시장가치(market capitalization) 기준으로 상위 200개의 주식을 선택한다. 또한, 포트폴리오 구성주식의 숫자를 기본적으로 50개로 설정하고, 그 숫자를 100개까지 확대한다. 이는 최적화함수의

자산배분기능은 개인투자자 보다는 기관투자자들에 적합하기 때문에, 높은 유동성을 갖는 대규모 주식들을 관찰대상으로 설정하기 위해서이다. 이상의 언급과 같이, 본 연구는 대표적 비교대상인 동일가중 포트폴리오와의 체계적 비교 관찰을 하고, 실무 적용을 고려한 다양한 실증설계의 변화를 통해 기존연구와의 차별점을 기대한다.

주요 검증결과를 요약하면 다음과 같다. 첫째, 표본상관행렬을 이용한 최적화함수는 이 론에서 기대하는 잘 분산 투자된 최적 포트폴리오를 구성하지 못한다. 둘째, 동일가중 포트폴리오와 가치가중 포트폴리오는 사전적으로 잘 분산 투자된 포트폴리오이지만, 가치가중 포트폴리오는 한국주식시장에서 시장가치가 높은 몇몇 주식들에 집중적으로 높은 투자 비중을 배분하는 경향을 보인다. 셋째, 비시장상관행렬로부터 도출된 최적 포트폴리오는 다른 상관행렬에 비교하여 보다 잘 분산 투자된 포트폴리오를 구성하고, 이를 통해 낮은 위험과 높은 투자성적을 달성한다. 특히 비시장상관행렬을 이용하여 도출된 접선 포트폴리오는 다른 상관행렬에 비교하여 60% 수준의 위험 크기만을 부담한다. 넷째, 최적화함수의 입력변수(기대수익, 표준편차) 예측오류에 대한 영향력을 민감도 분석한 결과에 의하면, 비시장상관행렬로부터 도출된 최적 포트폴리오가 다른 상관행렬의 경우에 비교하여 입력변수 오류에 대한 민감도의 크기가 현저히 작다. 이는 미래기간 입력변수에 대한 예측 오류를 피할 수 없는 현실에서 실무투자를 개선할 수 있는 중요한 시사점이다. 이상의 검증결과는 실증설계의 변경(미래 투자기간 길이의 변경, 포트폴리오 구성주식 숫자의 변경)에 관계없이 견고함을 확인하였다.

본 연구는 서론에 이어 다음 장에서는 자료 및 기간, 그리고 주요 방법들을 소개한다. III 장은 확실성 조건부와 불확실성 조건부에 대한 검증결과로 구분 제시한다. IV장은 결론 및 시사점을 언급한다.

## II. 실증설계

### 1. 자료 및 기간

본 연구는 1990년 7월부터 2017년 6월의 기간 동안에 한국주식시장의 유가증권시장에서 상장 및 상장 폐지된 모든 주식들을 포함한 1,114개 개별주식들을 분석에 이용한다. 일별자료 주식가격 및 수익률자료 이외 투자성과 측정에 필요한 무위험이자율(통화안정증권 364일),<sup>4)</sup> 단일요인(시장)모형과 Fama-French 3요인(시장위험프리미엄(RMRF), 기업규모프리미엄(SMB), 가치프리미엄(HML))모형의 추정에 필요한 시장수익률과 기업규모, 장부-시장가치 등의 회계자료도 함께 이용한다. 전체 검증기간에 있어서 하위기간은 다음과 같이 설정한다. 하위기간은 최적화함수로부터 포트폴리오 구성주식들에 대한 투자비중을 산출하는 과거기간과 산출된 투자비중을 주식자료에 적용하는 미래 투자기간으로 구분된다. 최초 미래 투자시점은 7월이고, 투자기간 길이는 3개월이며, 과거기간은 12개월이다. 즉, 하위기간의 기간길이는 15개월이다. 하위기간의 기간이동은 미래 투자기간이 겹치지 않도록 설정하였기 때문에 전체 검증기간에서 총 108가지의 하위기간이 있다.<sup>5)</sup> 본 연구는 견고성 검증에서 채택한 미래 투자기간 6개월과 12개월 각각에서도 동일한 하위기간 설정방법을 적용한다. 각 하위기간에서 선택되는 주식들은 다음의 조건을 만족해야만 한다. 첫째, 한국증권거래소의 산업분류에 따라 제조업에 속하는 주식들 중에서 12

4) 한국주식시장에서 시장상황 변화를 잘 반영할 것으로 예상된 CD(91일)금리를 기준으로 무위험수익률의 선택문제가 위험프리미엄의 산출에 미치는 영향을 조사한 김인수와 홍정훈(2008)의 연구는 무위험수익률의 선택문제가 검증결과에 유의적인 영향을 미친다는 증거를 제시하지 못했다. 위험과 수익관계에서 시장베타 유용성을 검증한 엄철준(2012) 연구에서도 통화안정증권(364일)과 CD(91일) 간의 무위험수익률 선택문제가 검증결과에 의미 있는 차이를 만들지 못하는 것을 언급하였다. 한편, 은행권에서 대출금리의 산출기준에 포함된 CD금리가 새로운 금융상품(CMA) 도입에 따라 시장환경 변화가 아닌 은행권의 영업환경 변화에 급격하게 변화하는 금리왜곡현상이 확인됨에 따라 2010년 2월 COFIX(cost of fund index)로 변경되기도 하였다. 따라서 본 연구는 FnGuide에서 장기간의 자료를 제공하는 통화안정증권(364일)을 무위험수익률로 선택 사용한다.

5) 본 연구에서 설정한 기간이동 방법은 다음과 같다. 예를 들어, 미래 투자기간 3개월의 경우엔 첫 번째 하위기간은 과거기간 1989.07~1990.06의 12개월과 투자기간 1990.07~1990.09의 3개월로 구성되고, 두 번째 하위기간은 과거기간 1989.10~1990.09의 12개월과 투자기간 1990.10~1990.12의 3개월이다. 동일한 기간이동 방법에 의하여 마지막 108번째 하위기간은 과거기간 2016.04~2017.03의 12개월과 투자기간 2017.04~2017.06의 3개월이다.

월을 결산월로 갖는 주식들이다. 둘째, 각 하위기간에서 모든 자료 정보를 갖는 주식들이다. 셋째, 과거기간에서 최소 5개월 이상 동안에 0이 아닌 의미 있는 가격자료를 갖는 주식들을 선택한다. 넷째, 비음(-)의 시장가치와 비음(-)의 장부가치를 갖는 주식들이다. 마지막으로, 앞의 모든 조건을 만족하는 주식들은 전체 검증기간에서 최소 344개에서 최대 539개의 범위에 있고, 이들 주식들 중에서 투자기간 직전월 시장가치 기준으로 높은 값을 갖는 상위 200개의 주식들만을 분석에 이용한다. 시장가치가 높은 200개 주식들은 기관 투자자들의 주요 투자대상인 대규모 주식들의 집합(universe) 역할을 할 수 있다.

## 2. 검증방법

본 절에서는 최적화함수, 상관행렬 추정방법, 시뮬레이션 설계의 주요내용을 간단히 소개한다. 먼저, 최적화함수를 소개한다. Markowitz(1952)의 최적화함수는 위험과 수익 차원에서 지배이론의 원리를 수리적으로 만족시킨다. 최적화함수의 입력변수는 기대수익( $E(R_j)$ ), 표준편차( $\sigma_i, \sigma_j$ ), 상관행렬( $\rho_{i,j}$ )이고, 결과변수는 구성주식들에 대한 투자비중( $w_i, w_j$ )이다. 최적 포트폴리오는 목적함수에 따라 최소분산 포트폴리오(GMVP)와 접선 포트폴리오(TP)로 구분한다. 식(1)의 위험 최소화를 목적함수로 도출된 포트폴리오들 중에서 가장 작은 위험을 갖는 포트폴리오가 최소분산 포트폴리오이다.<sup>6)</sup>

$$\text{목적함수: 위험 최소화 } \sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{i,j}} \quad (1)$$

$$\text{제약식1: } E(R_p) = \sum_{j=1}^n E(R_j) = K \quad (K=\text{일정상수})$$

$$\text{제약식2: } \sum_{j=1}^n w_j = 1.0$$

$$\text{제약식3: } w_j \geq 0$$

6) 최소분산 포트폴리오는 입력변수인 공분산의 역행렬을 이용한 수리적 산출 공식에 의하여 직접적으로 구성주식들의 투자비중을 구할 수 있다(Merton, 1972; Fabozzi, et al., 2007). 수리적 산출 공식에서 쉽게 확인되는 것은 기대수익은 투자비중에 영향을 미치지 않는다. 한편, 이러한 산출 공식에 의한 투자비중은 공매에 대한 조건을 통제하기 쉽지 않다. 본 연구는 공매에 대한 제약조건을 통제하기 위하여 Markowitz의 위험최소화 목적함수로부터 최소분산 포트폴리오를 생성 및 이용한다.

식(2)의 접선 포트폴리오는 투자성과 최대화를 목적함수로 도출된 최적 포트폴리오이다.

$$\text{목적함수: 투자성과 최대화 } \theta_p = \frac{E(R_p) - R_f}{\sigma_p} \quad (2)$$

$$\text{제약식1: } \sum_{j=1}^n w_j = 1.0$$

$$\text{제약식2: } w_j \geq 0$$

위의 식에서 알 수 있듯이, 본 연구는 최적 포트폴리오에 영향을 미칠 수 있는 추가적인 제약식을 포함하지 않았고, 특히, 실무 적용을 고려하여 공매(short-sale,  $w_j \geq 0$ )를 허용하지 않는다.

다음으로, 상관행렬의 추정방법들을 소개한다. 상관행렬의 추정방법은 표본상관행렬(SC)을 포함해 총 9가지이다. 본 연구에서 최적화함수의 실무적용 개선을 위해 채택한 상관행렬은 시장요인의 속성을 제거한 비시장상관행렬(NC)이다. 비교대상 상관행렬은 다음과 같다. 전통적 최적화함수 검증과정에 이용되는 표본상관행렬(SC), Elton and Gruber(1973), Elton, et al.(1979) 등에 의해 제안된 일정상관행렬(CC), Chan, et al.(1999) 등에 의해 적용된 Sharpe(1963)의 단일요인상관행렬(MC)과 Fama and French(1993)의 3요인상관행렬(FF3C)이다. 그리고 비구조화된 표본상관행렬(SC)과 구조화된 상관행렬(NC, CC, MC, FF3C)간의 가중평균된 상관행렬(shNC, shCC, shMC, shFF3C)을 이용한 Ledoit and Wolf(2003, 2004)의 shrinkage 상관행렬이다. 각 상관행렬별 구체적인 추정방법은 논문의 지면관계로 <Appendix A>에 간단히 소개한다. 한편, 9가지 상관행렬들 중에서 단일요인상관행렬(MC)과 비시장상관행렬(NC)의 비교 관찰이 필요하다. 표본상관행렬은 포트폴리오를 구성하는 주식들에 관련된 모든 속성을 포함한다. 단일요인상관행렬은 표본상관행렬에 포함된 속성들 중에서 시장요인의 속성만을 포함한 상관행렬이고, 비시장상관행렬은 표본상관행렬에 포함된 속성들 중에서 시장요인의 속성만을 제거하고 나머지 모든 속성을 갖는 상관행렬이다. 따라서 두 가지 상관행렬의 차이를 통해 시장요인 속성의 상관행렬 포함여부가 최적 포트폴리오에 미치는 영향 차이를 확인할 수 있다.

마지막으로, 시물레이션 설계에 대한 내용을 소개한다. 시물레이션 설계는 검증과정에 포함될 포트폴리오 숫자와 관련된다. 선택 가능한 주식집단( $N=200$ )에서  $n=50$ 개의 주식을 무작위로 선택하여 포트폴리오를 구성한다. 포트폴리오의 숫자는 비복원추출방법의 조합(combination,  $C_n^N$ )에 의해 100가지로 한다. 즉, 각 하위기간에서 무작위로 선택된 50개의 주식으로 구성된, 상호 중복되지 않는 100가지의 포트폴리오를 이용한다. 그리고 100가지 포트폴리오 각각을 이용하여 최적화함수의 입력변수인 기대수익과 표준편차, 그리고 9가지 상관행렬 각각을 산출하고, 이를 이용하여 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오의 결과변수인 투자비중을 각각 생성한다. 이러한 과정은 108가지 하위기간에 대하여 반복 실험된다. 결국, 각 하위기간에서 1,800번의 반복추출 시물레이션( $=100 \times 9 \times 2$ )을 통해 검증결과를 산출하기 때문에, 전체기간에 대한 194,400번의 시물레이션( $=1,800 \times 108$ )을 한다. 이러한 시물레이션 설계는 검증결과의 신뢰성을 높인다. 한편, 불확실성 조건부 시물레이션을 위해 본 연구에서 고안한 입력변수 예측오류 생성기를 간단히 소개한다. 민감도 분석을 위해서는 진정한 값과 거짓된 값이 필요하다. 확실성 조건부는 입력변수에 예측오류가 포함되지 않은 경우( $E(R_{j,t}) = R_{j,t+1}$ ,  $E(\sigma_{j,t}) = \sigma_{j,t+1}$ )이고, 불확실성 조건부는 입력변수에 예측오류가 포함된 경우( $E(R_{j,t}) \neq R_{j,t+1}$ ,  $E(\sigma_{j,t}) \neq \sigma_{j,t+1}$ )이다. 따라서 민감도 크기는 확실성 조건부의 검증결과를 진정한 값으로 설정하고 불확실성 조건부의 검증결과를 거짓된 값을 설정한 후, 두 가지 간의 차이값으로 측정된다. 차이값은 평균제곱오차의 제곱근(RMSE: root mean squared error)에 대하여 보고하고, 논문에서 보고하지 않는 평균절대편차(MSE: mean squared error)의 경우에도 질적으로 차이가 없는 결과를 확인했다.<sup>7)</sup> 입력변수(기대수익, 표준편차)의 오류는 고안된 오류 생성기를 이용하여 생성한다.<sup>8)</sup> 오류 생성기는 오류의 범위(range)와 값(values)의 2가지로 구분

7) 평균제곱오차의 제곱근(RMSE)과 평균절대편차(MSE)는 다음의 식으로 산출한다. 즉,

$$RMSE_k = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (T_j - F_j)^2} ; MAE_k = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n |T_j - F_j|$$

여기서,  $T_j$ 는 진정한 값이고,  $F_j$ 는 거짓된 값이다.

8) 본 연구는 입력변수 기대수익과 표준편차의 예측방법에 따른 모형 비교를 연구범위에 포함하지 않는다. 설정한 연구목적은 상관행렬 추정방법의 개선을 통한 Markowitz 최적화함수의 실무 적용력 개선을 조사하는 것이기 때문이다. 한편, 어느 예측모형의 채택에 관계없이, 모형으로부터의 예측치는 예측오류를 포함한다. 본 연구는 민감도분석을 위해 설계한 예측오류 생성기를 통해 시물레이션에서 다양한 상황별 예측오류를 생성·이용하기 때문에,

한다. 첫째, 오류의 범위는 포트폴리오 구성주식들(50개) 중에서 오류를 갖는 주식의 숫자이다. 즉, 구성주식들 중에서 최소 1개 주식에서 최대 25개 주식까지 오류를 갖는 주식의 숫자를 확대한다. 검증결과는 1개, 5개, 10개, 25개의 4가지 경우를 보고한다. 둘째, 오류의 값은 오류를 갖는 각 주식들의 수익과 표준편차이다. Ledoit and Wolf(2003)는 무작위과정을 따르는 난수를 수익과 표준편차에 합산하여 오류 값으로 이용하지만, 본 연구는 Jorion(1992)에 근거하여 각 주식들이 과거기간에서 실현한 수익과 위험의 분포에서 선택한다. 즉, 각 주식별로 실현된 수익과 위험을 이용하기 때문에 보다 실무적 접근의 설계이다. 과거기간에서 산출되는 수익과 위험은 기간이 겹치지 않은 10가지를 이용한다. 따라서 각 하위기간에서 오류 생성기에 의하여 설정한 오류 범위(4가지)와 오류 값(10가지)에 의하여 수익과 표준편차는 각각 40가지 경우에 대하여 실험을 한다.<sup>9)</sup> 한편, 무작위 추출에 의한 시뮬레이션에서 일반적으로 보고되는 극단치의 영향을 통제하기 위해, 각 하위기간에서 산출된 검증결과들(1,800) 중에서 극단적 결과(상위5%, 하위5%)를 제외한다.<sup>10)</sup>

### III. 실증결과

#### 1. 확실성하에서 최적 포트폴리오 성과 비교

본 절에서는 확실성 조건부( $E(R_{j,t}) = R_{j,t+1}$ ,  $E(\sigma_{j,t}) = \sigma_{j,t+1}$ )에 따라 입력변수의 예측 오류가 없는 경우의 검증결과를 <Table 1>에 제시한다. 표는 비교 포트폴리오(동일가중

예측오류에 의한 영향을 실증적으로 확인할 수 있다.

- 9) 입력변수의 예측오류에 대한 민감도 분석의 반복실험 횟수는 다음과 같다. 각 하위기간에서 50개 주식으로 구성된 포트폴리오의 중복되지 않는 100가지 포트폴리오 조합의 각각에 대하여 적용하기 때문에, 각 하위기간에서 수익과 표준편차 각각에 4,000번( $=40 \times 100$ )의 결과를 산출한다. 그리고 미래 투자기간 3개월에 대한 총 하위기간은 108가지이기 때문에, 오류 생성기에 의하여 산출된 수익 오류와 표준편차 오류에 의한 검증결과는 각각 432,000번( $=4,000 \times 108$ )이고, 9가지 상관행렬 추정방법과 2가지 최적 포트폴리오에 대한 7,776,000번( $=432,000 \times 9 \times 2$ )의 시뮬레이션을 한다.
- 10) 본 연구는 논문의 지면관계로 극단치를 제거하지 않는 검증결과는 보고하지 않는다. 검증결과는 본문에서 보고하는 검증결과보다 설정된 검증가설을 보다 지지하는 증거를 보이고, 질적으로 차이가 없다. 즉, 본문에 보고된 검증결과는 극단치의 존재여부에 의미 있는 영향을 받지 않는다.

포트폴리오, 가치가중 포트폴리오)와 9가지 상관행렬 추정방법별 최적 포트폴리오(최소분산 포트폴리오, 접선 포트폴리오) 각각에 대한 수익과 위험, 투자성과(샤프성과지수), 집중화정도(HI)와 분산투자정도(NZ)의 검증결과를 제시한다. 포트폴리오 구성주식들에 대한 투자비중의 분산투자 정도와 편중된 집중화 정도는 다음의 산출식을 따른다.

$$NZ = \sum_{j=1}^n nz_j, \begin{cases} nz_j = 1, w_j > 0 \\ nz_j = 0, w_j = 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$HI = \sum_{j=1}^n w_j^2 \quad (4)$$

식(3)의 분산투자 측정치는 포트폴리오 내 구성주식들 중에서 0이 아닌 의미 있는 투자비중(non-zero weights,  $w_j > 0$ )을 갖는 주식의 숫자로, 높은 값을 가질수록 보다 잘 분산투자된 포트폴리오를 의미한다. 예를 들어, 50개의 주식으로 구성된 포트폴리오에 있어서  $NZ=50$ 은 완전하게 분산 투자된 포트폴리오이다. 동일가중 포트폴리오와 가치가중 포트폴리오는 사전적으로 완전하게 분산투자된 포트폴리오이다. 투자비중을 갖는 주식들( $nz$ )에 대하여, 투자비중의 편중된 집중화 여부는 식(4)의 허핀달지수(Herfindahl index, HI)를 이용해 측정된다. 예를 들어, 동일가중 포트폴리오는  $\frac{1}{nz}$ 의 방식이기 때문에, 50개의 주식으로 구성된 포트폴리오라면  $HI=0.02$ 의 값을 갖는다. 따라서 큰 값을 갖는 경우는 포트폴리오를 구성하는 주식들 중 일부 주식들에 편중된 투자비중을 배분한 것을 의미하고, 작은 값을 갖는 경우는 구성주식들에 골고루 잘 배분된 투자비중을 의미한다. <Table 1>의 검증결과는 비교 포트폴리오, 최소분산 포트폴리오, 접선 포트폴리오로 구분하여 살펴본다.

먼저, <Table 1>의 비교 포트폴리오의 검증결과이다. 동일가중 포트폴리오는 가치가중 포트폴리오에 비교하여 수익은 높지만 위험은 낮은 수준이다. 즉, 동일가중 포트폴리오의 샤프성과지수가 가치가중 포트폴리오 보다 높은 값을 보인다. 이는 위험과 수익 차원에서 동일가중 포트폴리오가 가치가중 포트폴리오에 비교하여 우월하다는 것을 의미한다. 이러한 관찰의 가능한 설명은 다음과 같다. 동일가중 포트폴리오와 가치가중 포트폴리오는 사전적으로 완전하게 분산 투자된 포트폴리오이다. 투자비중 배분방식에서 동일가중 포트폴

리오는 모든 구성주식들에 동일한 투자비중을 배분 하는 반면에, 가치가중 포트폴리오는 높은 시장가치를 갖는 일부 구성주식들에 편중된 집중화 경향이 높다. 이는 허핀달지수 비교에서 가치가중 포트폴리오가 동일가중 포트폴리오에 비교하여 8배 이상 높은 값을 갖는 것에서 분명히 확인된다. 결국 가치가중 포트폴리오는 편중된 투자비중 배분에 기인하여 위험과 수익차원에서 동일가중 포트폴리오에 비교하여 열등하다.

다음으로, <Table 1>의 최소분산 포트폴리오에 대한 검증결과이다. 최소분산 포트폴리오는 동일가중 포트폴리오에 비교하여 낮은 수익과 낮은 위험을 갖는다. 상관행렬의 추정 방법들 중에서, 비시장상관행렬을 이용한 최소분산 포트폴리오는 다른 상관행렬에 비교하여 양(+)의 수익과 양(+)의 투자성과(샤프성과지수)를 갖고, 그리고 높은 위험과 높은 분산 투자정도를 보인다. 구체적 검증결과를 확인하면 다음과 같다.

<Table 1> Performance of Optimal Portfolio in 3-month Holding Period

	Return	Risk	Sharpe index	Herfindahl index	Non-zero weight
Panel A: Comparative portfolio					
EW	0.0193 <sup>c</sup> (1.65)	0.0140 <sup>a</sup> (12.67)	3.10 <sup>a</sup> (2.72)	0.0200 (0.00)	50.00
VW	0.0169 (1.53)	0.0183 <sup>a</sup> (11.46)	1.49 <sup>c</sup> (1.93)	0.1654 <sup>a</sup> (40.87)	50.00
Panel B: Global minimum variance portfolio (GMVP)					
SC	-0.0076 (-1.17)	0.0055 <sup>a</sup> (10.15)	-3.56 <sup>b</sup> (-2.14)	0.1519 <sup>a</sup> (25.32)	18.32
CC	-0.0131 <sup>b</sup> (-2.35)	0.0054 <sup>a</sup> (10.66)	-5.68 <sup>a</sup> (-3.60)	0.1834 <sup>a</sup> (20.05)	17.27
shrinkage	-0.0096 (-1.58)	0.0053 <sup>a</sup> (10.19)	-4.59 <sup>a</sup> (-2.78)	0.1610 <sup>a</sup> (24.18)	18.38
CC	-0.0058 (-0.79)	0.0058 <sup>a</sup> (10.12)	-2.17 (-1.22)	0.1199 <sup>a</sup> (24.76)	22.95
shrinkage	-0.0075 (-1.13)	0.0055 <sup>a</sup> (10.07)	-3.47 <sup>b</sup> (-2.02)	0.1442 <sup>a</sup> (24.36)	19.76
MC	-0.0055 (-0.82)	0.0055 <sup>a</sup> (10.17)	-2.96 <sup>c</sup> (-1.69)	0.1324 <sup>a</sup> (24.54)	21.07
shrinkage	-0.0076 (-1.16)	0.0054 <sup>a</sup> (10.09)	-3.56 <sup>b</sup> (-2.09)	0.1463 <sup>a</sup> (24.34)	19.37
F3C	0.0053 (0.54)	0.0105 <sup>a</sup> (11.79)	1.59 (1.30)	0.0256 <sup>a</sup> (79.56)	49.89
shrinkage	-0.0073 (-1.09)	0.0056 <sup>a</sup> (10.10)	-3.15 <sup>c</sup> (-1.87)	0.1290 <sup>a</sup> (22.55)	22.65
NC					

Panel C: Tangency portfolio (TP)					
SC	0.4020 <sup>a</sup> (18.68)	0.0232 <sup>a</sup> (9.90)	28.61 <sup>a</sup> (14.62)	0.2963 <sup>a</sup> (21.47)	7.33
CC	0.4405 <sup>a</sup> (16.80)	0.0258 <sup>a</sup> (10.98)	26.32 <sup>a</sup> (15.07)	0.3122 <sup>a</sup> (22.29)	6.76
shrinkage	0.4182 <sup>a</sup> (17.99)	0.0240 <sup>a</sup> (10.35)	28.06 <sup>a</sup> (14.71)	0.3034 <sup>a</sup> (22.03)	7.09
MC	0.3884 <sup>a</sup> (18.87)	0.0215 <sup>a</sup> (10.36)	29.62 <sup>a</sup> (14.50)	0.2607 <sup>a</sup> (19.62)	8.67
shrinkage	0.4007 <sup>a</sup> (18.66)	0.0229 <sup>a</sup> (9.90)	28.99 <sup>a</sup> (14.52)	0.2888 <sup>a</sup> (20.80)	7.64
MC	0.3961 <sup>a</sup> (18.57)	0.0221 <sup>a</sup> (10.22)	29.24 <sup>a</sup> (14.57)	0.2753 <sup>a</sup> (20.45)	8.06
F3C	0.4016 <sup>a</sup> (18.62)	0.0230 <sup>a</sup> (9.88)	28.91 <sup>a</sup> (14.53)	0.2913 <sup>a</sup> (20.98)	7.54
shrinkage	0.4016 <sup>a</sup> (18.62)	0.0230 <sup>a</sup> (9.88)	28.91 <sup>a</sup> (14.53)	0.2913 <sup>a</sup> (20.98)	7.54
F3C	0.2111 <sup>a</sup> (25.54)	0.0137 <sup>a</sup> (11.18)	23.98 <sup>a</sup> (15.98)	0.1020 <sup>a</sup> (9.79)	28.84
NC	0.3829 <sup>a</sup> (18.62)	0.0213 <sup>a</sup> (9.80)	30.01 <sup>a</sup> (14.50)	0.2592 <sup>a</sup> (19.50)	8.70
shrinkage	0.3829 <sup>a</sup> (18.62)	0.0213 <sup>a</sup> (9.80)	30.01 <sup>a</sup> (14.50)	0.2592 <sup>a</sup> (19.50)	8.70
NC					

Note: The t-statistics in parenthesis are presented as 'a', 'b', and 'c', representing significance levels of 1%, 5%, and 10%, respectively.

첫째, 비시장상관행렬을 제외한 나머지 상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오와 동일가중 포트폴리오의 결과를 비교한다. 최소분산 포트폴리오는 평균적으로 음(-)의 수익을 갖지만, 위험의 크기는 동일가중 포트폴리오 위험의 38~41% 수준에 불과하다. 최소분산 포트폴리오는 예상과 달리 분산투자정도가 매우 낮고, 특히 몇몇 주식에 편중된 투자비중의 배분을 보인 것이다. 즉, 포트폴리오 내 50개 구성주식들 중에서 0이 아닌 투자비중(가중치 > 0)을 갖는 주식 숫자는 평균적으로 17~23개 수준이고, 특히 투자비중을 갖는 주식들 중에서 몇몇 주식들에 편중된 투자비중의 집중화 정도는 동일가중 포트폴리오에 비교하여 7배~9배 이상 높다. 결국, 위험 최소화의 목적함수 달성을 위해 낮은 위험을 갖는 몇몇 주식들에 편중된 투자비중을 배분함에 따라 DeMiguel et al.(2009)의 주장과 같이, 동일가중 포트폴리오 보다 열등한 포트폴리오를 갖는다. 둘째, 비시장상관행렬(NC)로부터의 최소분산 포트폴리오와 동일가중 포트폴리오의 결과를 비교한다. 최소분산 포트폴리오는 양(+)의 포트폴리오 수익을 보이고, 그 크기는 동일가중 포트폴리오에 비교해 28%수준이다. 그런데, 위험 크기는 동일가중 포트폴리오에 비교하여 불과 75% 수준이다. 이는 최소분산 포트폴리오의 분산투자정도가 높는데 기인한다. 포트폴리오 내 50개의 구성주식들

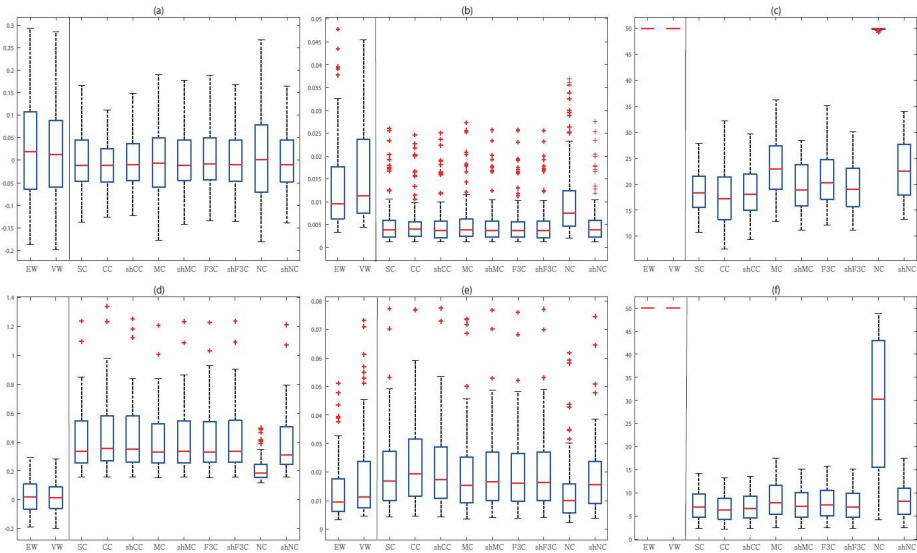
중에서 0이 아닌 투자비중을 갖는 주식 숫자(가중치 $>0$ )는 평균적으로 약 50개 이고, 투자비중을 갖는 주식들 중에서 몇몇 주식들에 편중된 투자비중의 집중화 정도는 매우 낮은 수준이며, 완전 분산 투자된 동일가중 포트폴리오에 비교하여 약 1.3배에 불과하다. 결국, 비시장상관행렬로부터 도출된 최소분산 포트폴리오는 동일가중 포트폴리오에 비교하여 낮은 위험과 낮은 수익으로 비교우위의 평가가 어렵지만, 가치가중 포트폴리오보다는 위험과 수익차원에서 우월한 포트폴리오이다. 즉, DeMiguel et al.(2009)의 주장과 다소 상이하다.

마지막으로, <Table 1>의 접선 포트폴리오에 대한 검증결과이다. 접선 포트폴리오는 동일가중 포트폴리오와 가치가중 포트폴리오에 비교하여 높은 수익과 높은 위험을 보인다. 상관행렬의 추정방법들 중에서, 비시장상관행렬을 이용한 접선 포트폴리오는 다른 상관행렬에 비교하여 매우 높은 투자비중의 분산정도를 보인다. 구체적 검증결과를 확인하면 다음과 같다. 첫째, 비시장상관행렬을 제외한 나머지 상관행렬로부터의 접선 포트폴리오와 동일가중 포트폴리오의 결과를 비교한다. 접선 포트폴리오의 위험 크기는 동일가중 포트폴리오에 비교하여 1.5배~1.9배 높고, 수익 크기는 20배~23배 높다. 한편, 접선 포트폴리오는 몇몇 구성주식들에 매우 편중된 투자비중을 배분한다. 즉, 포트폴리오 내 50개 구성주식들 중에서 14%~18%의 주식들만 투자비중을 갖고, 더욱이 배분된 주식들 내에서도 편중된 집중화 정도가 높다. 둘째, 비시장상관행렬로부터의 접선 포트폴리오와 동일가중 포트폴리오의 결과를 비교한다. 접선 포트폴리오는 50개의 구성주식들 중에서 57%의 주식들에 투자비중을 배분한다. 이는 다른 상관행렬로부터의 접선 포트폴리오에 비교하여 매우 높은 분산투자정도와 낮은 편중된 집중화 정도를 나타낸다. 접선 포트폴리오는 동일가중 포트폴리오에 비교하여 위험 크기는 0.99배 수준이지만, 수익 크기는 11배 이상 높다. 위험과 수익 차원에서 샤프성과지수를 비교하면, 접선 포트폴리오는 동일가중 및 가치가중 포트폴리오에 비교하여 7.7배~9.6배 높은 값을 갖는다. 흥미롭게도 비시장상관행렬로부터의 접선 포트폴리오는 동일가중 포트폴리오에 비교하여 낮은 위험과 높은 수익을 갖는다. 결국 접선 포트폴리오는 DeMiguel et al.(2009)의 주장과 달리 위험과 수익 차원에서 동일가중 포트폴리오보다 비교우위에 있다.

이제, 본 연구는 <Table 1>에서 확인된 주요 검증결과의 해석에 대한 신뢰성 제고를 위

하여 시각적으로 재확인한다. 검증결과는 각 하위기간에서 관찰된 포트폴리오 성과들의 분포를 비교한 <Figure 1>, 포트폴리오 분산투자 정도와 집중화 정도 간의 관계를 확인한 <Figure 2>, 포트폴리오 분산투자 정도와 투자성과 간의 관계를 확인한 <Figure 3>으로 구분하여 제시한다. 그림은 최소분산 포트폴리오, 접선 포트폴리오, 동일가중 포트폴리오, 그리고 가치가중 포트폴리오를 함께 표시한다.

<Figure 1> Performance Distribution of Optimal Portfolio in the Whole Period



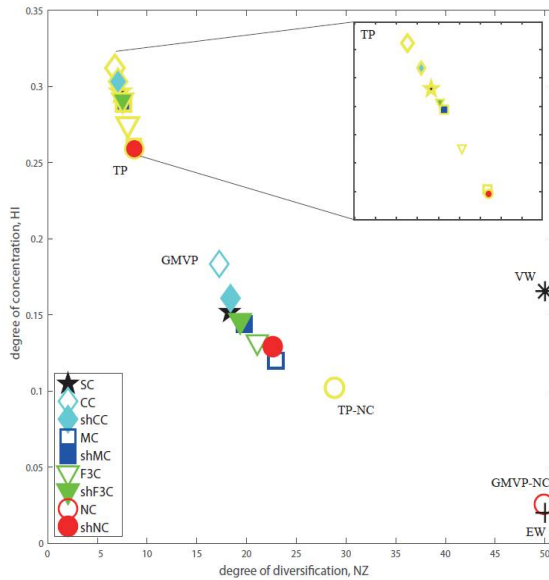
Note: Figures show performance distribution for global minimum variance portfolio in figures a, b, & c and tangency portfolio in figures d, e, & f, along with equal-weighted and value-weighted portfolios, using box-plot method. X-axis is divided by equal-weighted portfolio, value-weighted portfolio, and optimal portfolio according to estimation method of 9-type correlation matrix.

첫째, <Figure 1>은 전체 검증기간의 108가지 하위기간에서 각각 관찰된 포트폴리오 수익, 위험, 분산투자 정도에 대한 분포적 비교를 box-plot방법을 이용하여 비교하였다. 그림에서, 최소분산 포트폴리오는 동일가중 및 가치가중 포트폴리오에 비교하여 낮은 수익, 낮은 위험, 그리고 낮은 분산투자정도를 갖는다. 비시장상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오는 다른 상관행렬에 비교하여 높은 수익, 높은 위험, 그리고 높은 분산투자정도를 갖는다. 한편, 접선 포트폴리오는 동일가중 및 가치가중 포트폴리오에 비교하여 높은 수

익, 높은 위험, 그리고 낮은 분산투자정도를 갖고, 다른 상관행렬에 비교하여 낮은 수익, 낮은 위험, 그리고 높은 분산투자정도를 갖는다.

둘째, <Figure 2>는 포트폴리오 구성주식의 투자비중에 대한 분산투자 정도와 편중된 집중화 정도 간의 관계를 산포도를 이용하여 비교하였다. 그림에서 잘 분산 투자된 포트폴리오는 구성주식들에 대한 분산투자 정도는 높아야 하고, 투자비중이 몇몇 주식들에 편중된 집중화는 낮아야 하기 때문에 위치는 그림의 오른쪽 하단이다. 반대로 잘 분산 투자되지 않고 몇몇 주식들에 편중된 포트폴리오는 그림의 왼쪽 상단에 위치하게 된다. 그림에서, 사전적으로 완전하게 분산 투자된 동일가중 포트폴리오와 가치가중 포트폴리오는 그림의 가장 오른쪽에 위치한다. 동일가중 포트폴리오는 구성주식들에 동일한 비율의 투자비중을 골고루 반영하기 때문에 가장 높은 분산투자정도와 가장 낮은 집중화정도를 보인다. 가치가중 포트폴리오의 투자비중 집중화 정도는 동일가중 포트폴리오에 비교하여 매우 높다. 흥미롭게도, 가치가중 포트폴리오의 투자비중 집중화 정도는 대부분의 최소분산 포트폴리오와 비시장상관행렬로부터의 접선 포트폴리오보다 높은 수준이다. 이는 한국주식시장에서 거래되는 주식들 중에, 몇몇 대규모 주식들이 다른 주식들에 비교하여 매우 높은 시장규모를 갖는 것에 기인한다. 따라서 가치가중 포트폴리오는 다양한 연구주제의 비교 포트폴리오로 활용되지만, 포트폴리오 내 구성주식들에 대한 투자비중의 편중된 집중도가 매우 높다는 점을 주의할 필요가 있다는 것을 시사한다. 한편, 비시장상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오는 다른 상관행렬에 비교하여 높은 분산투자정도와 낮은 집중화 정도를 보인다. 특히, 비시장상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오에 대한 분산투자와 집중화는 동일가중 포트폴리오와 매우 유사하다. 결국, 비시장상관행렬로부터 도출된 최적 포트폴리오의 비교우위는 보다 잘 분산 투자된 포트폴리오를 구성한다는 것에 기인한다.

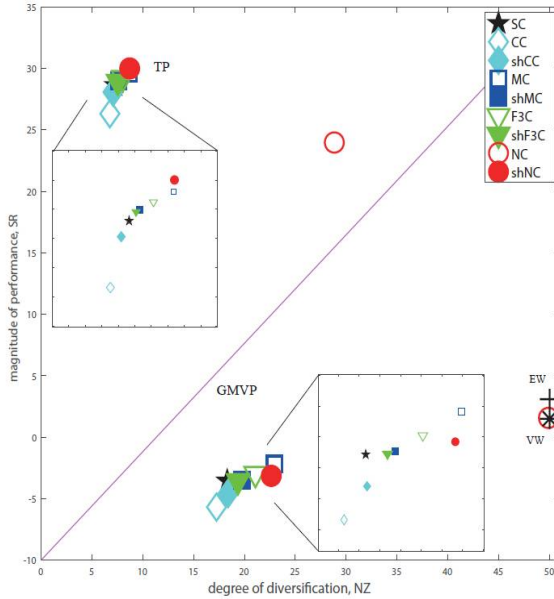
〈Figure 2〉 Relationship between Degree of Diversification and Level of Concentration



셋째, 〈Figure 3〉은 포트폴리오 구성주식의 투자비중에 대한 분산투자 정도와 투자성과(샤프성과지수) 간의 관계를 산포도를 이용하여 비교하였다. 그림에서 투자성과 최대화의 목적함수로부터 도출된 접선 포트폴리오는 투자성과가 높은 위쪽 방향에 위치하고, 위험 최소화 목적함수로부터 도출된 최소분산 포트폴리오는 아래쪽 방향에 위치한다. 그림에서, 최소분산 포트폴리오는 접선 포트폴리오에 비교하여 높은 분산투자정도를 가짐에 따라 그림의 오른쪽에 위치하는 경향이 있고, 낮은 투자성과를 가짐에 따라 그림의 아래쪽에 위치하는 경향을 보인다. 반대로 접선 포트폴리오는 최소분산 포트폴리오에 비교하여 높은 투자성과를 가짐에 따라 그림의 위쪽에 위치하고, 낮은 분산투자 정도를 가짐에 따라 그림의 왼쪽에 위치하는 경향을 보인다. 비시장상관행렬을 통해 도출된 최소분산 포트폴리오는 동일가중 포트폴리오와 유사한 위치에 있고, 다른 상관행렬에 비교하여 높은 투자성과를 갖는 위쪽에 위치한다. 접선 포트폴리오는 동일가중 포트폴리오에 비교하여 높은 투자성과를 갖고, 투자비중의 분산투자 정도는 낮지만, 나머지 상관행렬에 비교하여 매우 높은 투자비중의 분산투자정도를 갖는다. 결국, 비시장상관행렬로부터 도출된 최적 포트

폴리오의 비교우위는 역시 보다 잘 분산 투자된 포트폴리오의 구성에 기인한다는 것을 알 수 있다.

〈Figure 3〉 Relationship between Degree of Diversification and Investment Performance



이상의 검증결과를 통해, 본 연구는 표본상관행렬을 이용한 전통적 최적화함수는 이론적으로 기대하는 잘 분산 투자된 최적 포트폴리오를 구성하지 못한다. 비시장상관행렬로부터 도출된 최소분산 포트폴리오는 동일가중 포트폴리오에 비교하여 낮은 위험과 낮은 수익으로 비교우위의 평가가 어렵지만, 가치가중 포트폴리오 보다는 위험과 수익차원에서 우월한 포트폴리오이다. 그리고 다른 상관행렬에 비교하여 양(+)의 수익과 양(+)의 투자성과(샤프성과지수)를 갖고, 높은 위험과 높은 분산투자정도를 보인다. 비시장상관행렬로부터 도출된 접선 포트폴리오는 동일가중 포트폴리오와 가치가중 포트폴리오에 비교하여 높은 수익과 높은 위험을 보인다. 위험과 수익 차원에서 접선 포트폴리오의 투자성과는 동일가중 및 가치가중 포트폴리오에 비교하여 매우 높다. 결국 접선 포트폴리오 관점에서 DeMiguel et al.(2009)의 주장과 달리 동일가중 포트폴리오보다 비교우위에 있다. 이와

같은 비교우위는 다른 상관행렬에 비교하여 보다 잘 분산 투자된 포트폴리오를 구성하는 것에 기인한다. 한편, 모든 검증결과에서 비시장상관행렬로부터의 최적 포트폴리오가 단일요인상관행렬의 최적 포트폴리오에 비교하여 우위에 있다. 이는 시장요인이 위험과 수익 차원에서 최적 포트폴리오 구성에 부정적인 영향을 미친다는 기존연구에 일치한다 (Eom and Park, 2017; Eom, 2017). 또한, 본 연구는 실증설계 변화에 의한 강건성 검증을 통해 검증결과 해석의 신뢰성을 높였다. 첫째, 포트폴리오의 미래 투자기간의 길이를 변화시킨다. 즉, 3개월의 투자기간을 6개월과 12개월로 장기화하였다. 검증결과는 논문의 지면관계로 <Appendix B: Table 1>과 <Appendix B: Table 2>에 제시한다. 둘째, 포트폴리오의 구성주식 숫자를 증가시킨다. 즉, 50개 주식의 숫자를 100개로 증가시켰다. 검증결과는 논문의 지면관계로 <Appendix B: Table 3>에 제시한다. 강건성 검증에 의한 검증결과는 질적으로 앞에서 관찰된 검증결과와 다르지 않다.

## 2. 불확실성하에서 최적 포트폴리오 민감도 분석

본 절에서는 불확실성 조건부에 따라 최적 포트폴리오의 입력변수 기대수익과 표준편차 오류에 대한 민감도를 조사한 검증결과를 <Table 2>에 제시한다. 앞의 검증결과에서 비시장상관행렬로부터의 최적 포트폴리오가 다른 상관행렬로부터의 최적 포트폴리오에 비교하여 수익, 위험, 분산투자 등에서 비교우위를 갖는다는 증거를 제시하였다. 이제, 비교우위의 다른 관점에서 비시장상관행렬로부터 도출된 최적 포트폴리오가 다른 상관행렬에 비교하여 미래기간 입력변수 예측오류에 대해 보다 작은 민감도를 갖는지 여부를 조사한다. 민감도 분석은 진정한 값과 거짓된 값 간의 차이로 산출된다. 여기서 진정한 값은 확실성 조건부의 검증결과인 <Table 1>을, 거짓된 값은 예측오류를 갖는 기대수익과 표준편차를 이용한 검증결과를 이용한다.

<Table 2>는 입력변수인 기대수익과 표준편차 각각의 오류에 대한 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오의 수익과 위험에 미치는 민감도의 검증결과이다. 비교우위의 평가 기준은 입력변수 오류에 대해 가장 작은 민감도를 갖는 포트폴리오이다. 검증결과에 의하면, 비시장상관행렬로부터 도출된 최적 포트폴리오가 다른 상관행렬에 비교하여 입력변수

오류에 대한 민감도의 크기가 현저히 작다는 것을 알 수 있다. 구체적 검증결과는 다음과 같다. 첫째, 오류 범위가 증가함에 따라 입력변수 오류가 최적 포트폴리오 수익과 위험에 미치는 영향력이 증가한다. 즉, 포트폴리오 구성주식들 중에서, 최소 1개에서 최대 25개 (50%)로 예측오류를 갖는 주식 숫자가 증가함에 따라 최적 포트폴리오의 수익과 위험에 대한 민감도 크기는 증가한다. 입력변수 기대수익과 표준편차 오류 간의 최적 포트폴리오에 미치는 영향력을 비교하면, 기대수익 오류에 의한 영향력이 표준편차 오류에 의한 영향력보다 크다. 한편 입력변수 오류가 최소분산 포트폴리오에 미치는 영향력보다는 접선 포트폴리오에 미치는 영향력이 평균적으로 크다. 둘째, 상관행렬 추정방법별 최적 포트폴리오에 대한 민감도 비교이다. 입력변수 오류에 대하여 비시장상관행렬로부터 도출된 최적 포트폴리오가 다른 상관행렬에 비교하여 민감도 크기는 매우 작다. 예를 들어, 오류범위가 구성주식 1개인 경우에, 표준편차 오류에 대한 비시장상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오는 다른 상관행렬에 비교하여 수익에 대한 민감도는 16%~39% 범위에 있고, 위험에 대한 민감도는 6%~19% 범위에 있다. 접선 포트폴리오에 있어서 기대수익 (표준편차) 오류에 대한 비시장상관행렬의 경우는 다른 상관행렬의 경우에 비교하여 수익에 대한 민감도는 54%~64% (24%~46%) 범위이고, 위험에 대한 민감도는 41%~54% (25%~30%) 범위이다. 또한, 오류범위가 증가하는 경우도 비시장상관행렬로부터 도출된 최적 포트폴리오는 다른 상관행렬에 비교하여 입력변수 오류에 대한 민감도가 작다. 예를 들어, 오류범위가 구성주식 25개 (50%)인 경우에, 표준편차 오류에 대한 비시장상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오는 다른 상관행렬에 비교하여 수익에 대한 민감도는 34%~54% 범위에 있고, 위험에 대한 민감도는 26%~40% 범위에 있다. 접선 포트폴리오에 있어서 기대수익 (표준편차) 오류에 대한 비시장상관행렬의 경우는 다른 상관행렬의 경우에 비교하여 수익에 대한 민감도는 56%~63% (22%~26%) 범위이고, 위험에 대한 민감도는 29%~38% (3%~6%) 범위이다. 결국, 비시장상관행렬로부터의 최적 포트폴리오는 다른 상관행렬에 비교하여 입력변수 예측오류에 대한 민감도가 작기 때문에 비교우위에 있다.

〈Table 2〉 Sensitivity Test by Effect of Input Error on Optimal Portfolio: RMSE

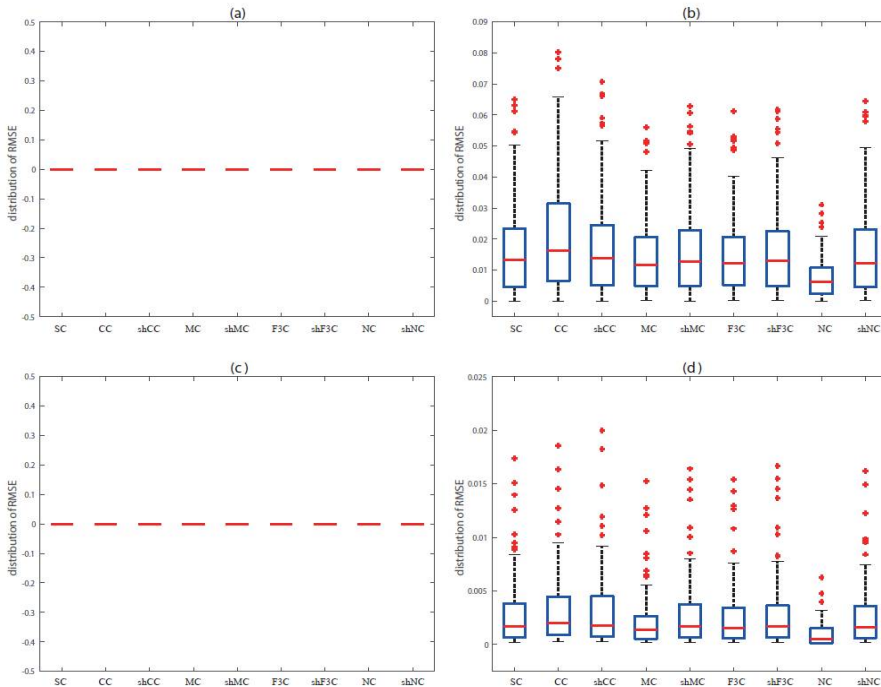
	GMVP		Tangency portfolio			
	Risk error		Return error		Risk error	
	Return	Risk	Return	Risk	Return	Risk
Panel A: error range by 1 stock in the portfolio						
표본상관관계, SC	0.003190	0.000407	0.034187	0.001115	0.002739	0.000226
일정상관관계, CC	0.003563	0.000618	0.034604	0.001157	0.002659	0.000239
shrinkage CC	0.003481	0.000518	0.034364	0.001121	0.002910	0.000227
시장상관관계, MC	0.001456	0.000185	0.028914	0.000885	0.001495	0.000194
shrinkage MC	0.002940	0.000354	0.032990	0.001049	0.002604	0.000216
3요인상관관계, F3C	0.002453	0.000274	0.033325	0.001076	0.002317	0.000199
shrinkage F3C	0.003012	0.000379	0.034050	0.001117	0.002653	0.000222
비시장상관관계, NC	0.000573	0.000035	0.018590	0.000474	0.000693	0.000059
shrinkage NC	0.002733	0.000296	0.032551	0.001001	0.002263	0.000205
Panel B: error range by 5 stocks (10%) in the portfolio						
표본상관관계, SC	0.009316	0.001029	0.087856	0.002201	0.007376	0.002027
일정상관관계, CC	0.011699	0.001818	0.096478	0.002765	0.009361	0.002238
shrinkage CC	0.010690	0.001318	0.090213	0.002343	0.008217	0.002140
시장상관관계, MC	0.006097	0.000556	0.081256	0.002315	0.006452	0.001826
shrinkage MC	0.008872	0.000942	0.086603	0.002181	0.007297	0.001995
3요인상관관계, F3C	0.007677	0.000756	0.086396	0.002267	0.007273	0.001831
shrinkage F3C	0.008910	0.000968	0.087772	0.002210	0.007438	0.001991
비시장상관관계, NC	0.002231	0.000173	0.057238	0.001062	0.002875	0.000415
shrinkage NC	0.008304	0.000857	0.084023	0.001971	0.006410	0.001731
Panel C: error range by 10 stocks (20%) in the portfolio						
표본상관관계, SC	0.011373	0.001548	0.129992	0.003559	0.013102	0.003458
일정상관관계, CC	0.015444	0.002427	0.143545	0.004391	0.015182	0.003602
shrinkage CC	0.012807	0.001785	0.133936	0.003761	0.014301	0.003528
시장상관관계, MC	0.009208	0.000923	0.122506	0.003741	0.012214	0.003172
shrinkage MC	0.011111	0.001440	0.128692	0.003612	0.012890	0.003385
3요인상관관계, F3C	0.009762	0.001193	0.128255	0.003752	0.012815	0.003353
shrinkage F3C	0.011039	0.001464	0.129876	0.003624	0.013128	0.003412
비시장상관관계, NC	0.004130	0.000448	0.084303	0.001600	0.005637	0.000928
shrinkage NC	0.011028	0.001443	0.124404	0.003323	0.011586	0.003019
Panel D: error range by 25 stocks (50%) in the portfolio						
표본상관관계, SC	0.022957	0.004480	0.232134	0.004907	0.140595	0.834732
일정상관관계, CC	0.031225	0.005710	0.254617	0.006507	0.169558	1.217873
shrinkage CC	0.024660	0.004800	0.240336	0.005406	0.152382	1.003033
시장상관관계, MC	0.019238	0.003661	0.225481	0.005195	0.140524	0.806088
shrinkage MC	0.022519	0.004477	0.231460	0.005005	0.142762	0.873395

3요인상관관계, F3C	0.020803	0.004057	0.231255	0.005266	0.147074	0.921719
shrinkage F3C	0.022572	0.004513	0.232375	0.005064	0.144354	0.900939
비시장상관관계, NC	0.010475	0.001459	0.142201	0.001876	0.036492	0.035623
shrinkage NC	0.022424	0.004403	0.221299	0.004210	0.123922	0.640636

Note: The t-statistics in parenthesis are presented as 'a', 'b', and 'c', representing significance levels of 1%, 5%, and 10%, respectively.

이제 <Table 2>에서 확인된 주요 검증결과의 해석에 대한 신뢰성 제고를 위하여 시각적으로 재확인한다. 검증결과는 각 하위기간에서 관찰된 최소분산 포트폴리오에 대한 민감도 검증결과의 분포적 비교를 확인한 <Figure 4>, 각 하위기간에서 관찰된 접선 포트폴리오에 대한 민감도 검증결과의 분포적 비교를 확인한 <Figure 5>에 각각 제시한다. 검증결과의 평가기준은 가장 작은 민감도 크기를 갖는 상관행렬 추정방법을 확인하는 것이다.

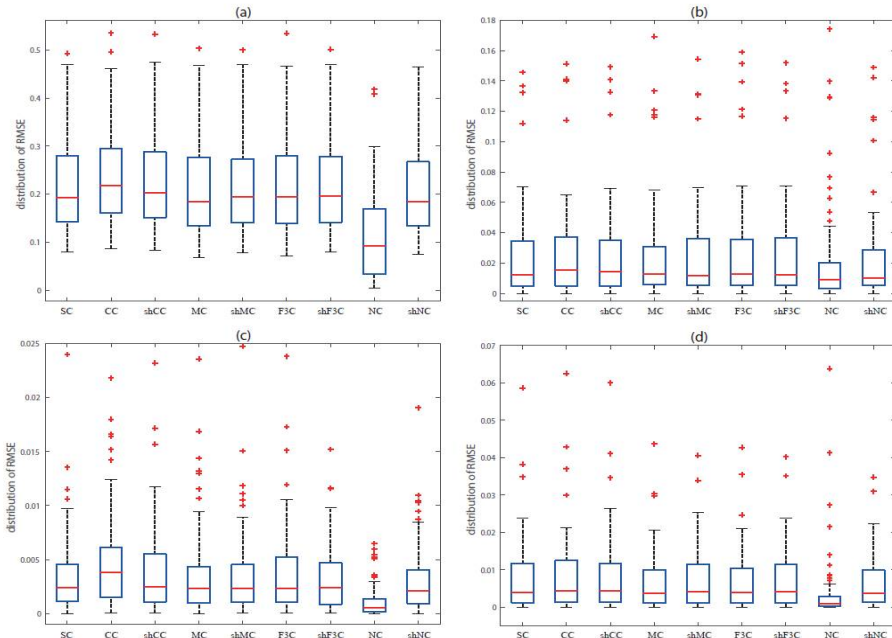
<Figure 4> Sensitivity test by Effect of Input Error on GMVP Portfolio with 25 Stocks



Note: Figures show results for sensitivity test from input error by return (figures a & c) and risk (figures b & d) measured by RMSE. This is the case from effect for 25 stocks in a portfolio, which have input error of expected return and standard deviation. In figures, X-axis indicates 9-type optimal portfolios and Y-axis indicates RMSE.

먼저, 〈Figure 4〉은 입력변수 기대수익과 표준편차의 오류가 최소분산 포트폴리오의 수익과 위험에 미치는 영향을 나타낸다. 입력변수 기대수익과 표준편차에 대한 검증결과는 다음과 같다. 첫째, 기대수익 오류에 대한 최소분산 포트폴리오의 수익과 위험 민감도 비교이다. 최소분산 포트폴리오의 투자비중 산출과정에 기대수익 오류는 영향을 미치지 못한다. 즉, 그림에서 민감도 크기는 '0'의 값을 보여준다. 둘째, 표준편차 오류에 대한 최소분산 포트폴리오의 수익과 위험 민감도 비교이다. 표준편차 오류에 대한 최소분산 포트폴리오의 수익과 위험(표준편차)에 대한 민감도 크기는 포트폴리오 수익에 대해 보다 크다. 상관행렬 추정방법들 중에서, 비시장상관행렬에 대한 최소분산 포트폴리오의 수익과 위험이 다른 모든 상관행렬에 비교하여 가장 작은 민감도 크기를 보여준다. 특히, 비시장상관행렬로부터 도출된 최소분산 포트폴리오는 다른 상관행렬의 경우에 비교하여 민감도 크기의 변동성이 매우 작다.

〈Figure 5〉 Sensitivity Test by Effect of Input Error on TP Portfolio with 25 Stocks



Note: Figures show results for sensitivity test from input error by return (figures a & c) and risk (figures b & d) measured by RMSE. This is the case from effect for 25 stocks in a portfolio, which have input error of expected return and standard deviation. In figures, X-axis indicates 9-type optimal portfolios and Y-axis indicates RMSE.

다음으로, <Figure 5>는 입력변수 기대수익과 표준편차의 오류가 접선 포트폴리오의 수익과 위험에 미치는 영향을 나타낸다. 입력변수 기대수익과 표준편차에 대한 검증결과는 다음과 같다. 첫째, 기대수익 오류에 대한 접선 포트폴리오의 수익과 위험 민감도 비교이다. 기대수익 오류에 대한 접선 포트폴리오의 수익과 위험에 대한 민감도 크기는 포트폴리오 수익에 대해 보다 크다. 상관행렬 추정방법들 중에서, 비시장상관행렬에 대한 접선 포트폴리오의 수익과 위험이 다른 모든 상관행렬에 비교하여 보다 작은 민감도 크기를 보여준다. 둘째, 표준편차 오류에 대한 접선 포트폴리오의 수익과 위험 민감도 비교이다. 표준편차 오류에 대한 접선 포트폴리오의 수익과 위험에 대한 민감도 크기도 역시 포트폴리오 수익에 대해 보다 크다. 상관행렬 추정방법들 중에서, 비시장상관행렬에 대한 접선 포트폴리오의 수익과 위험이 다른 모든 상관행렬의 경우 보다 분명하게 작은 민감도 크기를 보여준다.

이상의 검증결과를 통해, 본 연구는 비시장상관행렬로부터의 최적 포트폴리오가 다른 상관행렬에 비교하여 미래 입력변수인 기대수익과 표준편차의 예측오류에 대해 낮은 민감도를 갖는다는 것을 견고히 확인하였다. 특히, 이는 비시장상관행렬로부터 최적 포트폴리오가 잘 분산 투자된 포트폴리오를 구성함에 따라 입력변수의 예측오류에 대한 영향력을 현저히 축소하는 효과를 갖는 것으로 보인다. 또한, 본 연구는 민감도분석을 통해 확인된 비시장상관행렬(NC)의 비교우위가 시장상황변화, 특히 시장붕괴사건들에 있어서도 유지되는지를 추가적으로 조사하였다. 설정된 검증기간(1990.07~2017.06)은 1997년 12월 한국의환위기와 2008년 9월 미국신용위기의 대표적 시장붕괴사건을 포함한다. 관찰은 진정한 값과 예측오류를 포함한 거짓된 값 간의 차이에 대한 절대값을 시장수익률의 시계열 변동성(월별 표준편차)과 함께 비교하였고, 검증결과는 논문의 지면관계로 표본상관행렬(SC)과 비시장상관행렬(NC)에 대해 <Appendix C: Figure 1>에 제시하였다. 그림에 의하면, 입력변수인 기대수익률과 표준편차의 예측오류에 대한 최소분산포트폴리오와 접선 포트폴리오 각각으로의 영향력은 검증기간 전체적으로 표본상관행렬(SC)에 비교하여 비시장상관행렬(NC)이 작은 값을 갖고, 또한 대표적 두 가지 시장붕괴기간들에 있어서도 작은 값을 보였다. 즉, 시장상황변화에 관계없이 비시장상관행렬의 보다 낮은 오류 민감도 정도는 시계열적 강건성을 갖는다.

## IV. 결과 및 시사점

본 연구는 상관행렬 추정방법의 제안에 중점을 두고 전통적 Markowitz(1952)의 최적화 함수에 대한 포트폴리오 투자의 실무적용 개선의 연구목적에 반복실험을 통해 체계적으로 수행하였다. 본 연구에서 제안한 상관행렬 추정방법은 시장요인의 속성이 제거된 상관행렬(비시장상관행렬)이다. 비교대상은 동일가중 포트폴리오, 가치가중 포트폴리오, 그리고 다른 상관행렬(표본상관행렬, 일정상관행렬, 시장요인 상관행렬, 3요인 상관행렬, shrinkage 상관행렬)로부터의 최적 포트폴리오이다. 입력변수(기대수익, 표준편차)의 예측오류 포함여부에 따른 확실성과 불확실성의 2가지 조건부로 구분하였고, 이러한 설계를 바탕으로 입력변수 예측오류가 최적 포트폴리오 투자성과에 미치는 영향력을 민감도 분석을 통해 확인한다. 한편, 관찰된 검증결과가 실증설계의 변경(미래 투자기간 길이의 변경, 포트폴리오 구성 주식 숫자의 변경)에 관계없이 견고한지 여부도 함께 확인하였다. 주요 검증결과를 요약하면 다음과 같다. 첫째, 표본상관행렬을 이용한 전통적 최적화함수는 이론적으로 기대하는 잘 분산 투자된 최적 포트폴리오를 구성하지 못한다. 둘째, 비시장상관행렬로부터 도출된 최적 포트폴리오는 다른 상관행렬을 이용한 최적 포트폴리오에 비교하여 보다 잘 분산 투자된 포트폴리오 구성을 통해 위험 최소화와 투자성과 최대화의 목적함수를 달성하고, 특히 잘 분산 투자된 포트폴리오의 구성을 통해 보다 작은 위험수준을 부담하는 최적 포트폴리오를 산출한다. 셋째, 비시장상관행렬로부터 도출된 최적 포트폴리오가 다른 상관행렬로부터 도출된 최적 포트폴리오보다 입력변수 오류에 대한 민감도 크기가 현저히 작다. 관찰된 검증결과는 실증설계의 변경에 관계없이 견고하다. 따라서 실무적으로 위험 최소화와 투자성과 최대화 간의 상충관계에서 보다 잘 분산 투자된 포트폴리오의 구성을 통해 최적 포트폴리오의 개선이 필요한데, 본 연구에서 고안한 실증설계와 이를 통해 확인된 증거에 의하면, 비시장상관행렬의 추정방법이 이러한 포트폴리오 개선에, 특히 입력변수 예측오류로부터 야기되는 예상치 못한 위험 축소에 매우 긍정적 효과를 제공할 수 있다. 특히, 비시장상관행렬로부터 도출된 최적 포트폴리오는 동일가중 포트폴리오와 가치가중 포트폴리오에 비교하여 위험과 수익 차원에서 비교우위를 가질 수 있는 포트폴리오이다. 따라서 본 연구는 미래 기간 입력변수의 예측오류를 피할 수 없는 현실 투자에서 잘 분산 투자된 포트폴리오를 구성함으로써 최적 포트폴리오의 실무 적용력을 개선하는데 기여할 것으로 기대한다.

## Appendices

### Appendix A: 상관행렬 추정방법들

첫째, 금융 분야에서 보편적으로 사용하는 표본상관행렬(SC: sample correlation)은 공분산( $\sigma_{i,j}$ )과 표준편차( $\sigma_i, \sigma_j$ )를 이용하여 다음의 식으로 산출한다.

$$\rho_{i,j} = \frac{\sigma_{i,j}}{\sigma_i \sigma_j}$$

둘째, 시장요인의 속성을 제거한 상관행렬(NC: non-market correlation)은 random matrix theory(RMT)방법으로부터 시장요인의 속성을 갖는 가장 큰 고유치의 속성을 제거함으로써 산출한다.<sup>11)</sup> 즉, 주식수익률 상관행렬의 고유치 분포는, 시계열자료가 무한히 많아진다면(만약, 주식수  $N \rightarrow \infty$ , 시계열자료길이  $L \rightarrow \infty$  이면,  $Q \equiv L/N$ 로 고정), 통계적 속성에서 무작위 상관행렬 고유치( $\lambda$ )의 확률밀도함수( $P_{RMT}(\lambda)$ )는 분석적으로 다음과 같이 된다(Sengupta and Mitra, 1999). 즉,

$$P_{RMT}(\lambda) = \frac{Q}{2\pi} \frac{\sqrt{(\lambda_+^{RM} - \lambda)(\lambda - \lambda_-^{RM})}}{\lambda}$$

식은 무작위 상관행렬에 속하는 고유치 범위( $\lambda_-^{RM} \leq \lambda_k \leq \lambda_+^{RM}$ )를 결정한다. 무작위상관행렬의 최대 고유치( $\lambda_+^{RM}$ )를 벗어나는 고유치는 기존연구(King, 1966, Brown, 1989; Eom et al., 2009; Eom et al., 2015 등)에서 확인되었듯이 공통요인의 경제적 의미를 갖고, 가장 큰 고유치( $k=1$ )는 시장요인의 속성을 갖는다. 따라서 시장요인의 속성이 제거

11) 본 연구에서 채택한 RMT방법과 함께 주식수익률자료로부터 고유치와 고유벡터를 이용하여 속성을 통제하는 방법은 주성분분석(PCA)과 SVD(singular value decomposition)가 있다. 3가지 방법은 고유치와 고유벡터를 이용한다는 공통점을 갖지만, 생성하는 주요 산출물에서 차이를 보인다. PCA방법은 금융 분야의 많은 기존연구들(King, 1966; Roll and Ross, 1980; Brown, 1989 등)에서 이용되며, 시장요인, 산업요인 등의 특정 속성을 대표하는 요인수익률의 시계열자료를 생성하는데 유용하고, SVD방법은 기존연구(Klwibergen and Paap, 2006 등)에서 식별된 요인의 속성을 통제한 개별주식별 시계열자료를 생성하는데 유용하며, RMT방법은 기존연구(Plerou et al., 2002; Eom 2017; Eom and Park, 2018)에서 식별된 요인의 속성을 통제한 상관행렬을 생성하는데 유용하다. 따라서 본 연구는 Markowitz의 최적화함수 입력변수인 상관행렬에 중점을 두고 있기 때문에 RMT방법을 연구과정에 선택 이용한다.

된 상관행렬( $C$ )은 고유치( $\lambda_k$ )와 고유벡터( $V_k$ )를 이용하여 수리적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C = \lambda_k V_k V_k^T, \quad k = 2, \dots, n$$

식에서  $V_k^T$ 는 전치된 고유벡터(transposed eigenvector)이다. 본 연구는 식에서 시장 요인의 속성을 갖는 가장 큰 고유치( $k=1$ )이 제외된 나머지 속성( $k=2, \dots, n$ )을 포함한 상관행렬을 시장요인의 속성이 제거된 상관행렬로 이용한다.

셋째, 일정상관행렬(CC: constant correlation)은  $n \times n$  상관행렬에 있어서 비대각부분의 모든 요소들을 평균한 값( $\bar{\rho}$ )으로 모두 대체한다. 즉,

$$\bar{\rho} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{i,j} \quad (i \neq j)$$

넷째, 공통요인의 속성을 반영한 상관행렬이다. 본 연구는 Sharpe(1963)의 단일요인(시장요인;  $K=1, F_{k=1}$ )모형으로부터 추정된 상관행렬(MC: market correlation)과 Fama and French(1993)의 3요인(RMRF, SMB, HML;  $K=3, F_{k=1}, F_{k=2}, F_{k=3}$ )모형으로부터 추정된 상관행렬(FF3C: FF3 correlation)을 각각 이용한다. 즉,

$$R_{j,t} = \alpha_j + \sum_{k=1}^K \beta_{j,k} F_{k,t} + \epsilon_{j,t}$$

$$V = B\Omega B' + D \rightarrow C = \frac{V}{BB'}$$

여기서,  $V$ 는  $n \times n$  공분산행렬이고,  $B$ 는  $n \times K$ 의  $K$ 요인들의 요인부하량이며,  $\Omega$ 는  $K \times K$  요인들의 공분산 행렬, 마지막으로  $D$ 는 잔차 분산의  $n \times n$ 행렬이다. 예를 들어, 시장요인의 단일요인으로부터 추정된 요인부하량(시장베타,  $\beta_i$ )를 이용한 상관행렬의 산출 과정은 다음과 같다.

$$\sigma_i \sigma_j \rho_{i,j} = \sigma_{i,j} = \beta_i \beta_j \sigma_m^2 \left[ \because \frac{\sigma_{i,m}}{\sigma_m^2} \times \frac{\sigma_{j,m}}{\sigma_m^2} \times \sigma_m^2 = \frac{\sigma_{i,m} \sigma_{j,m}}{\sigma_m^2} = \frac{\sigma_{i,j} \sigma_m^2}{\sigma_m^2} = \sigma_{i,j} \right]$$

$$\rightarrow \rho_{i,j} = \frac{\beta_i \beta_j \sigma_m^2}{\sigma_i \sigma_j}$$

다섯째, shrinkage 상관행렬의 추정방법이다. 포트폴리오를 구성하는 모든 주식들의 정보를 포함하는 표준상관행렬(SC,  $C_{SC}$ )에 특정한 방법(크기조정, 속성 통제 등)에 의하여 구조화된 상관행렬( $C_{XC}$ ,  $XC=\{ CC, NC, MC, FF3C \}$ ) 간의 가중평균으로 산출되는 상관행렬이다. Ledoit and Wolf(2003, 2004)의 제안에 따라 가중치(loss function,  $L(\delta)$ , 에 의하여 생성된  $\delta^*$ , optimal shrinkage intensity)를 생성하여 각각에 가중치를 고려하여 상관행렬을 추정하는 것이다. 즉,

$$C = \delta^* C_{XC} + (1 - \delta^*) C_{SC}$$

$$L(\delta) = \| \delta V_{XC} + (1 - \delta) V_{SC} - \Sigma \|^2 \rightarrow \hat{\delta}^* = \max \left\{ 0, \min \left\{ \frac{\hat{K}}{T}, 1 \right\} \right\} \left( \hat{K} = \frac{\hat{\pi} - \hat{\rho}}{\hat{\gamma}} \right)$$

여기서,  $\hat{\pi}$ 는  $V_{SC}$  공분산의 분산,  $\hat{\rho}$ 는  $V_{XC}$ 과  $V_{SC}$ 을 결합한 상관행렬,  $\hat{\gamma}$ 는  $V_{XC}$ 의 편차 정도이다.

〈Appendix B table 1〉 Performance of Optimal Portfolio in 6-month Holding Period

	Return	Risk	Sharpe Index	Herfindahl index	Non-zero weights
Panel A: Comparative portfolio					
EW	0.0192 (1.51)	0.0228 <sup>a</sup> (7.54)	2.26 <sup>c</sup> (1.90)	0.0200 (0.00)	50.00
VW	0.0144 (1.29)	0.0282 <sup>a</sup> (7.65)	1.12 (1.32)	0.1473 <sup>a</sup> (26.80)	50.00
Panel B: Global minimum variance portfolio (GMVP)					
SC	0.0005 (0.06)	0.0097 <sup>a</sup> (8.12)	-0.71 (-0.54)	0.1271 <sup>a</sup> (18.49)	19.37
CC	-0.0037 (-0.53)	0.0097 <sup>a</sup> (8.14)	-2.23 <sup>c</sup> (-1.91)	0.1517 <sup>a</sup> (13.30)	19.58
shrinkage CC	-0.0005 (-0.07)	0.0092 <sup>a</sup> (8.14)	-1.31 (-1.00)	0.1326 <sup>a</sup> (17.13)	20.08
MC	0.0033 (0.38)	0.0101 <sup>a</sup> (8.16)	0.14 (0.10)	0.1021 <sup>a</sup> (16.32)	23.58
shrinkage MC	0.0007 (0.08)	0.0096 <sup>a</sup> (8.05)	-0.63 (-0.46)	0.1198 <sup>a</sup> (17.29)	20.99
F3C	0.0030 (0.37)	0.0096 <sup>a</sup> (8.12)	-0.12 (-0.08)	0.1107 <sup>a</sup> (16.75)	22.14
shrinkage F3C	0.0007 (0.09)	0.0095 <sup>a</sup> (8.06)	-0.65 (-0.48)	0.1214 <sup>a</sup> (17.38)	20.58
NC	0.0104 (0.97)	0.0178 <sup>a</sup> (7.53)	1.92 (1.48)	0.0240 <sup>a</sup> (70.70)	49.89
shrinkage NC	0.0015 (0.19)	0.0098 <sup>a</sup> (8.08)	-0.32 (-0.24)	0.1065 <sup>a</sup> (16.15)	24.01
Panel C: Tangency portfolio, (TP)					
SC	0.2904 <sup>a</sup> (12.62)	0.0354 <sup>a</sup> (8.21)	19.49 <sup>a</sup> (10.18)	0.3157 <sup>a</sup> (13.96)	6.87
CC	0.3114 <sup>a</sup> (12.03)	0.0394 <sup>a</sup> (8.79)	17.90 <sup>a</sup> (10.49)	0.3371 <sup>a</sup> (14.49)	6.27
shrinkage CC	0.2986 <sup>a</sup> (12.27)	0.0366 <sup>a</sup> (8.38)	19.09 <sup>a</sup> (10.26)	0.3238 <sup>a</sup> (14.39)	6.62
MC	0.2846 <sup>a</sup> (12.99)	0.0341 <sup>a</sup> (8.10)	19.89 <sup>a</sup> (10.15)	0.2786 <sup>a</sup> (13.10)	7.98
shrinkage MC	0.2916 <sup>a</sup> (12.76)	0.0353 <sup>a</sup> (8.24)	19.68 <sup>a</sup> (10.16)	0.3070 <sup>a</sup> (13.70)	7.12
F3C	0.2832 <sup>a</sup> (12.82)	0.0342 <sup>a</sup> (8.06)	19.70 <sup>a</sup> (10.21)	0.2921 <sup>a</sup> (13.40)	7.50
shrinkage F3C	0.2888 <sup>a</sup> (12.62)	0.0350 <sup>a</sup> (8.16)	19.62 <sup>a</sup> (10.17)	0.3092 <sup>a</sup> (13.73)	7.06
NC	0.1567 <sup>a</sup> (17.40)	0.0223 <sup>a</sup> (7.63)	16.34 <sup>a</sup> (10.92)	0.1116 <sup>a</sup> (6.28)	28.61
shrinkage NC	0.2838 <sup>a</sup> (12.52)	0.0332 <sup>a</sup> (8.15)	20.39 <sup>a</sup> (10.08)	0.2765 <sup>a</sup> (12.71)	8.23

Note: The t-statistics in parenthesis are presented as 'a', 'b', and 'c', representing significance levels of 1%, 5%, and 10%, respectively.

<Appendix B table 2> Performance of Optimal Portfolio in 12-month Holding Period

	Return	Risk	Sharpe index	Herfindahl index	Non-zero weight
Panel A: Comparative portfolio					
EW	0.0131 (0.96)	0.0358 <sup>a</sup> (5.25)	2.05 (1.45)	0.0200 (0.00)	50.00
VW	0.0078 (0.68)	0.0400 <sup>a</sup> (5.84)	0.9732 (1.04)	0.1418 <sup>a</sup> (21.77)	50.00
Panel B: Global minimum variance portfolio (GMVP)					
SC	0.0056 (0.52)	0.0154 <sup>a</sup> (5.63)	-0.21 (-0.11)	0.1134 <sup>a</sup> (13.94)	19.67
CC	0.0008 (0.08)	0.0146 <sup>a</sup> (5.97)	-1.39 (-1.00)	0.1325 <sup>a</sup> (9.03)	20.36
shrinkage CC	0.0045 (0.43)	0.0144 <sup>a</sup> (5.78)	-0.59 (-0.34)	0.1160 <sup>a</sup> (12.65)	20.59
MC	0.0076 (0.66)	0.0158 <sup>a</sup> (5.47)	0.31 (0.15)	0.0910 <sup>a</sup> (12.05)	23.90
shrinkage MC	0.0057 (0.53)	0.0152 <sup>a</sup> (5.54)	-0.12 (-0.06)	0.1067 <sup>a</sup> (12.77)	21.30
F3C	0.0077 (0.69)	0.0151 <sup>a</sup> (5.47)	0.19 (0.10)	0.0991 <sup>a</sup> (12.65)	22.34
shrinkage F3C	0.0057 (0.53)	0.0151 <sup>a</sup> (5.57)	-0.16 (-0.08)	0.1084 <sup>a</sup> (12.93)	20.89
NC	0.0071 (0.57)	0.0254 <sup>a</sup> (5.90)	1.56 (1.16)	0.0235 <sup>a</sup> (56.94)	49.76
shrinkage NC	0.0054 (0.50)	0.0156 <sup>a</sup> (5.60)	-0.09 (-0.05)	0.0958 <sup>a</sup> (11.54)	24.22
Panel C: Tangency portfolio, (TP)					
SC	0.2040 <sup>a</sup> (10.78)	0.0583 <sup>a</sup> (5.67)	14.73 <sup>a</sup> (6.64)	0.3528 <sup>a</sup> (9.34)	6.08
CC	0.2168 <sup>a</sup> (10.11)	0.0637 <sup>a</sup> (6.14)	13.65 <sup>a</sup> (6.75)	0.3827 <sup>a</sup> (9.59)	5.54
shrinkage CC	0.2091 <sup>a</sup> (10.57)	0.0599 <sup>a</sup> (5.84)	14.45 <sup>a</sup> (6.71)	0.3629 <sup>a</sup> (9.58)	5.82
MC	0.1985 <sup>a</sup> (10.97)	0.0552 <sup>a</sup> (5.48)	15.07 <sup>a</sup> (6.58)	0.3151 <sup>a</sup> (8.22)	7.22
shrinkage MC	0.2032 <sup>a</sup> (10.80)	0.0575 <sup>a</sup> (5.63)	14.87 <sup>a</sup> (6.61)	0.3435 <sup>a</sup> (9.10)	6.35
F3C	0.2014 <sup>a</sup> (10.89)	0.0566 <sup>a</sup> (5.58)	14.94 <sup>a</sup> (6.61)	0.3304 <sup>a</sup> (8.64)	6.74
shrinkage F3C	0.2037 <sup>a</sup> (10.78)	0.0578 <sup>a</sup> (5.65)	14.82 <sup>a</sup> (6.63)	0.3468 <sup>a</sup> (9.17)	6.27
NC	0.1164 <sup>a</sup> (13.61)	0.0363 <sup>a</sup> (4.26)	12.59 <sup>a</sup> (6.97)	0.1420 <sup>a</sup> (3.52)	26.80
shrinkage NC	0.1959 <sup>a</sup> (10.78)	0.0537 <sup>a</sup> (5.40)	15.38 <sup>a</sup> (6.55)	0.3115 <sup>a</sup> (8.24)	7.32

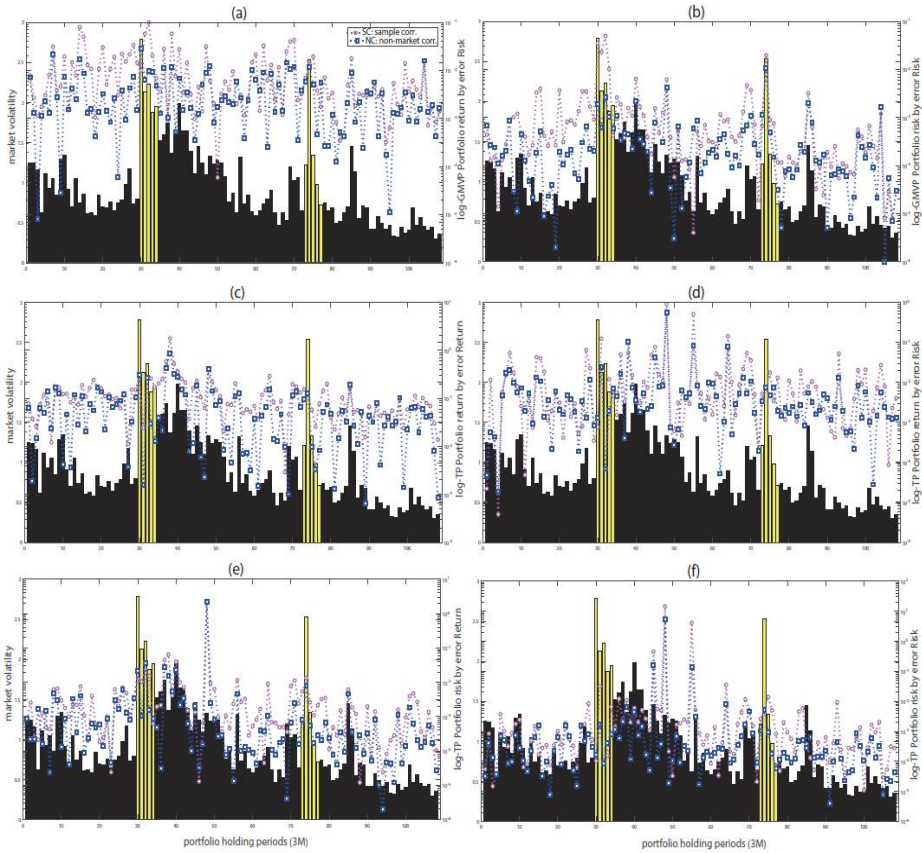
Note: The t-statistics in parenthesis are presented as 'a', 'b', and 'c', representing significance levels of 1%, 5%, and 10%, respectively.

〈Appendix B table 3〉 Performance of Optimal Portfolio Constructed with 100 Stocks

	Return	Risk	Sharpe index	Herfindahl index	Non-zero weight
Panel A: Comparative portfolio					
EW	0.0195 <sup>c</sup> (1.66)	0.0129 <sup>a</sup> (12.37)	3.63 <sup>a</sup> (2.94)	0.0100 (0.00)	100.00
VW	0.0176 (1.61)	0.0166 <sup>a</sup> (11.32)	1.79 <sup>b</sup> (2.05)	0.1168 <sup>a</sup> (38.91)	100.00
Panel B: Global minimum variance portfolio (GMVP)					
SC	-0.0096 (-1.56)	0.0042 <sup>a</sup> (9.24)	-5.97 <sup>a</sup> (-2.58)	0.1310 <sup>a</sup> (17.97)	23.97
CC	-0.0152 <sup>a</sup> (-2.92)	0.0040 <sup>a</sup> (10.11)	-8.81 <sup>a</sup> (-4.13)	0.1792 <sup>a</sup> (14.64)	19.29
shrinkage	-0.0118 <sup>b</sup> (-2.07)	0.0039 <sup>a</sup> (9.24)	-7.45 <sup>a</sup> (-3.09)	0.1443 <sup>a</sup> (17.21)	23.06
MC	-0.0061 (-0.88)	0.0045 <sup>a</sup> (9.45)	-3.28 (-1.40)	0.0960 <sup>a</sup> (18.48)	32.66
shrinkage	-0.0096 (-1.55)	0.0042 <sup>a</sup> (9.17)	-6.00 <sup>b</sup> (-2.53)	0.1242 <sup>a</sup> (17.49)	25.96
F3C	-0.0072 (-1.18)	0.0041 <sup>a</sup> (9.38)	-5.04 <sup>b</sup> (-2.08)	0.1086 <sup>a</sup> (17.91)	28.96
shrinkage	-0.0096 (-1.57)	0.0041 <sup>a</sup> (9.18)	-6.11 <sup>a</sup> (-2.58)	0.1256 <sup>a</sup> (17.47)	25.49
NC	0.0052 (0.54)	0.0100 <sup>a</sup> (11.45)	1.67 (1.32)	0.0132 <sup>a</sup> (61.74)	99.57
shrinkage	-0.0096 (-1.55)	0.0043 <sup>a</sup> (9.22)	-5.62 <sup>b</sup> (-2.44)	0.1152 <sup>a</sup> (16.80)	28.58
Panel C: Tangency portfolio, (TP)					
SC	0.4413 <sup>a</sup> (18.39)	0.0182 <sup>a</sup> (10.02)	39.03 <sup>a</sup> (14.79)	0.2263 <sup>a</sup> (18.31)	10.17
CC	0.5070 <sup>a</sup> (15.95)	0.0223 <sup>a</sup> (10.73)	34.42 <sup>a</sup> (15.26)	0.2510 <sup>a</sup> (18.80)	8.97
shrinkage	0.4663 <sup>a</sup> (17.44)	0.0193 <sup>a</sup> (10.24)	37.97 <sup>a</sup> (14.89)	0.2346 <sup>a</sup> (18.78)	9.68
MC	0.4237 <sup>a</sup> (18.72)	0.0168 <sup>a</sup> (10.19)	40.63 <sup>a</sup> (14.56)	0.1908 <sup>a</sup> (16.72)	12.66
shrinkage	0.4410 <sup>a</sup> (18.43)	0.0180 <sup>a</sup> (10.04)	39.49 <sup>a</sup> (14.71)	0.2202 <sup>a</sup> (17.70)	10.62
F3C	0.4335 <sup>a</sup> (18.35)	0.0174 <sup>a</sup> (9.97)	40.16 <sup>a</sup> (14.65)	0.2051 <sup>a</sup> (17.42)	11.54
shrinkage	0.4413 <sup>a</sup> (18.39)	0.0180 <sup>a</sup> (9.99)	39.45 <sup>a</sup> (14.70)	0.2222 <sup>a</sup> (17.82)	10.49
NC	0.2137 <sup>a</sup> (24.86)	0.0115 <sup>a</sup> (11.35)	27.42 <sup>a</sup> (16.65)	0.0550 <sup>a</sup> (8.48)	56.46
shrinkage	0.4259 <sup>a</sup> (18.46)	0.0170 <sup>a</sup> (9.87)	40.62 <sup>a</sup> (14.58)	0.2008 <sup>a</sup> (17.08)	11.87

Note: The t-statistics in parenthesis are presented as 'a', 'b', and 'c', representing significance levels of 1%, 5%, and 10%, respectively.

〈Appendix C figure 1〉 Relationship between Market Situations and Level of Sensitivity from Input Error during the Whole Period



Note: Figures show results for sensitivity test on the influence of input errors measured by absolute values of difference between true and false values during the whole period, in perspectives of sample correlation (SC, 'O' red in color) and non-market correlation (NC, '□' blue in color). Input error is the case of 10 stocks in a portfolio, which have input error of expected return and standard deviation. The figures (a) and (b) are the effect of standard deviation error on the return and risk of GMVP, and figures (c)~(f) for the effect of input errors of each return and standard deviation on the return and risk TP. X-axis indicates the portfolio holding period of 3-month. In the Y-axis, the left sides indicate market volatility by monthly standard deviation (bar graph), and the right sides for the absolute values of the difference between true and false values (line graph). Figures highlight the 2-type market crash of 1997.12 Korean FX crisis (1997.10~1998.10, yellow in color) and 2008.09 US credit crisis(2008.7~2009.7, yellow in color).

## 참고문헌

- 김인수·홍정훈 (2008), “우리나라 주식시장에서의 주식프리미엄 퍼즐에 관한 연구”, **재무연구**, 제21권 제1호, pp. 1-32.
- (Translated in English) Kim, I., and C., Hong (2008). “Equity Premium Puzzle in Korean Stock Market”, *Asian Review of Financial Research*, 21(1):1-32.
- 엄철준 (2012), “시장상황을 고려한 기대 주식수익률의 횡단면에 관한 재조사”, **재무연구**, 제25권 제4호, pp. 599-639.
- (Translated in English) Eom, C. (2012). “Re-Examination on Cross-Section of Expected Stock Returns under Up/Down Market Conditions”, *Asian Review of Financial Research*, 25(4):599-639.
- Best, M., and R., Grauer (1991). “On the Sensitivity of the Mean-Variance Efficient Portfolio to Changes in Asset Means: Son Analytical and Computational Results”, *Review of Financial Studies*, 4(2):315-342.
- Brinson, G., L., Hood and G., Beebower (1986). “Determinants of portfolio Performance”, *Financial Analysts Journal*, 42(4):133-138.
- \_\_\_\_\_ (1991). “Determinants of portfolio Performance II: An Update”, *Financial Analysts Journal*, 47(3):40-48.
- Brown, S. (1989). “The Number of Factors in Security Returns”, *Journal of Finance*, 44(5):1247-1262.
- Chan, L., J., Karceski and J., Lakonishok (1999). “On Portfolio Optimization: Forecasting Covariances and Choosing the Risk Model”, *Review of Financial Studies*, 12(5):937-974
- Connor, G., and R., Korajczyk (1993). “A Test for the Number of Factors in an Approximate Factor Model”, *Journal of Finance*, 48(4):1263-1291.

- DeMiguel V., L., Garlappi and R. Uppal (2009). “Optimal versus Naive Diversification: How Inefficient is the 1/N Portfolio Strategy?”, *Review of Financial Studies*, 22:1915-1953.
- Duchin, R., and H., Levy (2009). “Markowitz Versus the Talmudic Portfolio Diversification Strategies”, *Journal of Portfolio Management*:71-74.
- Elton, E., and M., Gruber (1973). “Estimating the Dependence Structure of Share Prices: Implications for Portfolio Selection”, *Journal of Finance*, 28:1203-1232
- Elton, E., M., Gruber and T., Ulrich (1979). “Are betas best?”, *Journal of Finance*, 23:1375-1384.
- Elton, E. M., Gruber and J., Spitzer (2006). “Improved Estimates of Correlation Coefficients and Their Impact on Optimum Portfolios”, *European Financial Management*, 12(3):303-318.
- Eom, C. (2017). “Two-faced Property of a Market Factor in Asset Pricing and Diversification Effect”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 471:190-199.
- Eom, C., W., Jung, T., Kaizoji and S., Kim (2009). “Effect of Changing Data Size on Eigenvalues in the Korean and Japanese Stock Markets”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 388:4780-4786.
- Eom, C., J., Park, Y., Kim and T., Kaizoji (2015). “Effects of the Market Factor on portfolio Diversification: the case of Market Crashes”, *Investment Analysts Journal*, 44(1):71-83.
- Eom, C., and J., Park (2017). “Effects of Common Factors on Stock Correlation Networks and Portfolio Diversification”, *International Review of Financial Analysis*, 49:1-11.
- \_\_\_\_\_ (2018). “A New Method for Better Portfolio Investment: A Case of the Korean Stock market”, *Pacific-Basin*

- Finance Journal*, 49:213-231.
- Fabozzi, F., P., Kolm, D., Pachamanova and S., Focardi (2007). *Robust Portfolio Optimization and Management*, John Wiley & Sons.
- Fama, E. (1970). "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work", *Journal of Finance*, 25(2):383-417.
- \_\_\_\_\_ (1991). "Efficient Capital Markets: II", *Journal of Finance*, 46(5):1575-1617.
- Fama, E., and K., French (1993). "Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds", *Journal of Financial Economics*, 33:3-56.
- Kleibergen, F., and R., Paa (2006). "Generalized reduced rank tests using the singular value decomposition", *Journal of Econometrics*, 133:97-126.
- King, B. (1966). "Market and Industry Factors in Stock Price Behavior", *Journal of Business*, 39(1):139-190.
- Ledoit, O. and M., Wolf (2003). "Improved estimation of the covariance matrix of stock returns with an application to portfolio selection", *Journal of Empirical Finance*, 10:603-621.
- \_\_\_\_\_ (2004). "Honey, I shrunk the sample covariance matrix", *Journal of Portfolio Management*, 31:110-119.
- Markowitz H. (1952). "Portfolio Selection", *Journal of Finance* 7(1):77-91.
- \_\_\_\_\_ (1991). "Foundations of Portfolio Theory", *Journal of Finance*, 46(2):469-477.
- \_\_\_\_\_ (1999). "The Early History of Portfolio Theory: 1600-1960", *Financial Analysts Journal*, 55(4):5-16.
- Merton, R. (1972). "An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 7(4):1851-1872.

- Michaud, R. (1989). "The Markowitz Optimization Enigma: Is 'Optimized' Optimal?", *Financial Analysts Journal*, 45(1):31-42.
- Plerou, et al. (2002). "Random matrix approach to cross correlations in financial data", *Physical Review*, E 65:066126.
- Roll, R., and S., Ross (1980). "An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory", *Journal of Finance*, 35(5):1073-1103.
- Rubinstein, M. (2002). "Markowitz's "Portfolio Selection": A Fifty-Year Retrospective", *Journal of Finance*, 57(3):1041-1045.
- Sengupta, A., and P., Mitra (1999). "Distributions of singular values for some random matrices", *Physical Review*, E 60:3389.
- Sharpe, W. (1963). "A simplified model for portfolio analysis", *Management Science*, 9:277-293.
- Trzcinka, C. (1986). "On the Number of Factors in the Arbitrage Pricing Model", *Journal of Finance*, 41(2):347-368.
- Tu, J., and G., Zhou (2011). "Markowitz Meets Talmud: A Combination of Sophisticated and Naive Diversification Strategies", *Journal of Financial Economics*, 99:204-215.

## Abstract

This study empirically investigates the practical applicability of Markowitz (1952) optimization function through correlation matrixes among stocks in the Korean stock market. The proposed method is a correlation matrix that removes the property of a market factor included in the sample correlation matrix, that is, the non-market correlation matrix. For comparison with the previous studies, the correlation matrixes that is known in the optimal portfolio are utilized, along with equal-weighted and value-weighted portfolios. According to the results, the optimal portfolio from the non-market correlation matrix may construct better diversified portfolio, and then, achieve lower risk and higher performance compared to other correlation matrixes. In comparison by the perspective of prediction error from expected return and standard deviation of returns, moreover, the optimal portfolio from the non-market correlation matrix has much lower magnitude of sensitivity from prediction error of input variables than those from the other correlation matrixes. These results show the evidence supporting that the non-market correlation matrix has a comparative benefit for improving the practical applicability of the optimal function as well as for effectively reducing the influence of prediction error from input variables.

※ Key words: Optimization, Optimal Portfolio, Correlation Matrix; Certainty Condition, Uncertainty Conditions, Sensitivity Test