

중심값, 퍼짐, 높이, 유사도를 사용한 구간값 모호집합 사이의 유사척도

양명섭*, 이동은**, 조상엽***

요약

본 논문에서 우리는 구간값 모호집합 사이의 유사척도를 제안한다. 제안한 방법은 구간값 모호집합 사이의 중심값의 유사도, 퍼짐의 차이, 높이 그리고 구간값 모호집합 사이의 유사정도를 고려한다. 기존의 유사척도 연구에서는 규칙 전체부의 퍼지집합과 사실에 있는 퍼지집합의 매칭정도, 등급평균통합법을 이용한 유사척도, 기하학개념에 기반을 둔 유사척도, 기하학적 거리와 COG점을 이용한 유사척도, 기하학적 거리, 둘레, 높이 등을 반영한 유사척도, 구간값 사다리꼴 퍼지숫자 사이의 유사척도, 중심, 퍼짐의 차이, 높이 등을 고려한 구간값 퍼지숫자 사이의 유사척도 등이 연구되었다. 구간값 모호집합은 모호집합의 상한과 하한을 각각 구간값 퍼지집합의 구간으로 표현한 퍼지집합의 한 종류이다. 우리는 제안한 유사척도의 세 가지 속성 1) 만일 $S(A, B)=1$ 이라면 구간값 모호집합 A와 B는 동일하다, 2) $S(A, B)=S(B, A)$, 3) 구간값 모호집합 A와 B가 $A=a$, $B=b$ 인 0과 1 사이의 실수라고 하자. 그러면 $S(A, B)=1-|a-b|$ 이다를 증명한다. 이 방법은 퍼지시스템, 퍼지의사결정 시스템, 퍼지 신뢰도 분석 등에서 구간값 모호집합 사이의 유사척도를 다루는 유용한 방법을 제공한다.

Similarity Measure Between Interval-valued Vague Sets Using Gravities, Spreads, Heights, and Similarities

Myung-Sub Yang*, Dong-Eun Lee**, Sang-Yeop Cho**

ABSTRACT

In this paper, we propose a similarity measure between interval-valued vague sets. The proposed method considers the similarity of the gravities between interval-valued vague sets, the difference of the spreads, the heights, and the degree of similarities between interval-valued vague sets. In conventional researches on similarity measures, those have studied on the degree of match between the antecedents in rules and facts, similarity measure based on level average integration, similarity measure based on geometric concept, similarity measure based on geometric distance and COG points, similarity measure based on geometric distance, perimeters, similarity measure between the interval-valued trapezoidal fuzzy numbers, and heights, and similarity measure between interval-valued vague sets based on COG, spreads, and heights. The interval-valued vague sets are a kind of the fuzzy sets of which the upper bound and the lower bound are represented as the intervals of the interval-valued fuzzy sets respectively. We also prove three properties of the proposed similarity measure: 1) Two interval-valued vague sets A and B are identical iff $S(A, B)=1$, 2) $S(A, B)=S(B, A)$, 3) If A and B are real numbers, then $S(A, B)=1-|a-b|$. Let interval-valued vague sets A and B. It provides a useful way to deal with similarity measure between interval-valued vague sets in fuzzy systems, fuzzy decision making systems, fuzzy reliability analysis.

Key Words : Similarity Measures, Gravities, Spreads, Heights, Interval-valued Vague Sets

* 초당대학교 컴퓨터과학과(✉msyang@chodang.ac.kr)

** 청운대학교 인터넷학과

· 제1저자(First Author) : 양명섭 · 교신저자(Correspondent Author) : 조상엽

· 접수일(2012년 1월 3일), 수정일(1차 : 2012년 2월 3일), 게재확정일(2012년 2월 6일)

I. 서론

퍼지시스템, 퍼지 의사결정 시스템 등에서 필요한 퍼지집합 사이의 유사한 정도를 계산하는 유사척도를 개발하기 위한 많은 연구가 있다[1-7]. [1]에서 Chen은 규칙 전체부의 퍼지집합과 사실에 있는 퍼지집합의 매칭정도를 계산하는 유사척도를 제안하였다. [2]에서 Hsieh 등은 일반화된 퍼지숫자 사이의 유사척도를 계산하기 위해 등급평균통합법을 제안하였다. [3]에서 Chen 등은 COG 점 계산을 위해 기하학개념에 기반을 둔 퍼지숫자 사이의 유사척도를 제안하였다. [4]에서 Wei 등은 일반화된 퍼지숫자의 기하학적 거리, 둘레, 높이 등을 반영한 유사척도를 제안하였다. [5]에서 Wei 등은 구간값 사다리꼴 퍼지숫자 사이의 유사척도를 위해 기하학적 거리와 COG점을 이용한 방법을 제안하였다. [6]에서는 Chen 등은 구간값 퍼지숫자의 중심, 퍼짐의 차이, 높이 등을 고려한 구간값 퍼지숫자 사이의 유사척도를 제안하였다. [7]에서 Cho는 기하학적 거리에 기반을 둔 구간값 모호집합 사이의 유사척도를 제안하였다. [8]에서 Chen은 quadratic-mean 연산자에 기반을 둔 구간값 퍼지 숫자 사이의 유사척도를 기술하였다.

본 논문에서는 Chen 등이 [6]에서 제안한 구간값 퍼지숫자 사이의 중심값의 유사도, 퍼짐의 차이, 높이 그리고 구간값 퍼지숫자 사이의 유사정도를 고려한 구간값 퍼지숫자 사이의 유사척도를 계산하는 방법을 기반으로 하여 구간값 모호집합 사이의 유사척도를 계산하는 방법을 제안한다. 구간값 모호집합은 모호집합의 상한과 하한을 각각 구간값 퍼지집합의 구간으로 표현하는 퍼지집합의 한 종류이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 구간값 모호집합에 대하여 설명한다. 3장에서는 구간값 모호집합의 유사척도를 제안한다. 4장에서는 유사척도를 비교하고, 5장에서는 결론을 기술한다.

II. 구간값 모호집합

이장에서는 구간값 퍼지집합과 모호집합을 간단히 설명하고, 구간값 모호집합에 대하여 기술한다[9-13].

구간값 퍼지집합: 전체집합 $U=\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 에서 구간값 퍼지집합 F는 함수 $T_F: U \rightarrow D([0,1])$ 로 정의된다. 여기에서 $D([0,1])$ 는 $[0,1]$ 내에 있는 모든 구간의 집합이다. 즉 $\forall u \in U, T_F(u)$ 는 구간 $[\mu_1, \mu_2]$. $0 \leq \mu_1 \leq \mu_2 \leq 1$.

구간 $A=[a_1, a_2]$ 와 $B=[b_1, b_2]$ 가 임의의 구간이라고 하면 A와 B의 최소값 $\text{Min}([a_1, a_2], [b_1, b_2]) = [\text{Min}(a_1, b_1), \text{Min}(a_2, b_2)]$ 이고, $A=[a_1, a_2]$ 의 보수는 $\bar{A}=[1-a_2, 1-a_1]$ 로 정의한다.

모호집합: 전체집합 U에서 모호집합 A는 참소속함수 $t_A: U \rightarrow [0,1]$ 과 거짓소속함수 $f_A: U \rightarrow [0,1]$ 로 구성된다. 여기에서 $t_A(u_i)$ 는 u_i 에 대한 증거에서 유도되는 u_i 의 소속정도의 하한이고, $f_A(u_i)$ 는 u_i 에 반하는 증거에서 유도되는 u_i 에 대한 부정의 하한이다. $t_A(u_i)+f_A(u_i) \leq 1$. 즉 $\forall u \in U, \mu_A(u)$ 는 구간 $[\mu_1, \mu_2]$ 이다. $0 \leq \mu_1 \leq \mu_2 \leq 1$. 모호집합 A에 있는 u_i 의 소속정도 $\mu_A(u_i)$ 는 $[0,1]$ 의 부분구간인 $[t_A(u_i), 1-f_A(u_i)]$ 에 의해 한정된다.

모호집합 A의 t_A 와 f_A 가 U에 있는 모든 u_1 과 u_2 에 대하여 아래 식을 만족하면 볼록이다.

$$t_A(\lambda u_1 + (1-\lambda)u_2) \geq \text{Min}(t_A(u_1), t_A(u_2)), \quad (1)$$

$$1-f_A(\lambda u_1+(1-\lambda)u_2) \geq \text{Min}(1-f_A(u_1), 1-f_A(u_2)). \quad (2)$$

여기에서 $\lambda \in [0,1]$. 만일 $\exists u_i \in U, \text{s.t. } 1-f_A(u_i)=1$ 이면 모호집합 A는 정상 모호집합이다. 모호숫자는 전체집합 U의 모호집합이 볼록이고 정상인 모호집합이다.

구간값 모호집합: 전체집합 U에서 구간값 모호집합 A는 다음과 같은 형식으로 정의된다.

$$A = \langle [u_i; t_A(u_i); 1-f_A(u_i)] \rangle, u_i \in U. \quad (3)$$

여기에서 $t_A(u_i)$ 는 $t_A: U \rightarrow D([0,1])$ 이고 $f_A(u_i)$ 는 $f_A: U \rightarrow D([0,1])$ 이다. $D([0,1])$ 는 $[0,1]$ 내에 있는 모든 부분 구간의 집합이다.

구간값 사다리꼴 모호집합: 전체집합 U 에서 구간 값 사다리꼴 모호집합 A 는 다음과 같다.

$$A = \langle A^{TL}, A^{TU}; A^{FL}, A^{FU}; [\omega_A^{TL}, \omega_A^{TU}], [\omega_A^{FL}, \omega_A^{FU}] \rangle,$$

여기에서 $A^{TL} = (a_1^{TL}, a_2^{TL}, a_3^{TL}, a_4^{TL})$, $A^{TU} = (a_1^{TU}, a_2^{TU}, a_3^{TU}, a_4^{TU})$, $A^{FL} = (a_1^{FL}, a_2^{FL}, a_3^{FL}, a_4^{FL})$, $A^{FU} = (a_1^{FU}, a_2^{FU}, a_3^{FU}, a_4^{FU})$ 이고, $a_1^{TL} \leq a_2^{TL} \leq a_3^{TL} \leq a_4^{TL}$, $a_1^{TU} \leq a_2^{TU} \leq a_3^{TU} \leq a_4^{TU}$, $a_1^{FL} \leq a_2^{FL} \leq a_3^{FL} \leq a_4^{FL}$, $a_1^{FU} \leq a_2^{FU} \leq a_3^{FU} \leq a_4^{FU}$, $0 \leq \omega_A^{TL} \leq \omega_A^{TU} \leq \omega_A^{FL} \leq \omega_A^{FU} \leq 1$.

구간값 사다리꼴 모호집합의 연산: 구간값 사다리꼴 모호집합 A 와 B 가 다음과 같이 있다고 가정한다.

$$A = \langle A^{TL}, A^{TU}; A^{FL}, A^{FU}; [\omega_A^{TL}, \omega_A^{TU}], [\omega_A^{FL}, \omega_A^{FU}] \rangle,$$

$$B = \langle B^{TL}, B^{TU}; B^{FL}, B^{FU}; [\omega_B^{TL}, \omega_B^{TU}], [\omega_B^{FL}, \omega_B^{FU}] \rangle,$$

구간값 사다리꼴 모호집합 A 와 B 사이의 산술연산으로는 $A \oplus B$, $A \ominus B$, $A \otimes B$ 그리고 $A \oslash B$ 가 있고 계산 방법은 [7]에서 기술한 방법을 사용한다.

III. 구간값 모호집합의 유사척도

이장에서는 구간값 사다리꼴 모호집합 사이의 유사척도를 계산하는 절차를 설명한다. 구간값 사다리꼴 모호집합 A 와 B 가 다음과 같다고 가정하자.

$$A = \langle A^{TL}, A^{TU}; A^{FL}, A^{FU}; [\omega_A^{TL}, \omega_A^{TU}], [\omega_A^{FL}, \omega_A^{FU}] \rangle$$

$$= \langle (a_1^{TL}, a_2^{TL}, a_3^{TL}, a_4^{TL}), (a_1^{TU}, a_2^{TU}, a_3^{TU}, a_4^{TU}); (a_1^{FL},$$

$$a_2^{FL}, a_3^{FL}, a_4^{FL}), (a_1^{FU}, a_2^{FU}, a_3^{FU}, a_4^{FU}); [\omega_A^{TL}, \omega_A^{TU}],$$

$$[\omega_A^{FL}, \omega_A^{FU}] \rangle,$$

$$B = \langle B^{TL}, B^{TU}; B^{FL}, B^{FU}; [\omega_B^{TL}, \omega_B^{TU}], [\omega_B^{FL}, \omega_B^{FU}] \rangle$$

$$= \langle (b_1^{TL}, b_2^{TL}, b_3^{TL}, b_4^{TL}), (b_1^{TU}, b_2^{TU}, b_3^{TU}, b_4^{TU}); (b_1^{FL},$$

$$b_2^{FL}, b_3^{FL}, b_4^{FL}), (b_1^{FU}, b_2^{FU}, b_3^{FU}, b_4^{FU}); [\omega_B^{TL}, \omega_B^{TU}],$$

$$[\omega_B^{FL}, \omega_B^{FU}] \rangle.$$

단계 1: 구간값 사다리꼴 모호집합 A 와 B 사이의 유사도의 정도 $S_x^F(A^F, B^F)$ 를 계산한다.

$$S_x^F(A^F, B^F) = [S_x^{FU}(A^{FU}, B^{FU}) + S_x^{FL}(A^{FL}, B^{FL})] / 2, \quad (4)$$

$$S_x^{FU}(A^{FU}, B^{FU}) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^4 |a_i^{FU} - b_i^{FU}|}{4}, \quad (5)$$

$$S_x^{FL}(A^{FL}, B^{FL}) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^4 |a_i^{FL} - b_i^{FL}|}{4}, \quad (6)$$

여기에서 $S_x^F(A^F, B^F) \in [0,1]$, $1 \leq i \leq 4$.

단계 2: 구간값 사다리꼴 모호집합 A 와 B 사이의 퍼짐(spread) $STD^F(A^F, B^F)$ 을 계산한다.

$$STD^F(A^F, B^F) = (STD^{FU}(A^{FU}, B^{FU}) + STD^{FL}(A^{FL}, B^{FL})) / 2, \quad (7)$$

$$STD^{FU}(A^{FU}, B^{FU}) = |STD_{A^{FU}} - STD_{B^{FU}}|, \quad (8)$$

$$STD^{FL}(A^{FL}, B^{FL}) = |STD_{A^{FL}} - STD_{B^{FL}}|, \quad (9)$$

$$STD_{A^{FU}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (a_i^{FU} - \bar{x}_{A^{FU}})^2}{4-1}}, \quad (10)$$

$$STD_{B^{FU}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (b_i^{FU} - \bar{x}_{B^{FU}})^2}{4-1}}, \quad (11)$$

$$STD_{A^{FL}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (a_i^{FL} - \bar{x}_{A^{FL}})^2}{4-1}}, \quad (12)$$

$$STD_{B^{FL}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (b_i^{FL} - \bar{x}_{B^{FL}})^2}{4-1}}, \quad (13)$$

여기에서 STD 는 표준편차이고,

$$\bar{x}_{A^{FU}} = \frac{a_1^{FU} + a_2^{FU} + a_3^{FU} + a_4^{FU}}{4}, \quad \bar{x}_{B^{FU}} = \frac{b_1^{FU} + b_2^{FU} + b_3^{FU} + b_4^{FU}}{4},$$

$$\bar{x}_{A^{FL}} = \frac{a_1^{FL} + a_2^{FL} + a_3^{FL} + a_4^{FL}}{4}, \quad \bar{x}_{B^{FL}} = \frac{b_1^{FL} + b_2^{FL} + b_3^{FL} + b_4^{FL}}{4}.$$

$$y_{B^F} = \begin{cases} \frac{\omega_{B^{FU}}}{y_{B^{FU}} \times Area(B^{FU}) - y_{B^{FL}} \times Area(B^{FL})}, & \text{if } B^{FU} = B^{FL}, \\ \frac{\omega_{B^{FU}} \times Area(B^{FU}) - y_{B^{FL}} \times Area(B^{FL})}{Area(B^{FU}) - Area(B^{FL})}, & \text{if } B^{FU} \neq B^{FL}, \end{cases} \quad (21)$$

$$y_{A^{FU}} = \begin{cases} \frac{\omega_{A^{FU}} \times \left(\frac{a_3^{FU} - a_2^{FU}}{a_4^{FU} - a_1^{FU}} + 2 \right)}{6}, & \text{if } a_1^{FU} \neq a_4^{FU} \\ \frac{\omega_{A^{FU}}}{2}, & \text{if } a_1^{FU} = a_4^{FU} \end{cases} \quad (22)$$

$$y_{A^{FL}} = \begin{cases} \frac{\omega_{A^{FL}} \times \left(\frac{a_3^{FL} - a_2^{FL}}{a_4^{FL} - a_1^{FL}} + 2 \right)}{6}, & \text{if } a_1^{FL} \neq a_4^{FL} \\ \frac{\omega_{A^{FL}}}{2}, & \text{if } a_1^{FL} = a_4^{FL} \end{cases} \quad (23)$$

단계 3: 구간값 사다리꼴 모호집합 A와 B 사이의 x축 상의 유사정도 $S_X(A, B)$ 를 계산한다.

$$S_X(A, B) = [S_X^F(A^F, B^F) + S_X^T(A^T, B^T)]/2, \quad (14)$$

$$S_X^F(A^F, B^F) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^4 |(a_i^{FU} - a_i^{FL}) - (b_i^{FU} - b_i^{FL})|}{4}, \quad (15)$$

$$S_X^T(A^T, B^T) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^4 |(a_i^{TU} - a_i^{TL}) - (b_i^{TU} - b_i^{TL})|}{4}, \quad (16)$$

여기에서 $S_X(A, B) \in [0, 1], 1 \leq i \leq 4$.

단계 4: 구간값 사다리꼴 모호집합 A와 B 사이의 y축 상의 유사정도 $S_Y(A, B)$ 를 계산한다.

$$S_Y(A, B) = [S_Y^F(A^F, B^F) + S_Y^T(A^T, B^T)]/2, \quad (17)$$

$$S_Y^F(A^F, B^F) = 1 - |y_{A^F} - y_{B^F}|, \quad (18)$$

$$S_Y^T(A^T, B^T) = 1 - |y_{A^T} - y_{B^T}|, \quad (19)$$

$$y_{A^F} = \begin{cases} \frac{\omega_{A^{FU}}}{y_{A^{FU}} \times Area(A^{FU}) - y_{A^{FL}} \times Area(A^{FL})}, & \text{if } A^{FU} = A^{FL}, \\ \frac{\omega_{A^{FU}} \times Area(A^{FU}) - y_{A^{FL}} \times Area(A^{FL})}{Area(A^{FU}) - Area(A^{FL})}, & \text{if } A^{FU} \neq A^{FL}, \end{cases} \quad (20)$$

$$y_{B^{FU}} = \begin{cases} \frac{\omega_{B^{FU}} \times \left(\frac{b_3^{FU} - b_2^{FU}}{b_4^{FU} - b_1^{FU}} + 2 \right)}{6}, & \text{if } b_1^{FU} \neq b_4^{FU} \\ \frac{\omega_{B^{FU}}}{2}, & \text{if } b_1^{FU} = b_4^{FU} \end{cases} \quad (24)$$

$$y_{B^{FL}} = \begin{cases} \frac{\omega_{B^{FL}} \times \left(\frac{b_3^{FL} - b_2^{FL}}{b_4^{FL} - b_1^{FL}} + 2 \right)}{6}, & \text{if } b_1^{FL} \neq b_4^{FL} \\ \frac{\omega_{B^{FL}}}{2}, & \text{if } b_1^{FL} = b_4^{FL} \end{cases} \quad (25)$$

$$y_{A^T} = \begin{cases} \frac{\omega_{A^{TU}}}{y_{A^{TU}} \times Area(A^{TU}) - y_{A^{TL}} \times Area(A^{TL})}, & \text{if } A^{TU} = A^{TL}, \\ \frac{\omega_{A^{TU}} \times Area(A^{TU}) - y_{A^{TL}} \times Area(A^{TL})}{Area(A^{TU}) - Area(A^{TL})}, & \text{if } A^{TU} \neq A^{TL}, \end{cases} \quad (26)$$

$$y_{B^T} = \begin{cases} \frac{\omega_{B^{TU}}}{y_{B^{TU}} \times Area(B^{TU}) - y_{B^{TL}} \times Area(B^{TL})}, & \text{if } B^{TU} = B^{TL}, \\ \frac{\omega_{B^{TU}} \times Area(B^{TU}) - y_{B^{TL}} \times Area(B^{TL})}{Area(B^{TU}) - Area(B^{TL})}, & \text{if } B^{TU} \neq B^{TL}, \end{cases} \quad (27)$$

$$y_{A^{TU}} = \begin{cases} \frac{\omega_{A^{TU}} \times \left(\frac{a_3^{TU} - a_2^{TU}}{a_4^{TU} - a_1^{TU}} + 2 \right)}{6}, & \text{if } a_1^{TU} \neq a_4^{TU} \\ \frac{\omega_{A^{TU}}}{2}, & \text{if } a_1^{TU} = a_4^{TU} \end{cases} \quad (28)$$

$$y_{A^{TL}} = \begin{cases} \frac{\omega_{A^{TL}} \times \left(\frac{a_3^{TL} - a_2^{TL}}{a_4^{TL} - a_1^{TL}} + 2 \right)}{6}, & \text{if } a_1^{TL} \neq a_4^{TL} \\ \frac{\omega_{A^{TL}}}{2}, & \text{if } a_1^{TL} = a_4^{TL} \end{cases} \quad (29)$$

$$y_{B^{TU}} = \begin{cases} \frac{\omega_{B^{TU}} \times \left(\frac{b_3^{TU} - b_2^{TU}}{b_4^{TU} - b_1^{TU}} + 2 \right)}{6}, & \text{if } b_1^{TU} \neq b_4^{TU} \\ \frac{\omega_{B^{TU}}}{2}, & \text{if } b_1^{TU} = b_4^{TU} \end{cases} \quad (30)$$

$$y_{B^{TL}} = \begin{cases} \frac{\omega_{B^{TL}} \times \left(\frac{b_3^{TL} - b_2^{TL}}{b_4^{TL} - b_1^{TL}} + 2 \right)}{6}, & \text{if } b_1^{TL} \neq b_4^{TL} \\ \frac{\omega_{B^{TL}}}{2}, & \text{if } b_1^{TL} = b_4^{TL} \end{cases} \quad (31)$$

$$Area((a_1, a_2, a_3, a_4; \omega_A)) = \frac{(a_3 - a_2) + (a_4 - a_1)}{2} \times \omega_A, \quad (32)$$

여기에서 $S_Y(A, B) \in [0, 1]$, $S_Y^F(A^F, B^F)$, $S_Y^T(A^T, B^T) \in [0, 1]$, y_{A^F} , $y_{B^F} \in [0, 1]$, $y_{A^{FU}}$, $y_{A^{FL}}$, $y_{B^{FU}}$, $y_{B^{FL}} \in [0, 0.5]$, $y_{A^{TU}}$, $y_{B^{TU}} \in [0, 1]$, $y_{A^{TL}}$, $y_{B^{TL}} \in [0, 0.5]$, $Area((a_1, a_2, a_3, a_4; \omega_A)) \in [0, 1]$.

단계 5: 구간값 사다리꼴 모호집합 A와 B 사이의 A와 B의 유사척도 $S(A, B)$ 를 계산한다.

$$S(A, B) = \frac{S_x^F(A^F, B^F)}{1 + STD^F(A^F, B^F)} \times S_x(A, B) \times S_Y(A, B), \quad (33)$$

여기에서 $\frac{S_x^F(A^F, B^F)}{1 + STD^F(A^F, B^F)} \in [0, 1]$, $S(A, B) \in [0, 1]$, $S_x(A, B)$, $S_Y(A, B) \in [0, 1]$. $S(A, B)$ 의 값이 더 크면 구간값 사다리꼴 모호집합 A와 B는 더 큰 유사정도를 갖는다. 제안된 구간값 모호집합 사이의 유사척도는 다음과 같은 세 가지의 속성을 가지고 있다.

속성1: 만일 $S(A, B)=1$ 이라면 구간값 모호집합 A와 B는 동일하다.

증명: 만일 $S(A, B)=1$ 이라면 $S_x^F(A^F, B^F)=1$, $STD^F(A^F, B^F)=0$, $S_x(A, B)=1$, $S_Y(A, B)=1$ 이다. 식 (4)-(6)에 의해 $S_x^F(A^F, B^F)=1$ 은 $a_i^F=b_i^F$ 을 함축한다. $1 \leq i \leq 4$. 식 (15)-(16)에 의해 $S_x(A, B)=1$ 은 $|(a_i^{FU} - a_i^{FL}) - (b_i^{FU} - b_i^{FL})| = 0$, $|(a_i^{TU} - a_i^{TL}) - (b_i^{TU} - b_i^{TL})| = 0$ 을 함축한다. $a_i^{FU}=b_i^{FU}$, $a_i^{TU}=b_i^{TU}$ 이므로 $a_i^{FL}=b_i^{FL}$, $a_i^{TL}=b_i^{TL}$ 이다. $1 \leq i \leq 4$. 식 (17)-(32)에 의

해 $S_Y(A, B)=1$ 은 $y_{A^F}=y_{B^F}$, $y_{A^T}=y_{B^T}$ 를 함축한다. $a_i^{FU}=b_i^{FU}$, $a_i^{FL}=b_i^{FL}$, $\omega_{A^{FU}}=\omega_{B^{FU}}$ 그리고 $a_i^{TU}=b_i^{TU}$, $a_i^{TL}=b_i^{TL}$, $\omega_{A^{TU}}=\omega_{B^{TU}}$ 이므로 $\omega_{A^{FL}}=\omega_{B^{FL}}$, $\omega_{A^{TL}}=\omega_{B^{TL}}$ 이다. $1 \leq i \leq 4$. $a_i^{FU}=b_i^{FU}$, $a_i^{FL}=b_i^{FL}$, $\omega_{A^{FU}}=\omega_{B^{FU}}$, $a_i^{TU}=b_i^{TU}$, $a_i^{TL}=b_i^{TL}$, $\omega_{A^{TU}}=\omega_{B^{TU}}$, $\omega_{A^{FL}}=\omega_{B^{FL}}$ 그리고 $\omega_{A^{TL}}=\omega_{B^{TL}}$ 이므로 구간값 모호집합 A와 B는 동일하다.

속성2: $S(A, B)=S(B, A)$.

증명: 식 (4)-(6)에 의해 $S_x^{FU}(A^{FU}, B^{FU}) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^4 |a_i^{FU} - b_i^{FU}|}{4}$
 $= 1 - \frac{\sum_{i=1}^4 |b_i^{FU} - a_i^{FU}|}{4} = S_x^{FU}(B^{FU}, A^{FU})$. 식 (8)-(9)에 의해 $STD^{FU}(A^{FU}, B^{FU}) = |STD_{A^{FU}} - STD_{B^{FU}}| = |STD_{B^{FU}} - STD_{A^{FU}}| = STD^{FU}(B^{FU}, A^{FU})$. 식 (15)-(16)에 의해 $S_x^F(A^F, B^F) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^4 |(a_i^{FU} - a_i^{FL}) - (b_i^{FU} - b_i^{FL})|}{4} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^4 |(b_i^{FU} - b_i^{FL}) - (a_i^{FU} - a_i^{FL})|}{4} = S_x^F(B^F, A^F)$. 식 (18)-(19)에 의해 $S_x^F(A^F, B^F) = 1 - |y_{A^F} - y_{B^F}| = 1 - |y_{B^F} - y_{A^F}| = S_x^F(B^F, A^F)$. 그러므로 식 (33)에 의해 $S(A, B)=S(B, A)$.

속성3: A와 B가 $A=a$, $B=b$ 인 0과 1 사이의 실수라고 하자. 그러면 $S(A, B)=1 - |a - b|$ 이다.

증명: 만일 A와 B가 0과 1 사이의 실수라면

$$\begin{aligned} A &= \langle A^{TL}, A^{TU}; A^{FL}, A^{FU}; [\omega_A^{TL}, \omega_A^{TU}], [\omega_A^{FL}, \omega_A^{FU}] \rangle \\ &= \langle (a_1^{TL}, a_2^{TL}, a_3^{TL}, a_4^{TL}), (a_1^{TU}, a_2^{TU}, a_3^{TU}, a_4^{TU}); (a_1^{FL}, a_2^{FL}, a_3^{FL}, a_4^{FL}), (a_1^{FU}, a_2^{FU}, a_3^{FU}, a_4^{FU}); [\omega_A^{TL}, \omega_A^{TU}], [\omega_A^{FL}, \omega_A^{FU}] \rangle \\ &= \langle (a, a, a, a), (a, a, a, a); (a, a, a, a), (a, a, a, a); [1, 1], [1, 1] \rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \langle B^{TL}, B^{TU}; B^{FL}, B^{FU}; [\omega_B^{TL}, \omega_B^{TU}], [\omega_B^{FL}, \omega_B^{FU}] \rangle \\ &= \langle (b_1^{TL}, b_2^{TL}, b_3^{TL}, b_4^{TL}), (b_1^{TU}, b_2^{TU}, b_3^{TU}, b_4^{TU}); (b_1^{FL}, b_2^{FL}, b_3^{FL}, b_4^{FL}), (b_1^{FU}, b_2^{FU}, b_3^{FU}, b_4^{FU}); [\omega_B^{TL}, \omega_B^{TU}], [\omega_B^{FL}, \omega_B^{FU}] \rangle \end{aligned}$$

= <(b, b, b, b), (b, b, b, b); (b, b, b, b), (b, b, b, b); [1, 1], [1, 1]>.

식 (4)-(6)에 의해 $S_F^{FU}(A^{FU}, B^{FU})=1-|a-b|$, $S_F^{FL}(A^{FL}, B^{FL})=1-|a-b|$. 식 (7)-(13)에 의해 $STD^{FU}(A^{FU}, B^{FU})=0$, $STD^{FL}(A^{FL}, B^{FL})=0$. 식 (14)-(16)에 의해 $S_F^E(A^E, B^E)=1$, $S_F^T(A^T, B^T)=1$. 식 (17)-(32)에 의해 $S_F^E(A^E, B^E)=1$, $S_F^T(A^T, B^T)=1$. 식 (33)에 의해 $S(A, B)=1-|a-b|$.

IV. 유사척도의 비교

이장에서는 다음과 같은 여섯 가지 구간값 모호집합 Set_A-Set_F를 이용하여 [7]과 제안한 방법의 계산 결과를 <표 1>과 같이 비교하였다.

Set_A: A=<(0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); (0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); [0.95, 1.0], [0.95, 1.0]>, B=<(0.25, 0.3, 0.4, 0.45), (0.3, 0.35, 0.45, 0.5); (0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); [0.65, 0.7], [0.95, 1.0]>, C=<(0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); (0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); [0.0, 0.0], [0.95, 1.0]>

Set_B: A=<(0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); (0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); [0.95, 1.0], [0.95, 1.0]>, B=<(0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); (0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); [0.0, 0.0], [0.95, 1.0]>, C=<(0.25, 0.35, 0.55, 0.65), (0.3, 0.4, 0.6, 0.7); (0.25, 0.35, 0.55, 0.65), (0.3, 0.4, 0.6, 0.7); [0.0, 0.0], [0.95, 1.0]>

Set_C: A=<(0.05, 0.15, 0.25, 0.35), (0.1, 0.2, 0.3, 0.4); (0.0, 0.05, 0.35, 0.45), (0.0, 0.1, 0.4, 0.5); [0.75, 0.8], [0.95, 1.0]>, B=<(0.05, 0.15, 0.25, 0.35), (0.1, 0.2, 0.3, 0.4); (0.0, 0.2, 0.2, 0.45), (0.0, 0.25, 0.25, 0.5); [0.75, 0.8], [0.95, 1.0]>, C=<(0.05, 0.2, 0.2, 0.35), (0.1, 0.25, 0.25, 0.4); (0.0,

0.05, 0.35, 0.45), (0.0, 0.1, 0.4, 0.5); [0.75, 0.8], [0.95, 1.0]>

Set_D: A=<(0.25, 0.3, 0.4, 0.45), (0.3, 0.35, 0.45, 0.5); (0.05, 0.20, 0.50, 0.65), (0.1, 0.25, 0.55, 0.7); [0.75, 0.8], [0.95, 1.0]>, B=<(0.2, 0.25, 0.35, 0.40), (0.25, 0.3, 0.4, 0.45); (0.0, 0.15, 0.45, 0.6), (0.05, 0.2, 0.5, 0.65); [0.75, 0.8], [0.95, 1]>, C=<[(0.3, 0.35, 0.45, 0.5), (0.35, 0.4, 0.5, 0.55); (0.0, 0.15, 0.45, 0.6), (0.05, 0.2, 0.5, 0.65); [0.75, 0.8], [0.95, 1]>

Set_E: A=<(0.25, 0.3, 0.4, 0.45), (0.3, 0.35, 0.45, 0.5); (0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); [0.75, 0.8], [0.95, 1]>, B=<(0.25, 0.3, 0.4, 0.45), (0.3, 0.35, 0.45, 0.5); (0.2, 0.3, 0.5, 0.6), (0.25, 0.35, 0.55, 0.65); [0.75, 0.8], [0.95, 1]>, C=<(0.3, 0.35, 0.45, 0.5), (0.35, 0.4, 0.5, 0.55); (0.15, 0.25, 0.45, 0.55), (0.2, 0.3, 0.5, 0.6); [0.75, 0.8], [0.95, 1]>

Set_F: A=<(0.1, 0.25, 0.25, 0.4), (0.1, 0.25, 0.25, 0.4); (0.1, 0.25, 0.25, 0.4), (0.1, 0.25, 0.25, 0.4); [1, 1], [1, 1]>, B=<[(0.1, 0.2, 0.3, 0.4), (0.1, 0.2, 0.3, 0.4); (0.1, 0.2, 0.3, 0.4), (0.1, 0.2, 0.3, 0.4); [1, 1], [1, 1]>, C=<[(0, 0.25, 0.25, 0.5), (0, 0.25, 0.25, 0.5); (0, 0.25, 0.25, 0.5), (0, 0.25, 0.25, 0.5); [1, 1], [1, 1]>

V. 결론

본 논문에서는 모호집합의 상한과 하한을 각각 구간값 퍼지집합의 구간으로 표현한 구간값 모호집합 사이의 유사척도를 계산하는 방법을 제안하였다. 제안한 방법은 x 축 상에서 구간값 모호집합 사이의 중심값의 유사도, 퍼짐의 차이, 높이 그리고 구간값 모호집합 사이의 유사정도를 반영한 유사척도를 계산하는 방법이다. 제안한 방법은 퍼지시스템, 퍼지의사결정 시스템, 퍼지신뢰도 분석 등에서 구간값 모호집합 사이의 유사척도를 계산하는 데 사용할 수 있다.

표. 1 유사척도 비교

Table. 1 comparison of similarity measures

구간값 모호집합	[7]		제한한 방법	
	S(A,B)	S(A,C)	S(A,B)	S(A,C)
Set _A	0.816	N/A	0.875	0.5938
Set _B	N/A	N/A	0.5938	0.5344
Set _C	0.8573	0.92	0.8221	0.9569
Set _D	0.976	0.976	0.95	0.95
Set _E	0.9879	0.9879	0.95	1
Set _F	0.8464	0.9747	0.9617	0.8517

참고문헌

[1] S. M. Chen, "A New Approach to Handling Fuzzy Decision Making Problems," *IEEE Tran. on SMC*, Vol. 18, No. 6, p1012-1016, 1988.

[2] C. H. Hsieh, and S. H. Chen, "Similarity of Generalized Fuzzy Numbers with Graded Mean Integration Representation," *Proc. of 8th Int'l Fuzzy Systems Association World Congress*, Taipei, Taiwan, Republic of China, Vol. 2, pp.899-902, 1999.

[3] S. J. Chen, and S. M. Chen, "A New Method to Measure The Similarity Between Fuzzy Numbers," *Proc. of the 10th IEEE Int'l Conf. on Fuzzy Systems*, Melbourne Australia, 2001.

[4] S. H. Wei, and S. M. Chen, "A New Similarity Measures Between Generalized Fuzzy Numbers," *Proc. of the Joint Third Int'l Conf. on Soft Computing and Intelligent Systems and Seventh Symp. on Advanced Intelligent Systems*, pp.315-320, 2006.

[5] S. H. Wei, and S. M. Chen, "A New Similarity Measures Between Interval-valued Trapezoidal Fuzzy Numbers Based on Geometric Distance and the Center-of-gravity-points," *Proc. of the 2007 Sixth Int'l Conf. on Machine Learning and Cybernetics*, Hong Kong, China, pp.1412-1417, 2007.

[6] J. H. Chen, and S. M. Chen, "A New Method to Measure the Similarity Between Interval-valued Fuzzy Numbers," *Proc. of the Sixth Int'l Conf. on Machine Learning and Cybernetics*, Hong Kong, pp.19-22, 2007.

[7] Sang Y. Cho, "Similarity Measure Between Interval-valued Vague Sets," *Jl. of Korean Institute of Intelligent Systems*,

Vol. 19, No. 5, pp603-608, 2009.

[8] S. J. Chen, "Measure of Similarity Between Interval-valued Fuzzy Numbers for Fuzzy Recommendation Processing Based on Quadratic-mean Operator," *Expert Systems with Applications*, Vol. 38, pp2386-2394, 2011.

[9] Gau, Wen-Lung, and Buehrer, Daniel J., "Vague Sets," *IEEE Trans. on SMC*, Vol. 23, No. 2, pp.610-614, 1993.

[10] Chen, Shyi-Ming, "Arithmetic Operations Between Vague Sets," *Proc. of the Int'l Joint Conf. of CFS/IFIS/SOFT'95 on Fuzzy Theory and Applications*, Taipei, Taiwan, Republic of China, pp.206-211, 1995.

[11] Turksen, I. B., "Interval-valued Fuzzy Sets Based on Normal Forms," *Fuzzy Sets and Systems*, 20, pp.191-210, 1986.

[12] G. Deschrijver, and A. Vroman, "Generalized Arithmetic Operations in Interval-valued Fuzzy Set Theory," *Jl. of Intelligent & Fuzzy Systems*, Vol. 16, No. 4, pp.265-271, 2005.

[13] S. J. Chen, and S. M. Chen, "Fuzzy Risk analysis Based on Measures of Similarity Between Interval-valued Fuzzy Numbers," *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 55, No. 8, pp.1670-1685, 2007.

감사의 글

본 논문은 청운대학교의 교내연구비를 지원 받음

저자소개



양명섭 (Myung-Sub Yang)

1995년 전북대학교 전자계산학과(석사)

1999년 전북대학교 전자계산학과(박사)

2000~ 현재: 초당대학교 컴퓨터과학과 교수

※ 관심분야: Machine Vision, Image Processing



이 동 은 (Dong-Eun Lee)

1991년 전북대학교 컴퓨터공학과(학사)

1996년 전북대학교 대학원 컴퓨터공학과(석사)

2000년 전북대학교 대학원 컴퓨터공학과(박사)

2000~현재 청운대학교 인터넷학과 교수

※ 관심분야: 광대역통신, 멀티미디어통신, 인터넷보안



조 상 엽 (Sang-Yeop Cho)

1986년 한남대학교 전자계산학과(학사)

1988년 중앙대학교 대학원 전자계산학과(석사)

1993년 중앙대학교 대학원 전자계산학과(박사)

1995년~현재 청운대학교 인터넷학과 교수

※ 관심분야: 인공지능, 퍼지이론, 퍼지시스템, 페트리넷 응용