



Fuzzy System Reliability Analysis Using q-rung Orthopair Fuzzy Sets

Sang Yeop Cho*

Department of Computer Engineering, Chungwoon University

A B S T R A C T

Fuzzy set theory introduced by Zadeh has been very successful in dealing with vagueness and uncertainty in various fields. In the fuzzy set, each element of universe belongs to the fuzzy concept with a degree of membership in the unit interval $[0, 1]$. In order to overcome the problem of fuzzy sets expressing the degree of membership as only one real number, various extensions of fuzzy sets have been developed by many researchers: interval-valued fuzzy sets, intuitionistic fuzzy sets, vague sets, neutrosophic sets, hesitant fuzzy sets, Pythagorean fuzzy sets, orthopair fuzzy sets, etc. In interval-valued fuzzy sets proposed by Tursen, the degree of membership is expressed as a closed subinterval of $[0, 1]$. Intuitionistic fuzzy sets introduced by Atanassov allow us to represent the degree of membership as truth degree of membership and falsity degree of membership, and the sum of them is limited to 1. Gau et al. also explained vague sets that describe the degree of membership as subinterval. Bustince et al. has proved that these sets are mathematically equivalent to intuitionistic fuzzy sets. In neutrosophic sets proposed by Smarandache, the degree of membership is consisted of truth degree of membership, indeterminacy degree of membership, and falsity degree of membership, and then the indeterminacy is quantified explicitly. Torra introduced hesitant fuzzy sets in which the degree of membership is described by a set of possible values. In the Pythagorean fuzzy set proposed by Yager et al., to solve the problem that the sum of the truth degree of membership and the falsity is greater than one, each degree of membership is squared so that the sum of them is one or less. Orthopair fuzzy set proposed by Yager allow us to express the degree of membership as the q -th power of truth degree of membership and the q -th power of falsity degree of membership. The sum of them is bounded by one. These sets are called the q -rung orthopair fuzzy sets(q -ROFSs). If $q = 1$, q -ROFSs degenerates to an intuitionistic fuzzy sets and if $q = 2$, to a Pythagorean fuzzy sets. In this paper, we propose a method for calculating the reliability of fuzzy systems using q -ROFSs which are the generalization of the degree of membership expressed as intervals. Since this method uses the q -ROFS with generalized intervals, it is possible to calculate the reliability of systems more flexibly than the other approaches.

© 2020 KKITS All rights reserved

KEYWORDS : Fuzzy system reliability analysis, Reliability engineering, Fuzzy systems, Orthopair fuzzy sets, q -rung Orthopair Fuzzy Sets

ARTICLE INFO: Received 6 August 2020, Revised 1 September 2020, Accepted 11 December 2020.

*Corresponding author is with the Department of Internet,
Chungwoon University, 113 Sukgol-ro Nam-gu Incheon,

22100, KOREA.
E-mail addresses: sycho@chungwoon.ac.kr

1. 서론

공학시스템을 실세계에서 사용할 경우에 시스템의 설계 구현 시 고려하지 않은 운영하는 사람의 실수에 의한 오류, 입력 자료의 불확실성, 다른 여러 가지 원인에 의해 시스템이 오동작하게 되어 시스템이 출력한 결과를 정확하게 평가하거나 또는 분석하는 일이 어려워지게 된다. 이러한 문제를 다루는 분야가 작업 신뢰도 모형이다 [1].

이러한 불확실성과 모호함을 처리하는 데 사용하는 방법이 Zadeh가 제안한 퍼지집합 이론이다 [2]. 소속 정도를 실수로 표현하는 퍼지집합의 문제점을 극복하기 위해 퍼지집합의 다양한 확장이 연구되었다. 다양한 퍼지집합의 확장으로는 구간값 퍼지집합(interval-valued fuzzy sets), 직관 퍼지집합(intuitionistic fuzzy sets), 모호집합(vague sets), 뉴트로소픽 집합(neutrosophic sets), 헤지턴트 퍼지 집합(hesitant fuzzy sets), 피타고라스 퍼지집합(Pythagorean fuzzy sets), 인접쌍 퍼지집합(orthopair fuzzy sets), 등이 있다.

본 논문에서는 소속 정도를 표현하는 방법 중 하나인 구간(interval)을 일반화한 q-rung 인접쌍 퍼지집합(q-rung orthopair fuzzy sets: q-ROFSs)을 이용하여 퍼지 시스템의 신뢰도를 평가하는 방법에 대하여 제안을 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2 장에서는 관련연구를 간략하게 설명한다. 제 3 장에서는 q-rung 인접쌍 퍼지집합에 대하여 간략하게 기술한다. 제 4 장에서는 q-rung 인접쌍 퍼지집합을 이용한 시스템의 신뢰도를 계산하는 방법을 제안한다. 끝으로 제 5 장에서는 결론을 기술한다.

2. 관련연구

이 장에서는 퍼지집합을 이용하여 퍼지시스템의

신뢰도를 평가하는 방법을 제안한 연구에 대하여 간략하게 소개를 한다 [3-11].

Singer는 퍼지시스템의 신뢰도를 평가하기 위해 퍼지집합 이론을 처음으로 신뢰도 평가에 적용하였다. Singer는 L-R 퍼지 숫자를 이용하여 결함 트리(fault tree)에 나타나는 사건 빈도수를 표현하여 퍼지 시스템의 신뢰도를 계산하는 방법을 제안하였다 [3]. Chen은 시스템의 신뢰도를 삼각 퍼지숫자로 표현하여 Singer의 L-R 퍼지 숫자를 사용하는 방법보다 시스템의 신뢰도를 빠르게 계산하는 개선된 방법을 제안하였다 [4]. Kumar 등은 해양발전 플랜트의 신뢰도를 평가하기 위해 구간값 모호집합을 이용하는 신뢰도를 계산하는 방법을 제안하였다. 구간값 모호집합은 모호집합의 상한(upper degree of membership)과 하한(lower degree of membership)을 각각 구간으로 표현할 수 있게 확장한 퍼지집합의 한 종류이다 [5]. Cho는 시스템을 구성하는 구성요소의 신뢰도를 고려하여 전체 시스템의 신뢰도를 평가하기 위하여 구성요소의 중요도를 표현한 가중치를 구간값 모호집합으로 표현하여 전체 시스템의 가중 신뢰도를 평가하는 방법을 제안하였다 [6]. Fuh 등은 수준 $(\lambda, 1)$ 구간값 퍼지숫자를 이용하여 퍼지시스템의 신뢰도를 계산하는 방법을 제안하였다. 수준 $(\lambda, 1)$ 구간값 퍼지숫자는 구간으로 표현되는 소속 정도의 하한 즉, 최소 소속정도 $\mu_{A^L}(x)$ 의 크기를 λ 로 조정하는 것이 가능하다. 이 방법은 기존의 구간을 표현하는 방법보다 하한을 유연하게 조정하는 것이 가능하게 된다 [7]. Cho는 구간으로 표현되는 소속 정도에 내재되는 불확정성(indeterminacy)을 정량적으로 명시적 표현할 수 있는 단일값 뉴트로소픽 집합을 이용하여 시스템의 신뢰도를 평가하는 방법을 제안하였다 [8]. Komal 등은 다양한 원천(source)에서 수집되고 불확실성이 포함된 자료를 사용하여 LNG 수송선의 이중 연료 스팀 터빈 추진시스템의 신뢰

도를 분석하기 위해 삼각 퍼지숫자를 이용하는 방법을 제안하였다 [9]. Sharma는 에어컨디셔닝 시스템의 신뢰도인 퍼지 고장에 대한 평균시간(mean time to fuzzy failure)을 분석하기 위하여 삼각 퍼지숫자와 사다리꼴 퍼지숫자를 이용하여 방법을 제안하였다 [10]. Cho는 피타고라스 퍼지집합을 이용하여 퍼지시스템의 신뢰도를 평가하는 방법을 제안하였다. 피타고라스 퍼지집합은 구간으로 표현되는 소속 정도의 참 소속정도와 거짓 소속정도의 합이 1 보다 커지는 경우의 문제를 해결하기 위해 각 소속 정도를 제공하여 소속 정도들의 합이 1 이하가 되도록 표현한 퍼지집합이다 [11].

3. q-rung 인접쌍 퍼지집합

이 장에서는 기존의 퍼지집합을 간략하게 살펴보고, q-rung 인접쌍 퍼지집합(q-rung orthopair fuzzy sets: q-ROFSs)에 대하여 설명한다.

퍼지집합: 공집합이 아닌 집합 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 를 전체집합(universe of discourse)이라고 하자. X에서의 퍼지집합 S_F 는 다음과 같이 정의한다 [1]:

$$S_F = \{ \langle x_i, \mu_{S_F}(x_i) \rangle \mid x_i \in X \}. \quad (1)$$

여기에서 $\mu_A(x_i) \in [0, 1]$.

구간값 퍼지집합: 공집합이 아닌 집합 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 를 전체집합이라고 하자. X에서의 구간값 퍼지집합 S_I 는 다음과 같이 정의한다 [12]:

$$S_I = \{ \langle x_i, \mu_{S_I}^L(x_i), \mu_{S_I}^U(x_i) \rangle \mid x_i \in X \}. \quad (2)$$

여기에서 $[\mu_{S_I}^L(x_i), \mu_{S_I}^U(x_i)] \subseteq [0, 1]$, $\mu_{S_I}^L(x_i) \in [0, 1]$, $\mu_{S_I}^U(x_i) \in [0, 1]$, $0 \leq \mu_{S_I}^L(x_i) \leq \mu_{S_I}^U(x_i)$

≤ 1 . $\mu_{S_I}^L(x_i)$ 는 구간의 하한이고 $\mu_{S_I}^U(x_i)$ 는 구간의 상한이다.

직관 퍼지집합: 공집합이 아닌 집합 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 를 전체집합이라고 하자. X에서의 구간값 퍼지집합 S_i 는 다음과 같이 정의한다 [13]:

$$S_i = \{ \langle x_i, \mu_{S_i}(x_i), \nu_{S_i}(x_i) \rangle \mid x_i \in X \}. \quad (3)$$

여기에서 $[\mu_{S_i}(x_i), \nu_{S_i}(x_i)] \subseteq [0, 1]$, $\mu_{S_i}(x_i) \in [0, 1]$, $\nu_{S_i}(x_i) \in [0, 1]$, $0 \leq \mu_{S_i}(x_i) \leq \nu_{S_i}(x_i) \leq 1$. $\mu_{S_i}(x_i)$ 는 믿음시스템(belief system)에서 증거(evidence)를 지지(support)하는 참 소속함수(truth membership function)이고 $\nu_{S_i}(x_i)$ 는 증거에 반(against)하는 거짓 소속함수(falsity membership function)이다.

모호집합: Gau 등이 제안한 모호집합 [14]은 Bustince 등이 수학적으로 동치라고 증명하여 설명을 생략한다 [15].

단일값 뉴트로소픽 집합: X가 점(point)의 공간(space)이라고 하자. 점은 X에 있는 일반 원소(generic element)로 x 로 표기한다. X에서의 단일값 뉴트로소픽 집합 S_N 는 다음과 같이 정의한다 [16]:

$$S_N = \{ \langle x_i, T_{S_N}(x_i), I_{S_N}(x_i), F_{S_N}(x_i) \rangle \mid x_i \in X \}. \quad (4)$$

여기에서 $T_{S_N}(x_i), I_{S_N}(x_i), F_{S_N}(x_i) \in [0, 1]$. $T_{S_N}(x_i)$ 는 참 소속함수이고 $I_{S_N}(x_i)$ 는 불확정 소속함수(indeterminacy-membership function)이며 $F_{S_N}(x_i)$ 는 거짓 소속함수이다.

단일값 뉴트로소픽 집합의 여집합: 단일값 뉴트로소픽 집합 S_N 의 여집합을 $c(S_N)$ 으로 표기하자. 각 소속함수의 여집합은 다음과 같다:

$$T_{c(S_N)}(x_i) = F_{S_N}(x_i), \tag{5}$$

$$I_{c(S_N)}(x_i) = 1 - I_{S_N}(x_i), \tag{6}$$

$$F_{c(S_N)}(x_i) = T_{S_N}(x_i). \tag{7}$$

헤지턴트 퍼지집합: 공집합이 아닌 집합 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 를 전체집합이라고 하자. X 상의 헤지턴트 퍼지집합 S_H 는 함수 $H_{S_H}(x_i)$ 로 이 함수를 X 에 적용할 때 $[0, 1]$ 의 유한한 부분집합을 되돌려 주는 함수이다. X 에서의 헤지턴트(hesitant) 퍼지집합 S_H 는 다음과 같이 정의한다 [17]:

$$S_H = \{ \langle x_i, H_{S_H}(x_i) \rangle \mid x_i \in X \}. \tag{8}$$

여기에서 $H_{S_H}(x_i)$ 는 집합 S_H 에 대해 원소 $x_i \in X$ 가 가질 수 있는 가능성이 있는 $[0, 1]$ 에 있는 어떤 값들의 집합이다. Xia 등은 $h = H_{S_H}(x_i)$ 를 헤지턴트 퍼지 원소(hesitant fuzzy element)라고 명명하였고, 그리고 H 는 모든 헤지턴트 퍼지원소의 집합이다 [18].

피타고라스 퍼지집합: 공집합이 아닌 집합 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 를 전체집합이라고 하자. X 에서의 피타고라스 퍼지집합 S_P 는 다음과 같이 정의한다 [19]:

$$S_P = \{ \langle x, \mu_{S_P}(x_i), \nu_{S_P}(x_i) \rangle \mid x \in X \}. \tag{9}$$

여기에서 $\mu_{S_P}(x_i) \in [0, 1], \nu_{S_P}(x_i) \in [0, 1]$. 그리고 참 소속함수의 제공과 거짓 소속함수의 제공의 합은 다음 식을 만족해야 한다.

$$0 \leq \mu_{S_P}^2(x_i) + \nu_{S_P}^2(x_i) \leq 1. \tag{10}$$

X 에서 정의되는 불확정 정도(degree of indeterminacy)는 $\pi_{S_P}(x)$ 로 표기한다. 그리고 이 값은 다음과 같은 식으로 판단할 수 있다.

$$\pi_{S_P}(x) = \sqrt{1 - \mu_{S_P}^2(x) - \nu_{S_P}^2(x)}. \tag{11}$$

여기에서 $\pi_{S_P}(x) \in [0, 1]$.

인접쌍 퍼지집합: 만일 $a, b \in [0, 1]$ 이고

$$a^q + b^q \leq 1 \tag{12}$$

이면 인접쌍(orthopair) $\langle a, b \rangle$ 는 q -rung 순서쌍 소속 정도(q -rung orthopair membership degrees: q -ROMDs)이다 [20]. 여기에서 $q \leq 1$.

만일 $q = 1$ 이면 $\langle a, b \rangle$ 는 직관 퍼지숫자 [21] 또는 직관 퍼지 값이 된다. 그리고 만일 $q = 2$ 이면 $\langle a, b \rangle$ 는 피타고라스 퍼지 숫자가 [22, 23] 된다.

인접쌍 퍼지집합의 연산: $a = \langle a_1, a_2 \rangle$ 그리고 $b = \langle b_1, b_2 \rangle$ 가 두 개의 q -ROMDs이라고 하자. a 와 b 사이의 더하기와 곱하기 연산은 다음과 같이 주어진다 [24]:

$$a \oplus b = \langle (a_1^q + b_1^q - a_1^q b_1^q)^{1/q}, a_2 b_2 \rangle \tag{13}$$

$$a \otimes b = \langle a_1 b_1, (a_2^q + b_2^q - a_2^q b_2^q)^{1/q} \rangle \tag{14}$$

$(a_1^q + b_1^q - a_1^q b_1^q)^{1/q} = (1 - (1 - a_1^q)(1 - b_1^q))^{1/q} \in [0, 1]$ 이고 $a_1^q + b_1^q - a_1^q b_1^q + a_2^q b_2^q = 1 - (1 - a_1^q)(1 - b_1^q) + a_2^q b_2^q \leq 1$ 이므로 $a \oplus b$ 와 $a \otimes b$ 는 q -ROMD이다. $(a^c \oplus b^c)^c = a \otimes b$ 이고 $(a^c \otimes b^c)^c = a \oplus b$ 이다. 이것은 \oplus 과 \otimes 이 보수연산(complement)에 대해 양면성(dual)이 있다는 것을 말한다.

q-ROMD $a = \langle a_1, a_2 \rangle$ 라고 하자. 임의의 양의 정수 n 에 대해 $na = a \oplus a \oplus \dots \oplus a$ (n 번 반복)로 표기할 때 이 식의 일반식은 다음과 같다:

$$na = \langle (1 - (1 - a_1^q)^n)^{1/q}, a_2^n \rangle. \quad (15)$$

유사하게 q-ROMD $a = \langle a_1, a_2 \rangle$ 라고 하자. 임의의 양의 정수 n 에 대해 $a^n = a \otimes a \otimes \dots \otimes a$ (n 번 반복)로 표기할 때 이 식의 일반식은 다음과 같다:

$$a^n = \langle a_1^n, (1 - (1 - a_2^q)^n)^{1/q} \rangle. \quad (16)$$

$a = \langle a_1, a_2 \rangle$ 그리고 $b = \langle b_1, b_2 \rangle$ 가 두 개의 q-ROMDs이라고 하자. a 와 b 사이의 빼기와 나누기 연산은 다음과 같이 주어진다 [24]:

$$a \ominus b = \left\langle \left(\frac{a_1^q - b_1^q}{1 - b_1^q} \right)^{1/q}, \frac{a_2}{b_2} \right\rangle, \quad \text{if } 0 \leq \frac{a_2}{b_2} \leq \left(\frac{a_1^q - b_1^q}{1 - b_1^q} \right)^{1/q} \leq 1. \quad (17)$$

$$a \oslash b = \left\langle \frac{a_1}{b_1}, \left(\frac{a_2^q - b_2^q}{1 - b_2^q} \right)^{1/q} \right\rangle, \quad \text{if } 0 \leq \frac{a_1}{b_1} \leq \left(\frac{a_2^q - b_2^q}{1 - b_2^q} \right)^{1/q} \leq 1. \quad (18)$$

만일 $a = 1$ 이면 식 (17)은 다음과 같이 유도된다:

$$a \ominus b = \left\langle 1, \frac{1}{b_2} \right\rangle, \quad \text{if } 0 \leq \frac{1}{b_2} \leq \left(\frac{a_1^q - b_1^q}{1 - b_1^q} \right)^{1/q} \leq 1. \quad (19)$$

식 (19)를 만족하기 위해서는 $b = 1$ 인 경우만 가

능하게 된다. 그러므로 $a = 1$ 인 경우 빼기는 다음과 같이 계산한다.

$$a \ominus b = \langle 1 - b_1, 1 - b_2 \rangle. \quad (20)$$

4. 신뢰도 분석

이 장에서는 q-ROMD를 기반으로 시스템의 신뢰도를 평가하는 방법을 제안한다. 전체 시스템의 신뢰도는 시스템을 구성하는 구성요소(component)의 신뢰도를 기반으로 계산할 수가 있다. 시스템의 구성요소는 순차 하위 시스템과 병렬 하위시스템으로 구성되므로 각각의 하위 시스템에 대한 신뢰도를 구하면 전체 시스템의 신뢰도를 평가할 수가 있다.

순차 시스템은 <그림 1>과 같다. 전체 순차 시스템의 신뢰도를 R 이라 하자. 그리고 P_i 는 시스템의 구성요소이며 R_i 는 구성요소 P_i 의 신뢰도라고 하자. 구성요소 P_i 의 신뢰도를 q-ROMD으로 표현하면 $R_i = \langle a_{i1}, a_{i2} \rangle$ 이 된다.

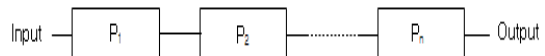


그림 1 순차 시스템의 구성
Figure 1. configuration of serial systems

순차 시스템의 신뢰도 R 은 다음과 같이 평가할 수 있다.

$$\begin{aligned} R &= \prod_{i=1}^n R_i \\ &= (R_1 \otimes R_2 \otimes \dots \otimes R_n) \\ &= (\langle a_{11}, a_{12} \rangle \otimes \langle a_{21}, a_{22} \rangle \otimes \dots \otimes \langle a_{n1}, a_{n2} \rangle) \end{aligned}$$

$$= \langle \prod_{i=1}^n a_{i1}, (1 - \prod_{i=1}^n (1 - a_{i2}^q))^{1/q} \rangle \quad (21)$$

<그림 1>과 같은 순차시스템의 신뢰도는 식 (16)에 의해 식 (21)로 유도된다.

병렬 시스템은 <그림 1>과 같다. 전체 병렬 시스템의 신뢰도를 R 이라 하자. 그리고 P_i 는 시스템의 구성요소이며 R_i 는 구성요소 P_i 의 신뢰도라고 하자. 구성요소 P_i 의 신뢰도 R_i 를 q-ROMD으로 표현하면 $R_i = \langle a_{i1}, a_{i2} \rangle$ 이 된다.

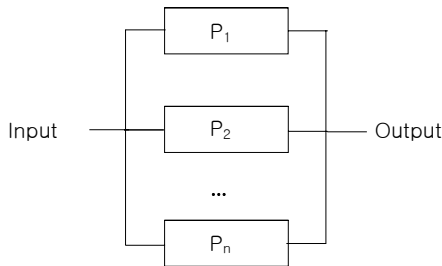


그림 2 병렬 시스템의 구성
Figure 2. configuration of parallel systems

병렬 시스템의 전체 신뢰도 R 다음과 같이 평가할 수 있다.

$$\begin{aligned} R &= 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i) \\ &= 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \langle a_{i1}, a_{i2} \rangle) \\ &= 1 - \prod_{i=1}^n (\langle 1 - a_{i1}, 1 - a_{i2} \rangle) \\ &= 1 - \langle (1 - a_{i1})^n, (1 - (1 - (1 - a_{i2})^q)^n)^{1/q} \rangle \\ &= 1 - \langle \prod_{i=1}^n (1 - a_{i1}), (1 - (\prod_{i=1}^n (1 - (1 - a_{i2})^q))^{1/q} \rangle \\ &= \langle 1 - \prod_{i=1}^n (1 - a_{i1}), 1 - (1 - (\prod_{i=1}^n (1 - (1 - a_{i2})^q))^{1/q} \rangle \end{aligned} \quad (22)$$

<그림 2>와 같은 병렬시스템의 신뢰도는 식

(16)과 식 (20)에 의해 식 (22)로 유도된다.

5. 결 론

본 논문에서는 q-rung 순서쌍 퍼지집합(q-rung orthopair fuzzy sets)을 이용하여 퍼지 시스템의 신뢰도를 평가하는 방법을 제안하였다. q-rung 순서쌍 퍼지집합은 소속 정도를 구간으로 표현하는 여러 가지 퍼지 집합들 중에서 직관 퍼지집합과 피타고라스 퍼지집합을 일반화한 퍼지집합의 한 종류이다. 그러므로 q-rung 순서쌍 퍼지집합을 이용하여 퍼지 시스템의 신뢰도를 평가하게 되면 신뢰도를 평가하는 기존의 접근법보다 더 유연하고 다양한 분석을 가능하게 된다.

References

- [1] A. Kaufman, and M. Gupta, *Fuzzy mathematical models in engineering and management science*, North-Holland, Amsterdam, 1988.
- [2] L. Zadeh, *Fuzzy sets*, Inform and Control, Vol. 8, pp. 338-353, 1965.
- [3] D. Singer, *A fuzzy set approach to fault tree and reliability analysis*, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 34, pp. 145-155, 1990.
- [4] S. M. Chen, *Fuzzy system reliability analysis using fuzzy number arithmetic operations*, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 64, pp. 31-38, 1994.
- [5] A. Kumar, S. P. Yadav, and S. Kumar, *Fuzzy reliability of a marine power plant using interval valued vague sets*, Int'l JI. of Applied Science Engineering, Vol. 4, No. 1, pp. 71-82, 2006.

- [6] S. Y. Cho, *Reliability analysis of fuzzy systems with weighted components using interval valued vague sets*, Journal of Korea Knowledge Information Technology Society, Vol. 3, No. 2, pp. 31-40, 2008.
- [7] C. F. Fuh, R. Jea, and J. S. Su, *Fuzzy system reliability analysis based on level $(\lambda, 1)$ interval-valued fuzzy numbers*, Information Sciences, Vol. 272, pp. 185-197, 2014.
- [8] S. Y. Cho, *Reliability analysis of systems using single valued neutrosophic sets*, Journal of Knowledge Information Technology and Systems, Vol. 10, No. 4, pp. 449-453, 2015.
- [9] Komal, D. Chang, and S-Y. Lee, *Fuzzy reliability analysis of dual-fuel team turbine propulsion system in LNG carriers considering data uncertainty*, Journal of Natural Gas Science and Engineering, Vol. 23, pp. 148-164, 2015.
- [10] M. K. Sharma, *Fuzzy reliability analysis of a summer air conditioning system*, Advanced in Fuzzy Mathematics, Vol. 12, No. 2, pp. 319-332, 2017.
- [11] S. Y. Cho, *Reliability analysis of fuzzy systems based on Pythagorean fuzzy sets*, Journal of Knowledge Information Technology and Systems, Vol. 14, No. 4, pp. 319-326, 2019.
- [12] I. Turksen, *Interval valued fuzzy sets based on normal forms*, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 20, pp. 191-210, 1986.
- [13] K. Atanassov, *Intuitionistic fuzzy sets*. Fuzzy Sets and Systems Vol. 20, No. 1, pp. 87-96, 1986.
- [14] W. L. Gau, and D. J. Buehrer, *Vague sets*, IEEE Trans. on SMC, Vol. 23, No. 2, pp. 610-614, 1993.
- [15] H. Bustince, and P. Burillo, *Vague sets are intuitionistic fuzzy sets*, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 79, No. 3, pp. 403-405, 1996.
- [16] F. Smarandache, *A unifying field in logics, Neutrosophy: Neutrosophic probability, set and logic*. Rehoboth: American research press, 1999.
- [17] V. Torra, *Hesitant fuzzy sets*, International Journal of Intelligent Systems, Vol. 25, No. 6, pp. 529-539, 2010.
<https://doi.org/10.1002/int.20418>
- [18] M. Xia, and Z. Xu, *Hesitant fuzzy information aggregation in decision making*, International Journal of Approximate Reasoning, Vol. 52, No. 3, pp. 395-407, 2011.
<https://doi.org/10.1016/j.ijar.2010.09.002>
- [19] R. R. Yager, *Pythagorean fuzzy subsets*, In Proc. Joint IFSA World Congress and NAFIPS Annual Meeting, Edmonton, Canada, pp 57-61, 2013.
- [20] R. R. Yager, *Generalized orthopair fuzzy sets*, IEEE Trans. Fuzzy systems, Vol. 25, pp. 1222-1230, 2017.
- [21] Z. Xu, *Intuitionistic fuzzy aggregation and clustering*, Heidelberg, Germany, Springer, 2012.
- [22] Z. Xu, and R. R. Yager, *Some geometric aggregation operators based on intuitionistic fuzzy sets*, International Journal General Systems, Vol. 35, Issue 4, pp. 417-433, 2006.
- [23] Z. Xu, *Intuitionistic fuzzy aggregation operators*, IEEE Trans. Fuzzy Systems, Vol. 15, pp. 1179-1187, 2007.
- [24] W. S. Du, *Research on arithmetic operations over generalized orthopair fuzzy sets*, Journal of Intelligent Systems, Vol. 34,

pp. 709-732, 2019.

r-rung 인접쌍 퍼지집합을 이용한 퍼지 시스템 신뢰도 분석

조상엽

청운대학교 컴퓨터공학과 교수

요 약

Zadeh가 소개한 퍼지집합 이론은 다양한 분야에서 모호함과 불확실성을 처리하는 데 큰 성공을 달성하였다. 퍼지집합에서 전체집합(universe)의 각 원소는 단위 구간 $[0, 1]$ 에 있는 소속 정도(degree of membership)를 가지고 퍼지 개념에 속하게 된다. 소속 정도를 실수만으로 표현하는 퍼지집합의 문제점을 극복하기 위해 퍼지집합의 다양한 확장이 많은 연구자에 의해 개발되었다: 구간값 퍼지집합(interval-valued fuzzy sets), 직관 퍼지집합(intuitionistic fuzzy sets), 모호집합(vague sets), 뉴트로소픽 집합(neutrosophic sets), 헤지턴트 퍼지집합(hesitant fuzzy sets), 피타고라스 퍼지집합(Pythagorean fuzzy sets), 인접쌍 퍼지집합(orthopair fuzzy sets), 등. Turksen이 제안한 구간값 퍼지집합에서 소속 정도는 $[0, 1]$ 의 닫힌 부분 구간으로 표현한다. Atanassov가 소개한 직관 퍼지집합에서는 믿음 시스템의 믿음(belief)을 표현하기 위해 소속 정도는 참 소속도와 거짓 소속도로 표현하는 것을 허용하고, 참 소속도와 거짓 소속도의 합은 1을 넘지 못한다. Gau 등도 소속 정도를 부분구간으로 표현하는 모호집합을 제안하였다. 이 모호집합은 Bustince 등이 직관 퍼지집합과는 수학적으로 동치라는 것이 보여주었다. Smarandache가 제안한 뉴트로소픽 집합은 소속 정도를 참 소속함수, 불확정 소속함수(indeterminacy-membership function) 그리고 거짓 소속함수로 구성하여 불확정성을 명시적으로 정량화한다. Torra가 제안한 헤지턴트 퍼지집합에서는 소속 정도를 가능한 값들의 집합으로 기술한다. Yager 등이 제안한 피타고라스 퍼지집합에서는 참 소속도와 거짓 소속도의 합이 1 보다 커지는 경우의 문제를 해결하기 위해 각 소속 정도를 제곱하여 소속 정도들의 합이 1 이하가 되도록 표현한다. Yager가 제안한 인접쌍(orthopair) 퍼지집합에서 소속 정도는 참 소속도의 q 제곱과 거짓 소속도의 q 제곱의 합으로 표현한

다. 소속 정도들의 합이 1 이하로 제한된다. 이러한 퍼지집합을 q -rung 인접쌍 퍼지집합(q -rung orthopair fuzzy sets: q -ROFSs)으로 부른다. 만일 $q = 1$ 이면 q -ROFS는 직관 퍼지집합을 표현하고 만일 $q = 2$ 이면 q -ROFS는 피타고라스 퍼지집합을 표현하게 된다. 본 논문에서는 소속 정도를 구간으로 표현하는 방법을 일반화한 q -ROFS를 이용하여 퍼지시스템의 신뢰도를 계산하는 방법을 제안한다. 이 방법은 구간을 일반화한 q -ROFS를 사용하므로 기존의 접근법보다 더 유연하게 시스템의 신뢰도를 계산하는 것이 가능하게 된다.

감사의 글

본 논문은 청운대학교의 2020학년도 학술연구조성비를 지원받음.



Sang Yeop Cho received the bachelor's degree in the Department of Computer Engineering from the Hannam University in 1986. He received the MS degree and the Ph. D. degree in the Department of Computer Engineering from Chungang University in 1988 and 1993, respectively. He is currently a professor in the Department of Computer Engineering at Chungwoon University, Incheon, Korea. He has been invited the publicity chair and received the outstanding leadership award in the international conference on computer convergence technology 2011. He has been chairperson of the Korea Knowledge Information Technology Society since 2017. His current research interests include artificial intelligence, intelligent systems, fuzzy sets, neutrosophic sets. He is a life member of the KKITS.
E-mail address: sycho@chungwoon.ac.kr