



Improved Cholesky Decomposition using Channel Element Relocation for MIMO Systems

Jinhyeuk Shon¹, Sang Kyu Park¹, Kwangmin Hyun²

¹*Department of Electronics & computer Engineering, Hanyang University*

²*Department of Information & Telecommunication Engineering Gangneung-Wonju National University*

A B S T R A C T

This paper newly proposed a channel element relocation which can reduce multiplication complexity of ML by applying Cholesky decomposition. In wireless communication, maximum likelihood (ML) detection scheme that shows the best bit error rate (BER) performance is usually used; however, a huge amount of multiplication complexity has been pointed out as a default. To lower multiplication complexity of ML detection scheme, various methods have been proposed. Among them, QRM-MLD algorithm which uses QR decomposition was proposed. The QRM-MLD algorithm maintains the optimal BER performance of ML and reduces the huge amount of multiplication complexity of ML detection. But, QR decomposition shows a huge increase according to augmentation of a number of antennas because of amount of complexity of decomposition process of QR decomposition. For this reason, Cholesky decomposition which has low complexity on decomposition process was proposed. Cholesky decomposition does not have high complexity on decomposition process but shows reduced complexity than QR decomposition when a number of antennas increase. However, despite reduced complexity, there is a need of additional decrease of ML complexity. To satisfy the need, this paper proposes channel element relocation which applies to Cholesky decomposition and shows additional complexity reduction. Comparison with proposed method and QRM-MLD and conventional Cholesky decomposition shows that proposed method has low complexity.

© 2015 KKITS All rights reserved

KEYWORDS : MIMO, ML detections, complexities, QRM-MLD, Cholesky decomposition

ARTICLE INFO: Received 15 January 2015, Revised 13 February 2015, Accepted 13 February 2015.

*Corresponding author is with the *Department of Information & Telecommunication Engineering Gangneung-Wonju National University* 150 Namwonro,

Wonju, Gangwon, 220-711, KOREA.
E-mail address: kamihyun@gwnu.ac.kr

1. 서 론

무선통신분야에서는 현재까지 더 높은 데이터 전송률과 질적으로 향상된 서비스를 제공하기 위해 많은 발전을 거듭해왔다. 그 결과 변조방식에서의 기술적 향상과 더불어 전송률 증가에 따른 주파수 대역 효율 향상 등의 발전이 이루어졌다. 또한 다중안테나를 사용하는 multiple input multiple output (MIMO)의 개발로 인하여 무선통신에서의 높은 데이터 전송률과 양질의 서비스를 제공할 수 있게 되었다[1]. 그와 더불어 MIMO 시스템에서의 최적의 성능을 보이는 maximum likelihood (ML) 검출 기법이 개발되어 널리 사용되고 있다[2].

ML 검출 기법은 모든 변조신호의 성상도를 검사하여 다른 검출기법에 비해 월등한 bit error rate (BER) 성능을 보인다[3]. 하지만 많은 수의 안테나를 사용하는 경우 혹은 높은 차수의 변조기법을 사용할 경우 매우 높은 복잡도를 보이기 때문에 massive MIMO 와 같은 차세대 기술에 적용하기에는 많은 어려움이 따르고 있다. 이에 따라 ML이 보이는 최적의 성능을 유지하며 동시에 복잡도를 낮추기 위한 여러 방법이 제안되었다 [4][5]. 그 중 하나의 방법으로 QR 분해를 이용하여 복잡도를 낮추는 기법으로 QRM-MLD가 제시되었다[5]. QRM-MLD는 MIMO 시스템의 채널 행렬을 QR 분해한 뒤 ML 검출방식에서 검사하는 성상도의 변조신호의 수를 줄이는 방식을 통해 ML의 높은 복잡도를 확연하게 줄일 수 있다[6]. 하지만 QRM-MLD 방식 역시 많은 수의 안테나를 사용할 경우 높은 복잡도를 보인다[5][6]. 이러한 단점을 보완하기 위하여 Cholesky 분해를 ML에 적용하는 방식이 제안되었다[7][8]. Cholesky 분해는 QR 분해에 비해 더 낮은 복잡도를 보이며 안테나 수가 증가할수록 QR 분해에 비해 더 큰 복잡도 감소를 보인다는 장점이 있지만 Cholesky 분해를 MIMO 시스템에 적용하

기에는 많은 전제조건이 있다. 그 중 하나로 송신 안테나의 수가 수신안테나의 수보다 작을 경우 사용할 수 없다는 전제조건이 존재하며 이는 분명한 단점으로 작용할 수 있다. 하지만 full-rank MIMO 시스템의 경우 송신 안테나의 수와 수신 안테나의 수가 같으므로 일반적인 MIMO 시스템의 경우 Cholesky 분해를 적용하는데 있어 안테나 수에 따른 제약이 없다고 할 수 있다. 또한 Cholesky분해는 분해할 행렬이 positive definite여야 한다는 제약이 있다[8][9]. 하지만 full-rank MIMO 시스템에서는 Cholesky 분해를 적용할 채널행렬을 채널행렬의 에르미트 행렬과 곱하여 항상 positive definite 행렬로 구성하여 Cholesky 분해를 적용하므로 full-rank MIMO 시스템에서는 positive definite에 대한 제약이 없다고 할 수 있다.

본 논문에서는 full-rank MIMO 시스템에서 Cholesky 분해를 적용할 경우 채널 행렬의 원소를 재배치하여 향상된 복잡도 감소를 보이는 방법을 제안하고자 한다. 본 논문은 아래와 같이 구성된다. 2 장에서는 본 논문에서 사용하는 시스템 모델을 정의하고 QR 분해와 Cholesky 분해에 대하여 설명한다. 3장에서는 복잡도를 감소시키는 새로운 방식을 제안하고 이에 대해 설명한다. 4장에서는 기존의 방식과 제안하는 기법의 복잡도를 비교하여 보이고 감소된 복잡도를 확인한다. 마지막으로 본 논문의 결론을 5장에서 정리한다.

2. 관련 연구

본 논문에서는 <그림 1>과 같이 N_t 개의 송신 안테나와 $N_r = N_t$ 개의 수신 안테나로 이루어진 MIMO 시스템을 사용한다. 이 때 수신신호 \mathbf{Y} 는 아래와 같이 표현된다.

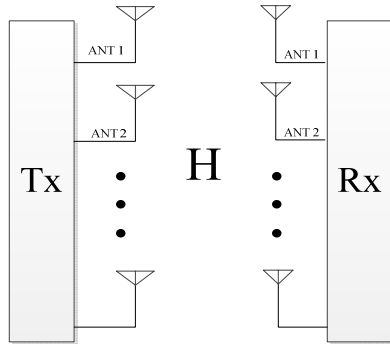


그림 1. 다중안테나 시스템에서의 송수신 관계
Figure 1. transmit/receive relation for MIMO system

$$Y = HX + N, \quad (1)$$

여기서 X 는 송신신호로 $N_t \times 1$ 행렬을 나타내고 N 은 independent and independent identically distributed (i.i.d) 분포를 따르는 $N_t \times 1$ additive white Gaussian noise (AWGN) 행렬을 나타내며 H 는 $N_t \times N_t$ 레일리이 페이딩 채널 행렬이다. 수신단에서는 송신단에서 전송한 것으로 추정되는 신호 \hat{x} 를 ML 검출방식을 사용하여 아래와 같이 검출한다.

$$\hat{x} = \underset{x \in \Omega}{\operatorname{argmin}} \| Y - HX \|^2, \quad (2)$$

여기서 Ω 는 성상도 상의 심볼들의 집합을 의미한다.

2.1 QR 분해

QR분해는 채널 행렬 H 를 $N_t \times N_t$ 직교 행렬 Q 와 $N_t \times N_t$ 상부삼각행렬 R 로 분해한다. QR 분해를 적용한 경우 식 (1)은 아래와 같이 표현되고 이 때 QR 분해를 적용한 수신신호 \bar{Y} 는

$$\bar{Y} = Q^H R$$

$$\bar{Y} = RX + \bar{N}, \quad (3)$$

여기서 $\bar{N} = Q^H N$ 이다.

식 (1)의 변환에 따라 ML 검출방식을 사용한 식 (2)는 아래와 같이 표현된다.

$$\hat{x} = \underset{x \in \Omega}{\operatorname{argmin}} \| \bar{Y} - RX \|^2. \quad (4)$$

2.2 Cholesky 분해

Cholesky 분해는 QR 분해의 복잡도를 더 감소시키기 위한 방법으로 제안되었다[9]. 하지만 MIMO system의 채널에 Cholesky 분해를 적용하기 위해서는 채널 행렬이 대칭행렬이고 positive definite 이어야 한다[8]. 이 조건을 만족시키기 위해 채널의 에르미트 행렬을 채널 행렬과 곱한 행렬 $G = H^H H$ 를 사용하며, G 행렬은 항상 positive definite이다. H^H 를 곱함에 따라 식 (1)은 아래와 같이 표현되고 이 때, $Y' = H^H Y$ 이다.

$$Y' = GX + N', \quad (5)$$

여기서 $N' = H^H N$ 이다.

G 는 Cholesky 분해 공식에 따라 $G = D^H D$ 로 분해되며 D 는 $N_t \times N_t$ 인 상부삼각행렬이고 D 는 실수행렬이므로 D^H 는 D 의 전치행렬이고 이를 $D^T = D^H$ 로 표현할 수 있다. D 의 i 번째 행 j 번째 열의 원소 d_{ij} 는 아래와 같이 계산되며 g_{ij} 는 G 의 i 번째 행 j 번째 열의 원소이다.

$$\begin{pmatrix} y_{1R} + jy_{1I} \\ \vdots \\ y_{NR} + jy_{NI} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11R} + jh_{11I} & \cdots & h_{1NR} + jh_{1NI} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N1R} + jh_{N1I} & \cdots & h_{NNR} + jh_{NNI} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1R} + jx_{1I} \\ \vdots \\ x_{NR} + jx_{NI} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_{1R} + jn_{1I} \\ \vdots \\ n_{NR} + jn_{NI} \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} y_{1R} \\ \vdots \\ y_{NR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11R} & \cdots & h_{1NR} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N1R} & \cdots & h_{NNR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1R} \\ \vdots \\ x_{NR} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} h_{11I} & \cdots & h_{1NI} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N1I} & \cdots & h_{NNI} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1I} \\ \vdots \\ x_{NI} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_{1R} \\ \vdots \\ n_{NR} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} h_{11R} & \cdots & h_{1NR} & -h_{11I} & \cdots & -h_{1NI} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N1R} & \cdots & h_{NNR} & -h_{N1I} & \cdots & -h_{NNI} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1R} \\ \vdots \\ x_{NR} \\ x_{1I} \\ \vdots \\ x_{NI} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_{1R} \\ \vdots \\ n_{NR} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} y_{1I} \\ \vdots \\ y_{NI} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11I} & \cdots & h_{1NI} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N1I} & \cdots & h_{NNI} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1R} \\ \vdots \\ x_{NR} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} h_{11R} & \cdots & h_{1NR} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N1R} & \cdots & h_{NNR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1I} \\ \vdots \\ x_{NI} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_{1I} \\ \vdots \\ n_{NI} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} h_{11I} & \cdots & h_{1NI} & -h_{11R} & \cdots & -h_{1NR} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N1I} & \cdots & h_{NNI} & -h_{N1R} & \cdots & -h_{NNR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1R} \\ \vdots \\ x_{NR} \\ x_{1I} \\ \vdots \\ x_{NI} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_{1I} \\ \vdots \\ n_{NI} \end{pmatrix}$$

$$d_{ii} = \sqrt{g_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} d_{ik}^2}, \quad d_{ij} = \frac{1}{d_{ii}} \left(g_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} d_{ki} d_{kj} \right). \quad (9)$$

Cholesky 분해를 수행함에 따라 식 (5)는 아래와 같이 표현되며 이 때, Cholesky 분해가 적용된 수신신호 Z 는 $Z = D^H Y$ 이다.

$$Z = DX + N_0 \quad (10)$$

여기서, Cholesky 분해가 적용된 잡음신호 N_0 는 $N_0 = D^H N'$ 이다. 식 (10)에 따른 ML계산식의 변화는 아래와 같다.

$$\hat{x} = \underset{x \in \Omega}{\operatorname{argmin}} \| Z - DX \|^2 \quad (11)$$

여기서 식 (11)의 결과는 식 (4)의 결과와 동일하

므로 ML과 일치하는 비트 오류 확률 (BER)을 갖는다.

3. 제안하는 새로운 기법

본 장에서는 장에서는 Cholesky 분해와 채널 원소 재배치를 이용한 ML 검출 방식의 복잡도 감소를 제안한다. 제안한 방법을 적용하기 위해서 우선적으로 요구되는 조건으로 채널 확장이 있다.

3.1 Real Term Channel Representation

$N_t \times N_r$ MIMO 시스템의 경우, 송수신 신호의 관계를 식 (6)와 같이 나타낼 수 있고 여기서 y_{jR} 은 j 번째 수신안테나에 수신된 복소 신호의 실수부를 나타내며 y_{jI} 는 허수부를 나타낸다. 같은 방법으로 채널 행렬 H 의 원소 h_{ij} 와 송신신호 x , 잡

음 n 도 $h_{ijR}, h_{ijI}, x_{iR}, x_{iI}, z_{iR}, z_{iI}$ 로 정의한다. 식 (6)의 시스템의 실수부는 식 (7)으로 표현된다. 또한 허수부도 실수부와 유사한 과정을 거쳐 식 (8)로 표현된다. 식 (7)과 식 (8)을 다시 합쳐 표현하면 $N_t \times N_t$ 복소행렬에서 $2N_t \times 2N_t$ 실수 행렬로 확장된 채널을 얻을 수 있다[10]. 확장된 채널의 수신 신호 \mathbf{Y}'' 는 $\mathbf{Y}'' = [y''_{1R}, \dots, y''_{NR}, y''_{1I}, \dots, y''_{NI}]^T$ 이고 다음과 같다.

$$\mathbf{Y}'' = \mathbf{H}'' \mathbf{X}'' + \mathbf{N}'' \quad (12)$$

여기서

$$\mathbf{H}'' = \begin{pmatrix} h_{11R} \dots h_{1NR} - h_{11I} \dots - h_{1NI} \\ \vdots \quad \ddots \quad \vdots \quad \vdots \quad \ddots \quad \vdots \\ h_{N1R} \dots h_{NNR} - h_{N1I} \dots - h_{NNI} \\ h_{11I} \dots h_{1NI} \quad h_{11R} \dots h_{1NR} \\ \vdots \quad \ddots \quad \vdots \quad \vdots \quad \ddots \quad \vdots \\ h_{N1I} \dots h_{NNI} \quad h_{N1R} \dots h_{NNR} \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$\mathbf{X}'' = [x_{1R}, \dots, x_{NR}, x_{1I}, \dots, x_{NI}]^T, \quad (14)$$

$$\mathbf{N}'' = [n_{1R}, \dots, n_{NR}, n_{1I}, \dots, n_{NI}]^T. \quad (15)$$

채널 행렬의 원소를 재배치함에 따라 $\mathbf{Y}, \mathbf{X}, \mathbf{N}$ 다른 신호 행렬 역시 $N_t \times 1$ 행렬에서 $2N_t \times 1$ 로 확장되었으며 이를 위의 식 (6)와 비교하면 행렬의 원소의 수는 증가하였지만 곱셈복잡도와 비트 오류 확률 (BER)측면에서의 결과는 동일하게 유지되므로 채널원소를 확장함에 있어 아무런 문제가 없다고 할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 식 (12)로 표현되는 실수 시스템을 사용한다.

3.2 채널 원소 재배치

본 논문에서는 식 (13)의 일반적인 채널 확장 방식의 채널 원소를 재배치한 뒤 Cholesky 분해를 적용하여 ML 검출 방식의 복잡도를 감소시키는 방법을 제안한다. 행렬 원소가 재배치된 수신신호 $\mathbf{Y}_{prop} = [y_{1R}, y_{1I}, \dots, y_{NR}, y_{NI}]^T$ 는 아래와 같다.

$$\mathbf{Y}_{prop} = \mathbf{H}_{prop} \mathbf{X}_{prop} + \mathbf{N}_{prop}. \quad (16)$$

여기서

$$\mathbf{H}_{prop} = \begin{pmatrix} h_{11R} - h_{11I} \dots h_{1NR} - h_{1NI} \\ h_{11I} \quad h_{11R} \quad \dots \quad h_{1NI} \quad h_{1NR} \\ \vdots \quad \vdots \quad \ddots \quad \vdots \quad \vdots \\ h_{N1R} - h_{N1I} \dots h_{NNR} - h_{NNI} \\ h_{N1I} \quad h_{N1R} \quad \dots \quad h_{NNI} \quad h_{NNR} \end{pmatrix}, \quad (17)$$

$$\mathbf{X}_{prop} = [x_{1R}, x_{1I}, \dots, x_{NR}, x_{NI}]^T, \quad (18)$$

$$\mathbf{N}_{prop} = [n_{1R}, n_{1I}, \dots, n_{NR}, n_{NI}]^T, \quad (19)$$

여기서 식(17)과 같이 식(13)의 채널 행렬의 원소가 재배치된 신호를 채널 원소 재배치된 신호라고 정의한다.

일반적인 채널 확장 방식과는 달리 제안된 행렬은 원소의 행과 열에 따라 원소를 모아 배치하였다. 이러한 방식의 장점은 Cholesky 분해가 실행되었을 때 드러난다. 식 (17)의 채널 행렬 \mathbf{H}_{prop} 의 p 번째 열을 \mathbf{H}_p 라 하고 $s = 1, 3, \dots, 2N_t - 1$ 이라 하면 \mathbf{G}_{prop} 의 s 번째 행 $s + 1$ 번째 열의 원소 $\bar{g}_{s, s+1}$ 는 아래와 같이 정의된다.

$$\bar{g}_{s, s+1} = \langle \mathbf{H}_s \cdot \mathbf{H}_{s+1} \rangle = 0, \quad (20)$$

$$\bar{g}_{s+1, s} = \langle \mathbf{H}_{s+1} \cdot \mathbf{H}_s \rangle = 0, \quad (21)$$

여기서 $\langle \cdot \rangle$ 는 벡터의 내적을 의미한다. 이 때, \mathbf{G}_{prop} 를 Cholesky 분해하여 얻어진 상부삼각 행렬 \mathbf{D}_{prop} 의 s 번째 행, $s + 1$ 번째 열의 원소 $\bar{d}_{s,s+1}$ 는 아래와 같다.

$$\bar{d}_{s,s+1} = \frac{-1}{\bar{d}_{s,s}} \left(\sum_{k=1}^{s-1} \bar{d}_{k,s} \bar{d}_{k,s+1} \right). \quad (22)$$

이 때, $\sum_{k=1}^{s-1} \bar{d}_{k,s} \bar{d}_{k,s+1} = 0$ 이므로 $\bar{d}_{s,s+1} = 0$ 이라 할 수 있다. 이를 적용하여 일반적인 채널 확장 방식을 사용한 Cholesky 분해의 결과와 제안된 채널 원소 재배치 방식을 이용한 Cholesky 분해의 결과를 아래에서 비교할 수 있다.

일반적인 채널 확장 방식에 Cholesky 분해를 적용할 경우, 분해된 행렬 \mathbf{D} 는 아래에서 확인할 수 있듯이 안테나의 수와 관계없이 항상 상부에서 1 개의 0을 가진다.

$$\begin{pmatrix} z_{1R} \\ \vdots \\ z_{NR} \\ z_{1I} \\ \vdots \\ z_{NI} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & 0_{1,N} & \dots & d_{1,2N} \\ 0 & d_{22} & & & & 2_{2,2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & d_{2N,2N} & & \vdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1R} \\ \vdots \\ x_{NR} \\ x_{1I} \\ \vdots \\ x_{NI} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_{1R} \\ \vdots \\ n_{NR} \\ n_{1I} \\ \vdots \\ n_{NI} \end{pmatrix}. \quad (23)$$

하지만 제안된 방식에 따라 채널 행렬의 원소를 재배치 한 후 Cholesky 분해를 수행할 경우 $\tilde{d}_{i,i+1} = 0$ 으로 아래와 같이 행렬 \mathbf{D}_{prop} 의 상부에 0 의 개수가 N_t 개로 증가했음을 알 수 있다.

$$\begin{pmatrix} z_{1R} \\ z_{1I} \\ \vdots \\ z_{2NR} \\ z_{2NI} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 & d_{13} & \dots & d_{1,2N_t-1} & d_{1,2N_t} \\ 0 & d_{22} & d_{23} & & & d_{2,2N_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & d_{2N_t-2,2N_t-1} & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \vdots & 0 & \vdots \\ & & & & d_{2N_t,2N_t} & \vdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1R} \\ x_{1I} \\ \vdots \\ x_{2NR} \\ x_{2NI} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_{1R} \\ n_{1I} \\ \vdots \\ n_{2NR} \\ n_{2NI} \end{pmatrix} \quad (24)$$

제안된 방식에 따라 채널 행렬의 원소를 재배치 한 후 Cholesky 분해를 수행할 경우 행렬 \mathbf{D} 원소 내에서의 0의 증가는 곱셈 복잡도의 감소와 직결되어 있다. 첫 번째로 Cholesky 분해과정에서의 복잡도를 감소시킬 수 있기 때문이다. 제안된 방식을 통해 생성되는 0원소는 항상 일정한 위치에 생성되므로 해당 원소의 분해 계산을 생략함으로써 분해 과정에서의 복잡도를 감소시킬 수 있다.

표 1. 각각의 분해 기법의 계산과정에 따른 복잡도 계산
Table 1. Complexity calculation of each decomposition scheme.

분해방법		QR분해	Cholesky 분해	제안한 방법
분해 복잡도		$24N_t^3 + 4N_t^2$	$\frac{8N_t^3 + 18N_t^2 - 17N_t - 9}{3}$	$\frac{8N_t^3 - 9N_t^2 + 7N_t - 6}{3}$
ML계산 복잡도	\mathbf{H}^H 곱셈복잡도	0	$8N_t^3 + 4N_t^2$	$8N_t^3 + 4N_t^2$
	역행렬계산	$0 \quad \because (\mathbf{Q}^{-1} = \mathbf{Q}^H)$	$2N_t^3 + 3N_t^2 + 12N_t$	$2N_t^3 + 2N_t^2 + 13N_t$
	역행렬곱셈	$4N_t^2$	$2N_t^2 + N_t$	$2N_t^2$
총 계산 복잡도		$24N_t^3 + 8N_t^2$	$\frac{38N_t^3 + 45N_t^2 + 16N_t - 9}{3}$	$\frac{38N_t^3 + 15N_t^2 + 46N_t - 6}{3}$

표 2. 송신 안테나 N_t 와 수신 안테나 $N_r = N_t$ 에 따른 복잡도 비교
 Table 2. Complexity calculation pursuant the number of transmit/receive antenna

N_t	2	4	6	8
분해기법				
QR분해	5.734×10^4	1.090×10^8	$9,180 \times 10^{10}$	5.497×10^{13}
일반적인 채널표현을 사용한 Cholesky 분해	4.3264×10^4	7.0057×10^7	5.5449×10^{10}	3.2148×10^{13}
제안된 채널표현을 사용한 Cholesky 분해	3.840×10^4	6.225×10^7	5.043×10^{10}	2.974×10^{13}
QR분해 VS 일반적인 채널표현을 사용한 Cholesky 분해	24.55%	35.75%	39.60%	41.52%
일반적인 채널표현을 사용한 Cholesky 분해 VS 제안된 채널표현을 사용한 Cholesky 분해	11.24%	11.13%	9.04%	7.46%
QR분해 VS 제안된 채널표현을 사용한 Cholesky 분해	33.03%	42.90%	45.06%	45.89%

두 번째로 0은 곱셈 복잡도를 유발시키지 않는다는 점을 이용하여 식 (8)의 ML계산식에서도 0원소의 곱셈을 생략하여 많은 곱셈 복잡도를 감소시킬 수 있다. 제안된 방법을 사용함으로써 감소되는 복잡도를 아래의 시뮬레이션 결과에서 확인할 수 있다.

4. 시뮬레이션 결과

4장에서는 QR 분해와 일반적인 채널 표현을 사용한 Cholesky 분해, 그리고 제안된 방식의 채널 표현을 사용한 Cholesky 분해의 복잡도를 비교할 것이다. 각각의 복잡도에 대한 비교는 수식에 의해 계산된 각각의 복잡도의 결과와 16 QAM에서의 송

신 안테나 수 N_t 와 수신 안테나 수 $N_r = N_t$ 에 따른 복잡도 감소를 통해 확인할 것이다. <표 1>은 각각의 분해기법의 계산과정에 따른 복잡도 계산으로 이루어져 있다. <표 1>의 분해 복잡도는 각각의 분해과정에서 발생하는 계산 복잡도를 의미하며 ML 계산 복잡도는 식 (2)로 표현된 초기의 ML 계산식이 분해과정을 거친 후 각각 식 (4)와 식 (11)로 표현되기까지 발생하는 계산 복잡도를 의미한다. 먼저 분해 복잡도를 살펴보면 QR분해가 가장 높은 분해 복잡도를 가지는 것을 알 수 있다. 또한 제안된 방식이 채널 원소 재배치를 통해 생성된 0원소로 인한 계산과정의 생략으로 인해 일반적인 채널 표현을 이용한 Cholesky 분해보다 더 적은 분해 복잡도를 가지는 것을 확인할 수 있다.

다음으로 ML 계산 복잡도를 살펴보면 제안된 채널 원소 재배치 기법을 사용한 Cholesky 분해가 일반적인 채널 표현을 사용한 Cholesky 분해에 비해 역행렬 계산과 곱셈 과정에서 더 적은 복잡도를 가지는 것을 확인할 수 있다. 위의 두 과정에서의 복잡도 감소 역시 채널 원소 재배치로 인해 생성된 0 원소로 인한 복잡도 감소임을 알 수 있다. QR분해는 ML계산 복잡도에서 H^H 를 곱하지 않고 Q 의 역행렬 Q^{-1} 이 $Q^{-1} = Q^H$ 을 만족하여 역행렬을 따로 계산할 필요가 없으므로 위의 두 과정에서 발생하는 복잡도는 0이라 할 수 있다. 따라서 ML 계산 복잡도는 QR분해 기법이 Cholesky 분해 기법보다 낮은 복잡도를 지닌다. 하지만 QR분해는 분해 과정에서 매우 큰 복잡도를 보이기 때문에 위의 세가지 분해 기법 중 QR분해가 가장 큰 계산 복잡도를 보인다는 것을 알 수 있다. 동시에 제안된 채널표현 기법을 적용한 Cholesky 분해가 가장 적은 복잡도를 보인다는 것을 <표 1>의 총 계산 복잡도를 통해 알 수 있다.

<표 2>는 송신 안테나 수와 수신 안테나 수가 N_t 로 같고 16 QAM 변조 방식을 사용한 MIMO 시스템에서 N_t 에 따른 QR분해와 일반적인 채널 표현방식을 사용한 Cholesky 분해, 그리고 제안된 채널 표현방식을 사용한 Cholesky 분해의 계산 복잡도를 수치로 나타낸 것이다. $N_t = 4$ 의 경우를 볼 때, QR분해에 비해 일반적인 채널 표현을 사용한 Cholesky 분해가 35.75%가 감소된 계산 복잡도를 지니는 것을 알 수 있다. 또한 채널 성분 재배치를 사용한 Cholesky 분해가 일반적인 채널 표현을 사용한 Cholesky 분해에 비해 11.13%의 복잡도 감소 효과를 볼 수 있음을 알 수 있다. 즉 제안된 방식을 사용한 경우 기존의 QR 분해의 복잡도를 42.90% 감소시킬 수 있다. 또한 안테나 수가 증가함에 따라 기존 QR 분해의 복잡도에 대한 제안된

방식의 복잡도 감소는 계속 증가한다.

5. 결론

본 논문에서는 MIMO system에서의 감소된 복잡도를 보이는 새로운 기법을 제안하였다. 제안된 기법은 채널 원소를 재배치 함으로써 Cholesky 분해를 통한 복잡도 감소를 보여주고 있다. 기존의 Cholesky 분해는 QR 분해에 비해 매우 낮은 복잡도를 보여주고 있고 일반적인 ML과 정확히 일치하는 BER 성능을 보여주고 있다. 제안한 방식은 ML과 일치하는 BER 성능을 유지하지만 기존의 Cholesky 분해보다 더 낮은 복잡도를 보인다는 분명한 장점이 있다. 결과적으로 제안한 방법은 ML 검출방식에서 QR 분해의 높은 복잡도를 획기적으로 낮출 수 있는 기법이라 할 수 있다.

References

- [1] G. Foschini and M. Gans, *On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas*, Wireless personal communications, Vol. 6, No. 3, pp. 311-335, 1998.
- [2] C. Wenbai, Z. Xiaopin, and L. Wei, *Reduced complexity ML detection algorithm for V-BLAST architectures*, in Computational Intelligence and Industrial Applications, 2009. PACIIA 2009. Asia-Pacific Conference on, 2009, pp. 190-193
- [3] L. Jae-Ho, C. Dong-Joon, H. Nam-Ho, and K. Whan-Woo, *The performance of ML estimation of OFDM symbol time with and without correlation coefficient*, in Advanced Communication Technology (ICACT), 2012 14th International Conference on, pp.

- 449-453, 2012.
- [4] A. A. Rontogiannis and S. Theodoridis, *New fast QR decomposition least squares adaptive algorithms*, IEEE Trans. Signal Process., Vol. 46, No. 8, pp. 2113–2121, Aug. 1998.
- [5] S. Wonjae, K. Hyounkuk, S. Mi-hyun, and P. Hyuncheol, *An improved LLR computation for QRM-MLD in coded MIMO systems*, in Vehicular Technology Conference, 2007. VTC-2007 Fall. 2007 IEEE 66th, pp. 447-451, 2007.
- [6] S. Nagayama and T. Hattori, *A proposal of QRM-MLD for reduced complexity of MLD to detect MIMO signals in fading environment*, in Vehicular Technology Conference, VTC-2006 Fall. 2006 IEEE 64th, pp. 1-5, 2006.
- [7] C. Yejian, H. Halbauer, M. Jeschke, and R. Richter, *An efficient Cholesky Decomposition based multiuser MIMO detection algorithm*, in Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC), IEEE 21st International Symposium, pp. 499-503, 2010.
- [8] P. Salmela, A. Happonen, T. Jarvinen, A. Burian, and J. Takala, *DSP implementation of Cholesky decomposition*, in Mobile Future, 2006 and the Symposium on Trends in Communications. SympoTIC '06. Joint IST Workshop, pp. 6-9, 2006.
- [9] L. Peng, D. Yan, Z. Pengcheng, and Z. Wei, *A new efficient MIMO detection algorithm based on cholesky decomposition*, in Advanced Communication Technology, The 6th International Conference, pp. 264-268, 2004.
- [10] Yong Soo Cho, Jaekwon Kim, and Won Young Yan, and Chung G. Kang, *MIMO-OFDM wireless communications with*

MATLAB, Hongreung Science Publishing, natick, 2008.

채널 원소 재배치를 이용한 향상된 기법의 Cholesky 분해기법

손진혁¹, 박상규¹, 현광민²

¹한양대학교 전자컴퓨터공학부

²국립강릉원주대학교 정보통신공학과

요 약

본 논문은 채널원소 재배치를 Cholesky 분해에 적용하여 ML검출기법의 감소된 복잡도를 제안하고 있다. ML검출기법이 가지는 높은 복잡도를 낮추기 위해 제안된 방법 중 Cholesky 분해를 적용하는 방법이 있다. 본 논문에서 제안하는 방법은 Cholesky 분해를 적용하기 전 채널 행렬의 원소를 행과 열에 따라 새로이 정렬하는 방법으로 간단한 방법을 통해 기존에 방식과 대비했을 때 많은 복잡도를 감소시킬 수 있다는 장점이 있다. 또한 복잡도를 크게 감소시키는 동시에 ML 검출기법의 BER을 그대로 유지할 수 있다는 장점이 있다. 본 논문에서는 ML 검출기법과 QRM-MLD 검출기법과 제안하는 방법의 복잡도와 BER을 비교하여 성능을 분석할 것이다.



Jinhyeuk Shon received the B.S. degrees in electronic and information system engineering from Hanyang University, Ansan, Korea, in 2013. He is currently on MS degree in the Department of Electronics and Computer engineering at Hanyang University, Korea. His research interests are in the areas of wireless communication systems and mobile communication.

E-mail address: youfohjs@hanyang.ac.kr



Sang Kyu Park received the B.S. degree from Seoul National University, Korea, in 1974, the M.S. degree from Duke University, U.S.A. in 1980, and the Ph.D. degree from the University of Michigan, U.S.A. in 1987, all in Electrical Engineering. From July 1976 to October 1978, he was a research Engineer at Agency for Defense Development, Korea. From August 1990 to August 1991, he was a visiting Scholar at the University of Southern California, U.S.A. Since March 1987, he has been with the Department of Electronics and Computer engineering at Hanyang University, Korea, where he is currently a Professor. His research interests are in the areas of communications theory, wireless communications, mobile communications, spread spectrum communications, and secure communications

E-mail address: skpark@hanyang.ac.kr



Kwangmin Hyun received the B.S., M.S., and Ph.D. degrees in electronics and computer engineering from Hanyang University, Seoul, Korea, in 1989, 1995, and 2004. In 1989, he joined the Radio Communications System Laboratory, Daewoo Telecom Inc., Korea. From 1995 to 1996, he worked at the Institute of Advanced Engineering (IAE) and from 1997 to 2001 at KMW, Inc., Korea. In 2005, he joined the Dept. of Information and Communication Engineering, Gangneung-Wonju National University. His research interests are in the areas of communications theory, communication systems, and signal processing for digital wireless systems.

E-mail address: kamihyun@gmail.com