일반화된 퍼지 숫자의 개선된 유사척도를 이용한 구간값 퍼지 숫자의 유사척도 개선

이동은*, 이세열**, 조상엽*

요약

본 논문에서는 구간값 퍼지 숫자 사이의 유사척도를 다루기 위한 새로운 방법을 제안한다. 제안한 방법은 Jiang, W.가 제안한 일반화된 퍼지 숫자의 유사척도에 기반을 두고 있다. 이 방법은 일반화된 퍼지 숫자 사이의 유사척도를 구하기 위해 일반화된 퍼지 숫자의 중심점, 면적, 둘레, 높이의 개념을 조합했다. Jiang, W.의 방법은 유사척도의 계산불가, 잘못된 유사척도, 직관과 다른 유사척도, 다른 퍼지숫자 사이의 같은 유사척도와 같은 일반화된 퍼지 숫자의 유사척도를 구하는 다른 접근법의 문제점을 극복할 수 가 있다. 우리는 역시 구간값 퍼지 숫자 사이의 유사척도를 위한 몇 가지 속성에 대한 증명도 기술한다.

Modification of Similarity Measure Between Interval-valued Fuzzy Numbers Using Modified Similarity Measure of Generalized Fuzzy Numbers

Dong Eun Lee*, Se-Yul Lee**, Sang Yeop Cho*

ABSTRACT

In this paper, we present a new method for handling similarity measure between interval-valued fuzzy numbers, which is based on the similarity measure of generalized fuzzy numbers that was proposed by Jiang, W.. This method combines the concepts of the center of gravity, the area, the perimeter and the height of generalized fuzzy numbers to gain the similarity measure between generalized fuzzy numbers. The Jiang's way can overcome the drawbacks of the other approaches to gain similarity measure of generalized fuzzy numbers such as can-not-find similarity measure, incorrect similarity measure, different similarity measure rather intuition, same similarity measure among different fuzzy numbers. We also provide the proof of some properties for the similarity measure between interval-valued fuzzy numbers.

Key Words : interval-valued fuzzy sets, interval-valued fuzzy numbers, generalized fuzzy numbers, similarity measures

* 청운대학교 인터넷학과(✉sycho@chungwoon.ac.kr)
** 청운대학교 컴퓨터학과
· 제1저자(First Author) : 이동은 · 교신저자(Correspondent Author) : 조상엽
· 접수일(2012년 9월 27일), 수정일(1차 : 2012년 11월 2일), 게재확정일(2012년 12월 18일)

Ⅰ. 서 론

퍼지 집합 사이의 유사척도를 정밀하게 구하려는 다양한 연구들이 있었다[1-5]. [1]에서 Chen, S. M.은 퍼지 위험분석을 위한 퍼지 숫자 사이의 유사정도를 계산하는 방법을 제안하였다. [2]에서 Lee, H. S.는 개별 전문가의 의견을 최적화된 그룹의 합의로 모으는 방법으로 사용하기 위한 유사척도를 제안하였다. [3]에서 Chen, S. J., and Chen, S. M.은 퍼지 집합 사이의 기하학적 거리와 중심점의 거리를 이용하여 유사척도를 계산하는 방법을 제안하였다. [4]에서 Wei, S. H., and Chen, S. M.는 일반화된 퍼지 숫자 사이의 기하학적 거리, 둘레, 높이 등을 반영한 유사척도를 사용하여 퍼지 위험 분석에 적용하였다. [5]에서 Hejazi, S. R. Doostparast, A., and Hosseini, S. M.은 일반화된 퍼지 숫자 사이의 기하학적 거리, 둘레, 높이, 면적 등과 같은 특징을 고려한 유사척도를 퍼지 위험 분석에 적용하는 방법을 제안하였다.

이러한 연구들은 퍼지 집합 사이의 유사척도를 계산하는데 여러 가지 문제점-계산 불능, 부정확한 유사도, 직관과 다른 유사척도, 서로 다른 퍼지 집합들 간의 같은 유사척도 등-들을 가지고 있었다. [6]에서 Jiang, W.는 이러한 문제점들을 해결한 계산방법인 일반화된 퍼지 집합에 적용하기 위한 개선된 유사척도를 제안하였다.

본 논문에서는 Jiang, W.의 연구 결과를 기반으로 하여 구간값 퍼지 집합의 유사척도를 계산하는데 적용하는 계산방법을 제안한다. 그리고 구간값 퍼지 집합에 대한 유사척도의 세 가지 속성에 대한 증명도 기술한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 구간값 퍼지 집합을 설명한다. 3장에서는 구간값 퍼지 숫자의 유사척도를 제안한다. 4장에서는 속성의 증명을 보이고, 5장에서 결론을 기술한다.

Ⅱ. 구간값 퍼지 집합

이 장에서는 구간값 퍼지 집합(interval-valued fuzzy sets)에 대하여 기술한다[7, 8].

정의1: 구간값 퍼지 집합 $\widetilde{A}$는 전체집합(universe of discourse) X에서 다음과 같다.

$$\widetilde{A}=\{(\mathrm{x},\ [\mu^L_{\widetilde{A}}(x),\ \mu^U_{\widetilde{A}}(x)])\mid \mathrm{x}\in \mathrm{X}\},$$

여기에서 $0\le\mu^L_{\widetilde{A}}(x)\le\mu^U_{\widetilde{A}}(x)\le 1$ 그리고 $\mu_{\widetilde{A}}(x)$는 원소 x가 구간값 퍼지 집합 $\widetilde{A}$에 대한 소속정도이고, 소속정도는 구간 $\mu_{\widetilde{A}}(x)=[\mu^L_{\widetilde{A}}(x),\ \mu^U_{\widetilde{A}}(x)]$로 표현한다.

정의 2: 만일 구간값 퍼지 집합 $\widetilde{A}$가 다음 속성을 만족하면 $\widetilde{A}$를 전체집합 X에서 구간값 퍼지 숫자라고 부른다.

1) $\widetilde{A}$는 닫히고 제한된(closed bounded) 구간에서 정의된다.
2) $\widetilde{A}$는 볼록(convex) 집합이다.

구간값 퍼지 집합 $\widetilde{A}=[\widetilde{A}^L,\widetilde{A}^U]$을 가정하면 구간값 퍼지 집합 $\widetilde{A}$는 두 개의 원소를 갖는다. 여기에서 $\widetilde{A}^L$는 하한 퍼지 숫자이고, $\widetilde{A}^U$는 상한 퍼지 숫자이다. $\widetilde{A}^L=(a^L_1,a^L_2,a^L_3,a^L_4;\omega^L_{\widetilde{A}})$, $\widetilde{A}^U=(a^U_1,a^U_2,a^U_3,a^U_4;\omega^U_{\widetilde{A}})$그리고 구간값 퍼지 집합 $\widetilde{A}$는 다음과 같이 표현할 수도 있다.

$$\widetilde{A}=[(a^L_1,a^L_2,a^L_3,a^L_4;\omega^L_{\widetilde{A}}),(a^U_1,a^U_2,a^U_3,a^U_4;\omega^U_{\widetilde{A}})],$$

여기에서 $a^L_1\le a^L_2\le a^L_3\le a^L_4$, $a^U_1\le a^U_2\le a^U_3\le a^U_4$, $0\le$

$\omega_A^L \le \omega_A^U \le 1$, 만일 $a_1^L = a_1^U$, $a_2^L = a_2^U$, $a_3^L = a_3^U$, $a_4^L = a_4^U$, $\omega_A^L = \omega_A^U$ 라면 구간값 퍼지 집합 $\widetilde{A}$은 일반화된 퍼지 숫자 $\widetilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4; \omega_{\widetilde{A}})$로 간주할 수 있다.

두 개의 구간값 퍼지 집합 $\widetilde{A}$와 $\widetilde{B}$가 다음과 같이 있다고 가정하자.

$$\widetilde{A} = [(a_1^L, a_2^L, a_3^L, a_4^L; \omega_{\widetilde{A}}^L), (a_1^U, a_2^U, a_3^U, a_4^U; \omega_{\widetilde{A}}^U)],$$

$$\widetilde{B} = [(b_1^L, b_2^L, b_3^L, b_4^L; \omega_{\widetilde{B}}^L), (b_1^U, b_2^U, b_3^U, b_4^U; \omega_{\widetilde{B}}^U)],$$

구간값 퍼지 집합 $\widetilde{A}$와 $\widetilde{B}$ 사이의 산술연산은 다음과 같다[9].

더하기 ⊕: $\widetilde{A} \oplus \widetilde{B} = [(a_1^L, a_2^L, a_3^L, a_4^L; \omega_{\widetilde{A}}^L), (a_1^U, a_2^U, a_3^U, a_4^U; \omega_{\widetilde{A}}^U)] \oplus [(b_1^L, b_2^L, b_3^L, b_4^L; \omega_{\widetilde{B}}^L), (b_1^U, b_2^U, b_3^U, b_4^U; \omega_{\widetilde{B}}^U)] = [(a_1^L + b_1^L,\ a_2^L + b_2^L,\ a_3^L + b_3^L,\ a_4^L + b_4^L, \mathrm{Min}(\omega_{\widetilde{A}}^L, \omega_{\widetilde{B}}^L)), (a_1^U + b_1^U,\ a_2^U + b_2^U,\ a_3^U + b_3^U,\ a_4^L + b_4^U, \mathrm{Min}(\omega_{\widetilde{A}}^U, \omega_{\widetilde{B}}^U))]$,

여기에서 a_1^L, a_2^L, a_3^L, a_4^L, a_1^U, a_2^U, a_3^U, a_4^U, b_1^L, b_2^L, b_3^L, b_4^L, b_1^U, b_2^U, b_3^U와 b_4^U는 어떤 실수들이고, $0 \le \omega_{\widetilde{A}}^L \le \omega_{\widetilde{A}}^U \le 1$, $0 \le \omega_{\widetilde{B}}^L \le \omega_{\widetilde{B}}^U \le 1$.

빼기 ⊖: $\widetilde{A} \ominus \widetilde{B} = [(a_1^L, a_2^L, a_3^L, a_4^L; \omega_{\widetilde{A}}^L), (a_1^U, a_2^U, a_3^U, a_4^U; \omega_{\widetilde{A}}^U)] \ominus [(b_1^L, b_2^L, b_3^L, b_4^L; \omega_{\widetilde{B}}^L), (b_1^U, b_2^U, b_3^U, b_4^U; \omega_{\widetilde{B}}^U)] = [(a_1^L - b_4^L,\ a_2^L - b_3^L,\ a_3^L - b_2^L,\ a_4^L - b_1^L, \mathrm{Min}(\omega_{\widetilde{A}}^L, \omega_{\widetilde{B}}^L)), (a_1^U + b_4^U,\ a_2^U + b_3^U,\ a_3^U + b_2^U,\ a_4^L + b_1^U, \mathrm{Min}(\omega_{\widetilde{A}}^U, \omega_{\widetilde{B}}^U))]$,

곱하기 ⊗: $\widetilde{A} \otimes \widetilde{B} = [(a_1^L, a_2^L, a_3^L, a_4^L; \omega_{\widetilde{A}}^L), (a_1^U, a_2^U, a_3^U, a_4^U; \omega_{\widetilde{A}}^U)] \otimes [(b_1^L, b_2^L, b_3^L, b_4^L; \omega_{\widetilde{B}}^L), (b_1^U, b_2^U, b_3^U, b_4^U; \omega_{\widetilde{B}}^U)] = [(a_1^L \times b_1^L,\ a_2^L \times b_2^L,\ a_3^L \times b_3^L,\ a_4^L \times b_4^L, \mathrm{Min}(\omega_{\widetilde{A}}^L, \omega_{\widetilde{B}}^L)), (a_1^U \times b_1^U,\ a_2^U \times b_2^U,\ a_3^U \times b_3^U,\ a_4^L \times b_4^U, \mathrm{Min}(\omega_{\widetilde{A}}^U, \omega_{\widetilde{B}}^U))]$,

나누기 ⊘: $\widetilde{A} \oslash \widetilde{B} = [(a_1^L, a_2^L, a_3^L, a_4^L; \omega_{\widetilde{A}}^L), (a_1^U, a_2^U, a_3^U, a_4^U; \omega_{\widetilde{A}}^U)] \oslash [(b_1^L, b_2^L, b_3^L, b_4^L; \omega_{\widetilde{B}}^L), (b_1^U, b_2^U, b_3^U, b_4^U; \omega_{\widetilde{B}}^U)] = [(a_1^L / b_4^L,\ a_2^L / b_3^L,\ a_3^L / b_2^L,\ a_4^L / b_1^L, \mathrm{Min}(\omega_{\widetilde{A}}^L, \omega_{\widetilde{B}}^L)), (a_1^U / b_4^U,\ a_2^U / b_3^U,\ a_3^U / b_2^U,\ a_4^L / b_1^U, \mathrm{Min}(\omega_{\widetilde{A}}^U, \omega_{\widetilde{B}}^U))]$.

[6]에서 Jiang은 두 퍼지 숫자 사이의 수평 중심점, 둘레, 높이 면적 등을 고려한 유사척도를 제안하였다. 두 개의 일반화된 퍼지 숫자 A와 B가 있다고 가정하자. 여기에서 A=$(a_1, a_2, a_3, a_4; \omega_A)$, B=$(b_1, b_2, b_3, b_4; \omega_B)$, $a_1 \le a_2 \le a_3 \le a_4$, $b_1 \le b_2 \le b_3 \le b_4$, $0 \le \omega_A \le 1$, $0 \le \omega_B \le 1$. 두 개의 일반화된 퍼지 숫자 A와 B의 유사정도 $S(A,B)$는 다음과 같이 계산한다.

$$S(A,B) = \left[1 - |x_A^* - x_B^*|\right] \times \left[1 - |w_A - w_B|\right] \times \frac{\min(P(A), P(B)) + \min(Ar(A), Ar(B))}{\max(P(A), P(B)) + \max(Ar(A), Ar(B))} \quad (1)$$

여기에서 x_A^*와 x_B^*는 일반화된 퍼지 숫자 A와 B의 수평 무게중심으로 다음과 같이 계산한다.

$$x_A^* = \frac{y_A^*(a_3 + a_2) + (a_4 + a_1)(w_A - y_A^*)}{2w_A}, \quad (2)$$

$$y_A^* = \begin{cases} \dfrac{w_A \times \left(\dfrac{a_3 - a_2}{a_4 - a_1} + 2\right)}{6} & \text{if } a_1 \ne a_4 \text{ and } 0 < w_A \le 1, \\ \dfrac{w_A}{2} & \text{if } a_1 = a_4 \text{ and } 0 < w_A \le 1. \end{cases} \quad (3)$$

$$x_B^* = \frac{y_B^*(b_3+b_2)+(b_4+b_1)(w_B-y_B^*)}{2w_B} \quad (4)$$

$$y_B^* = \begin{cases} \dfrac{w_B \times (\dfrac{b_3-b_2}{b_4-b_1}+2)}{6} & \text{if } b_1 \neq b_4 \text{ and } 0 < w_B \leq 1, \\ \dfrac{w_B}{2} & \text{if } b_1 = b_4 \text{ and } 0 < w_B \leq 1. \end{cases} \quad (5)$$

$P(A)$와 $P(B)$는 일반화된 퍼지 숫자의 둘레이고 다음과 같이 계산한다.

$$P(A) = \sqrt{(a_1-a_2)^2+w_A^2}+\sqrt{(a_3-a_4)^2+w_A^2}+(a_3-a_2)+(a_4-a_1) \quad (6)$$

$$P(B) = \sqrt{(b_1-b_2)^2+w_B^2}+\sqrt{(b_3-b_4)^2+w_B^2}+(b_3-b_2)+(b_4-b_1) \quad (7)$$

$Ar(A)$와 $Ar(B)$는 일반화된 퍼지 숫자의 면적이고 다음과 같이 계산한다.

$$Ar(A) = \frac{1}{2}w_A(a_3-a_2+a_4-a_1) \quad (8)$$

$$Ar(B) = \frac{1}{2}w_B(b_3-b_2+b_4-b_1) \quad (9)$$

$S(A,B)$의 값이 더 크면 클수록 일반화된 퍼지 숫자 A와 B사이의 유사도는 더 크다.

III. 구간값 퍼지 숫자의 개선된 유사척도

이 장에서는 Jiang의 개선된 방법[6]을 기반으로 하는 구간값 퍼지 숫자사이의 유사척도를 설명한다.

두 개의 구간값 퍼지 숫자 $\widetilde{A}=[\widetilde{A}^L,\widetilde{A}^U]$와 $\widetilde{B}=[\widetilde{B}^L,\widetilde{B}^U]$가 다음과 같이 있다고 가정하자.

$$\widetilde{A}=[(a_1^L,a_2^L,a_3^L,a_4^L;\omega_{\widetilde{A}}^L),(a_1^U,a_2^U,a_3^U,a_4^U;\omega_{\widetilde{A}}^U)],$$

$$\widetilde{B}=[(b_1^L,b_2^L,b_3^L,b_4^L;\omega_{\widetilde{B}}^L),(b_1^U,b_2^U,b_3^U,b_4^U;\omega_{\widetilde{B}}^U)],$$

구간값 퍼지 숫자의 유사척도는 다음과 같이 계산한다.

단계1: 구간값 퍼지 숫자의 수평 무게중심을 다음과 같이 계산한다.

$$x_{\widetilde{A}^L}^* = \frac{y_{\widetilde{A}^L}^*(a_3^L+a_2^L)+(a_4^L+a_1^L)(w_{\widetilde{A}^L}-y_{\widetilde{A}^L}^*)}{2\omega_{\widetilde{A}^L}}, \quad (10)$$

$$y_{\widetilde{A}^L}^* = \begin{cases} \dfrac{w_{\widetilde{A}^L} \times (\dfrac{a_3^L-a_2^L}{a_4^L-a_1^L}+2)}{6} & \text{if } a_1^L \neq a_4^L \text{ and } 0 < w_{\widetilde{A}^L} \leq 1, \\ \dfrac{w_{\widetilde{A}^L}}{2} & \text{if } a_1^L = a_4^L \text{ and } 0 < w_{\widetilde{A}^L} \leq 1. \end{cases} \quad (11)$$

$$x_{\widetilde{A}^U}^* = \frac{y_{\widetilde{A}^U}^*(a_3^L+a_2^L)+(a_4^L+a_1^L)(w_{\widetilde{A}^U}-y_{\widetilde{A}^U}^*)}{2\omega_{\widetilde{A}^U}}, \quad (12)$$

$$y_{\widetilde{A}^U}^* = \begin{cases} \dfrac{w_{\widetilde{A}^L} \times (\dfrac{a_3^L-a_2^L}{a_4^L-a_1^L}+2)}{6} & \text{if } a_1^L \neq a_4^L \text{ and } 0 < w_{\widetilde{A}^L} \leq 1, \\ \dfrac{w_{\widetilde{A}^L}}{2} & \text{if } a_1^L = a_4^L \text{ and } 0 < w_{\widetilde{A}^L} \leq 1. \end{cases} \quad (13)$$

$$x_{\widetilde{B}^L}^* = \frac{y_{\widetilde{B}^L}^*(a_3^L+a_2^L)+(a_4^L+a_1^L)(w_{\widetilde{B}^L}-y_{\widetilde{B}^L}^*)}{2\omega_{\widetilde{B}^L}}, \quad (14)$$

$$y_{\widetilde{B}^L}^* = \begin{cases} \dfrac{w_{\widetilde{B}^L} \times (\dfrac{b_3^L-b_2^L}{b_4^L-b_1^L}+2)}{6} & \text{if } b_1^L \neq b_4^L \text{ and } 0 < w_{\widetilde{B}^L} \leq 1, \\ \dfrac{w_{\widetilde{B}^L}}{2} & \text{if } b_1^L = b_4^L \text{ and } 0 < w_{\widetilde{B}^L} \leq 1. \end{cases} \quad (15)$$

$$x_{\widetilde{B}^U}^* = \frac{y_{\widetilde{B}^U}^*(a_3^U+a_2^U)+(a_4^U+a_1^U)(w_{\widetilde{B}^U}-y_{\widetilde{B}^U}^*)}{2\omega_{\widetilde{B}^U}}, \quad (16)$$

$$y_{\widetilde{B}^U}^* = \begin{cases} \dfrac{w_{\widetilde{B}^U} \times (\dfrac{b_3^U-b_2^U}{b_4^U-b_1^U}+2)}{6} & \text{if } b_1^U \neq b_4^U \text{ and } 0 < w_{\widetilde{B}^U} \leq 1, \\ \dfrac{w_{\widetilde{B}^U}}{2} & \text{if } b_1^U = b_4^U \text{ and } 0 < w_{\widetilde{B}^U} \leq 1. \end{cases} \quad (17)$$

단계2: 구간값 퍼지 숫자의 둘레를 다음과 같이 계산한다.

$$P(\widetilde{A}^L)=\sqrt{(a_1^L-a_2^L)^2+w_{\widetilde{A}^L}^2}+\sqrt{(a_3^L-a_4^L)^2+w_{\widetilde{A}^L}^2}+(a_3^L-a_2^L)+(a_4^L-a_1^L) \quad (18)$$

$$P(\widetilde{A}^U)=\sqrt{(a_1^U-a_2^U)^2+w_{\widetilde{A}^U}^2}+\sqrt{(a_3^U-a_4^U)^2+w_{\widetilde{A}^U}^2}+(a_3^U-a_2^U)+(a_4^U-a_1^U) \quad (19)$$

$$P(\widetilde{B}^L)=\sqrt{(b_1^L-b_2^L)^2+w_{\widetilde{B}^L}^2}+\sqrt{(b_3^L-b_4^L)^2+w_{\widetilde{B}^L}^2}+(b_3^L-b_2^L)+(b_4^L-b_1^L) \quad (20)$$

$$P(\widetilde{B}^U)=\sqrt{(b_1^U-b_2^U)^2+w_{\widetilde{B}^U}^2}+\sqrt{(b_3^U-b_4^U)^2+w_{\widetilde{B}^U}^2}+(b_3^U-b_2^U)+(b_4^U-b_1^U) \quad (21)$$

단계3: 구간값 퍼지 숫자의 면적을 다음과 같이 계산한다.

$$Ar(\widetilde{A}^L)=\frac{1}{2}w_{\widetilde{A}^L}(a_3^L-a_2^L+a_4^L-a_1^L) \quad (22)$$

$$Ar(\widetilde{A}^U)=\frac{1}{2}w_{\widetilde{A}^U}(a_3^U-a_2^U+a_4^U-a_1^U) \quad (23)$$

$$Ar(\widetilde{B}^L)=\frac{1}{2}w_{\widetilde{B}^L}(b_3^L-b_2^L+b_4^L-b_1^L) \quad (24)$$

$$Ar(\widetilde{B}^U)=\frac{1}{2}w_{\widetilde{B}^U}(b_3^U-b_2^U+b_4^U-b_1^U) \quad (25)$$

단계4: 구간값 퍼지 숫자의 상한과 하한 유사척도 $S(\widetilde{A}^L,\widetilde{B}^L)$와 $S(\widetilde{A}^U,\widetilde{B}^U)$ 다음과 같이 계산한다.

$$S(\widetilde{A}^L,\widetilde{B}^L)=\left[1-\left|x^*_{\widetilde{A}^L}-x^*_{\widetilde{B}^L}\right|\right]\times\left[1-\left|w_{\widetilde{A}^L}-w_{\widetilde{B}^L}\right|\right]\times \frac{\min(P(\widetilde{A}^L),P(\widetilde{B}^L))+\min(Ar(\widetilde{A}^L),Ar(\widetilde{B}^L))}{\max(P(\widetilde{A}^L),P(\widetilde{B}^L))+\max(Ar(\widetilde{A}^L),Ar(\widetilde{B}^L))} \quad (26)$$

$$S(\widetilde{A}^U,\widetilde{B}^U)=\left[1-\left|x^*_{\widetilde{A}^U}-x^*_{\widetilde{B}^U}\right|\right]\times\left[1-\left|w_{\widetilde{A}^U}-w_{\widetilde{B}^U}\right|\right]\times \frac{\min(P(\widetilde{A}^U),P(\widetilde{B}^U))+\min(Ar(\widetilde{A}^U),Ar(\widetilde{B}^U))}{\max(P(\widetilde{A}^U),P(\widetilde{B}^U))+\max(Ar(\widetilde{A}^U),Ar(\widetilde{B}^U))} \quad (27)$$

단계5: 구간값 퍼지 숫자의 유사척도 $S(\widetilde{A},\widetilde{B})$ 다음과 같이 계산한다.

$$S(\widetilde{A},\widetilde{B})=(S(\widetilde{A}^L,\widetilde{B}^L)+S(\widetilde{A}^U,\widetilde{B}^U))/2 \quad (28)$$

Ⅳ. 유사척도의 속성

개선된 유사척도는 세 가지의 속성을 가지고 있다. 세 가지 속성의 증명은 다음과 같다.

속성 1: 만일 $S(\widetilde{A},\widetilde{B})=1$이라면 구간값 퍼지 숫자는 $\widetilde{A}$와 $\widetilde{B}$동일하다.

증명: $S(\widetilde{A},\widetilde{B})=1$이라면 식(28) $(S(\widetilde{A}^L,\widetilde{B}^L)+S(\widetilde{A}^U,\widetilde{B}^U))/2=1$, 그러므로 $S(\widetilde{A}^L,\widetilde{B}^L)=S(\widetilde{A}^U,\widetilde{B}^U)=1$. $S(\widetilde{A}^L,\widetilde{B}^L)=1$이면 식(26)에 의해 $1-\left|x^*_{\widetilde{A}^L}-x^*_{\widetilde{B}^L}\right|=1$, $1-\left|w_{\widetilde{A}^L}-w_{\widetilde{B}^L}\right|=1$, $\frac{\min(P(\widetilde{A}^L),P(\widetilde{B}^L))+\min(Ar(\widetilde{A}^L),Ar(\widetilde{B}^L))}{\max(P(\widetilde{A}^L),P(\widetilde{B}^L))+\max(Ar(\widetilde{A}^L),Ar(\widetilde{B}^L))}=1$. 그러므로 $x^*_{\widetilde{A}^L}=x^*_{\widetilde{B}^L}$, $w_{\widetilde{A}^L}=w_{\widetilde{B}^L}$, $\min(P(\widetilde{A}^L),P(\widetilde{B}^L))=\max(P(\widetilde{A}^L),P(\widetilde{B}^L))$, $\min(Ar(\widetilde{A}^L),Ar(\widetilde{B}^L))=\max(Ar(\widetilde{A}^L),Ar(\widetilde{B}^L))$. $\min(Ar(\widetilde{A}^L),Ar(B^L))=\max(Ar(\widetilde{A}^L),Ar(\widetilde{B}^L))$이므로 식(22), (24)에 의해 $a_1^L=b_1^L$, $a_2^L=b_2^L$, $a_3^L=b_3^L$, $a_4^L=b_4^L$ 그리고 $w_{\widetilde{A}^L}=w_{\widetilde{B}^L}$이므로 $\widetilde{A}^L=\widetilde{B}^L$. 같은 방법으로 $\widetilde{A}^U=\widetilde{B}^U$. $\widetilde{A}^L=\widetilde{B}^L$, $\widetilde{A}^U=\widetilde{B}^U$이므로 구간값 퍼지 숫자 $\widetilde{A}$와 $\widetilde{B}$는 동일하다.

속성 2: $S(\widetilde{A},\widetilde{B})=S(\widetilde{B},\widetilde{A})$.

증명: 식(28)에 의해 $S(\widetilde{A},\widetilde{B})=(S(\widetilde{A}^L,\widetilde{B}^L)+$

$S(\tilde{A}^U,\tilde{B}^U))/2=(S(\tilde{B}^L,\tilde{A}^L)+S(\tilde{B}^U,\tilde{A}^U))/2=S(\tilde{B},\tilde{A})$. 그러므로 $S(\tilde{A}^L,\tilde{B}^L)=S(\tilde{B}^L,\tilde{A}^L)$, $S(\tilde{A}^U,\tilde{B}^U)=S(\tilde{B}^U,\tilde{A}^U)$. 식(26)에 의해 $S(\tilde{A}^L,\tilde{B}^L)=\left[1-\left|x^*_{\tilde{A}^L}-x^*_{\tilde{B}^L}\right|\right] \times \left[1-\left|w_{\tilde{A}^L}-w_{\tilde{B}^L}\right|\right] \times \frac{\min(P(\tilde{A}^L),P(\tilde{B}^L))+\min(Ar(\tilde{A}^L),Ar(\tilde{B}^L))}{\max(P(\tilde{A}^L),P(\tilde{B}^L))+\max(Ar(\tilde{A}^L),Ar(\tilde{B}^L))}=\left[1-\left|x^*_{\tilde{B}^L}-x^*_{\tilde{A}^L}\right|\right] \times \left[1-\left|w_{\tilde{B}^L}-w_{\tilde{A}^L}\right|\right] \times \frac{\min(P(\widetilde{B^L}),P(\widetilde{A^L}))+\min(Ar(\widetilde{B^L}),Ar(\widetilde{A^L}))}{\max(P(\widetilde{B^L}),P(\widetilde{A^L}))+\max(Ar(\widetilde{B^L}),Ar(\widetilde{A^L}))}=S(\tilde{B}^L,\tilde{A}^L)$. 그러므로 $\left[1-\left|x^*_{\tilde{A}^L}-x^*_{\tilde{B}^L}\right|\right]=\left[1-\left|x^*_{\tilde{B}^L}-x^*_{\tilde{A}^L}\right|\right]$, $\left[1-\left|w_{\tilde{A}^L}-w_{\tilde{B}^L}\right|\right]=\left[1-\left|w_{\tilde{B}^L}-w_{\tilde{A}^L}\right|\right]$, $\frac{\min(P(\tilde{A}^L),P(\tilde{B}^L))+\min(Ar(\tilde{A}^L),Ar(\tilde{B}^L))}{\max(P(\tilde{A}^L),P(\tilde{B}^L))+\max(Ar(\tilde{A}^L),Ar(\tilde{B}^L))}=\frac{\min(P(\widetilde{B^L}),P(\widetilde{A^L}))+\min(Ar(\widetilde{B^L}),Ar(\widetilde{A^L}))}{\max(P(\widetilde{B^L}),P(\widetilde{A^L}))+\max(Ar(\widetilde{B^L}),Ar(\widetilde{A^L}))}$. 그래서 $w_{\tilde{A}^L}=w_{\tilde{B}^L}$ 이고 식(22), (24)에 의해 $a_1^L=b_1^L$, $a_2^L=b_2^L$, $a_3^L=b_3^L$, $a_4^L=b_4^L$이므로 $S(\tilde{A}^L,\tilde{B}^L) = S(\tilde{B}^L,\tilde{A}^L)$. 같은 방법으로 $S(\tilde{A}^U,\tilde{B}^U) = S(\tilde{B}^U,\tilde{A}^U)$. 그러므로 $S(\tilde{A},\tilde{B}) = S(\tilde{B},\tilde{A})$.

속성 3: 구간값 퍼지 숫자 $\tilde{A}$ = a, $\tilde{B}$ = b인 0과 1 사이의 실수라고 하자. $S(\tilde{A},\tilde{B}) = 1-|a-b|$.

증명: 만일 $\tilde{A}$ = a, $\tilde{B}$ = b인 0과 1사이의 실수라면 $\widetilde{A} = [(a_1^L, a_2^L, a_3^L, a_4^L; \omega_{\tilde{A}}^L), (a_1^U, a_2^U, a_3^U, a_4^U; \omega_{\tilde{A}}^U)]$ = [(a, a, a, a; 1.0), (a, a, a, a; 1.0)], $\widetilde{B} = [(b_1^L, b_2^L, b_3^L, b_4^L; \omega_{\tilde{B}}^L), (b_1^U, b_2^U, b_3^U, b_4^U; \omega_{\tilde{B}}^U)]$ = [(b, b, b, b; 1.0), (b, b, b, b; 1.0)]. 식(11-13)에 의해 $1-\left|x^*_{\tilde{A}^L}-x^*_{\tilde{B}^L}\right| = 1-|a-b|$ 이 되고, $1-\left|w_{\tilde{A}^L}-w_{\tilde{B}^L}\right|$ = 1되며, $\frac{\min(P(\tilde{A}^L),P(\tilde{B}^L))+\min(Ar(\tilde{A}^L),Ar(\tilde{B}^L))}{\max(P(\tilde{A}^L),P(\tilde{B}^L))+\max(Ar(\tilde{A}^L),Ar(\tilde{B}^L))}$는 식(18), (19), (20), (22), (23), (24) 그리고 (25)에 의해 1이 된다. $S(\tilde{A}^L,\tilde{B}^L) = 1-|a-b|$. 같은 방법으로 $S(\tilde{A}^U,\tilde{B}^U)=1-|a-b|$. 그러므로 식(28)에 의해 $S(\tilde{A},\tilde{B})=1-|a-b|$.

V. 결 론

본 논문에서는 기존의 일반화된 퍼지 숫자의 유사척도들이 가지는 계산 불능, 부정확한 유사도, 직관과 다른 유사척도, 서로 다른 퍼지 집합들 간의 같은 유사척도 등의 문제점을 해결한 Jiang의 연구결과를 기반으로 하여 구간값 퍼지 숫자의 유사척도를 계산하는 방법을 기술하였다. 그러므로 기존의 구간값 퍼지 숫자의 유사척도가 가지는 문제점을 해결하였다. 그리고 제안한 구간값 퍼지 숫자에 대한 유사척도의 세 가지 속성의 증명도 기술하였다. 그리고 Jiang의 연구결과를 구간값 모호 집합 등에 적용하는 연구도 필요하다.

참고문헌

[1] Chen, S. M., “New Methods for Subjective Mental Workload Assessment and Fuzzy Risk Analysis,” *Cybern. Syst.: Int. Jl.*, Vol. 27, No. 5, pp449-472, 1996.

[2] Lee, H. S., “Optical Consensus of Fuzzy Opinions under Group Decision Making Environment,” *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 132, No. 3, pp303-315, 2002.

[3] Chen, S. J., and Chen, S. M., “Fuzzy Risk Analysis Based on Similarity Measures of Generalized Fuzzy Numbers,” *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol. 11. No. 1, pp45-56, 2003.

[4] Wei, S. H., and Chen, S. M., “A New Approach for Fuzzy Risk Analysis Based on Similarity Measures of Generalized Fuzzy Numbers,” *Expert Systems with Applications*, Vol. 36, pp589-598, 2009.

[5] Hejazi, S. R. Doostparast, A., and Hosseini, S. M., “An Improved Fuzzy Risk Analysis Based on a New Similarity Measures of Generalized Fuzzy Numbers,” *Expert Systems with Applications*, Vol. 38, Issue 8, pp9179-9185, 2011.

[6] Jiang, W., Xin, F., Dejie, D., and Deng, Y., “A Modified Similarity Measure of Generalized Fuzzy Numbers,” *Procedia Engineering*, Vol. 15, pp2773-2777, 2011.

[7] Gorzalczany, M. B., "A Method of Inference in Approximate Reasoning Based on Interval-valued Fuzzy Sets," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 21, No. 1, pp1-17, 1987.

[8] Chen, S. J., and Chen, S. M., "Fuzzy Risk Analysis based on

Measures of Similarity Between Interval-valued Fuzzy Numbers," *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 55, Issue 8, pp1670-1685, 2007.

[9] Hong, D. H., "Some Algebraic Properties and a Distance Measure for Interval-valued Fuzzy Numbers," *Information Sci*. Vol. 148, No. 1, pp1-10, 2002.

감사의 글

본 논문은 2012년도 청운대학교 교내학술연구조성비 지원을 받음.

저자소개

이동은 (Dong Eun Lee)

1991년 전북대학교 컴퓨터공학과(학사)
1996년 전북대학교 대학원 컴퓨터공학과(석사)
2000년 전북대학교 대학원 컴퓨터공학과(박사)
2000～현재 청운대학교 인터넷학과 교수
※관심분야 : 광대역통신, 멀티미디어통신, 인터넷보안

이세열(Se-Yul Lee)

1999년 대전대학교 정보통신공학과(공학석사)
2003년 대전대학교 컴퓨터공학과(공학박사)
2004년～현재 : 청운대학교 컴퓨터학과 교수
※관심분야 : 정보보호, 네트워크보안, 퍼지논리

조상엽(Cho, Sang Yeop)

1986년 한남대학교 전자계산학과(학사)
1988년 중앙대학교 대학원 전자계산학과(석사)
1993년 중앙대학교 대학원 전자계산학과(박사)
1995년～현재 : 청운대학교 인터넷학과 교수
※관심분야 : 인공지능, 퍼지이론, 퍼지시스템, 페트리네트 응용, 지능시스템