

브라우워의 수 개념과 심리학주의 문제

김 진 형 (중앙대)

주제분류 수학철학

주요어 돌임, 브라우워의 후자구성, 심리학주의, 후셀, 선험적 주관, 프레게, 반플라토니즘.

요약문

브라우워가 수를 개념이 아닌 직관으로 간주한다는 것은 그가 수를 정신적 실재물로 파악함을 의미한다. 그런 까닭에 그의 직관주의는 경험 심리학적인 것으로 해석되는 경향이 있다. 논자는 이러한 견해에 반대하여 브라우워의 ‘나’ 혹은 ‘자아’를 후기 후셀의 ‘선험적 주관’으로 해석함으로써 그의 수 이론은 밀 혹은 초기 후셀의 수학적 심리학주의가 아니라는 것을 보일 것이다. 이 결론을 강화하기 위해 나는 그의 수 개념은 프레게의 두 조건, 즉 수를 단위로 정의하는 데 필요한 ‘동일성’과 ‘구별불가능성’을 만족시킬 수 있음을 주장할 것이다. 이를 통해 논자는 브라우워의 직관주의는 반플라토니즘의 한 유형이라는 것과 함께 그의 의도는 수학의 올바른 경계 설정과 수학자가 나아가 길을 분명히 밝히는 데 있었음을 강조할 것이다.

1. 머리말

일반적으로 학자들은 브라우워(L.E.J. Brouwer)의 직관주의에서 심리학주의를 읽어 내려고 시도할 수 있다. 그들이 우려하는 바는 여러 가지 일 수 있겠지만 무엇보다 그들을 당황스럽게 만드는 것은 내적 직관에 의한 대상, 즉 정신적 실재물이 어떻게 공적인 수학의 대상일 수 있느냐하는 것이다. 물론 이러한 우려의 이면에는 수학은 결코 심적 작용 혹은 현상에 관한 기술들의 체계일 수 없다는 믿음이 깔려 있다. 여기에서 그들이 가정하고 있는 것은 심적 현상 혹은 관념과 같은 것은 언제나 경험 심리학의 대상이라는 것이다. 그러나 브라우워에게 그러한 가정을 적용하는 일은 다소 신중할 필요가 있다. 적어도 그의 직관주의에는 수학의 심리화를 주도한 영국 경험론의 흔적이 없기 때문이다.

논자는 이 글에서 브라우워의 수학 기초론이 심리학주의의 한 결과일 수 있다는 평가는 올바른 것일 수 없음을 보임으로써 그의 직관주의 수학은 사적이고 경험 심리학적인 정신 행위로 간주될 수 없다는 입장을 취할 것이다. 그리고 이러한 입장을 토대로 그의 기초론이 프레게식 플라톤주의와는 어떤 관계에 있을 수 있는지도 검토해보고자 한다. 이를 위해 논자는 먼저 수가 정신의 창조물이라는 브라우워의 주장을 면밀히 살펴본 후에 그의 수 개념이 소박한 의미의 심리학적 요소를 내포하고 있지 않음을 논증할 것이다. 논자는 그 근거들을 우선 브라우워의 문헌 내에서 찾은 다음, 후설 현상학의 일부 개념들과 방법을 빌림으로써 그것들을 강화할 것이다. 그리고 이러한 주장이 타당하다는 전제 하에 브라우워의 수 개념이 어떤 면에서 수학적 지식의 원천일 수 있는지를 프레게를 빌어 명료화한 후, 그의 직관주의는 심리학주의가 함축하는 반플라톤주의 이상의 철학적 특징이 있음을 보일 것이다.

2. 수는 직관이다.

브라우워는 수와 직관의 관계를 다음과 같이 설명한다.

신직관주의는 삶의 순간들이 질적으로 서로 다른 부분들, 즉 시간적 분리 상태인 동안에만 다시 결합되는 부분들로 나뉘는 것을 인간 지성의 근본 현상으로 간주한다. 그 부분들의 정서적 내용을 추상함으로써 순수한 둘임two-oneness의 직관이라는 수학적 사유의 근본 현상으로 나아간다. 이 둘임의 직관, 수학의 본원적 직관은 수 1,2는 물론 모든 유한서수들을 창조한다. 아울러 둘임을 이루는 한 원소를 새로운 둘임으로 사유할 수 있으며, 이 과정은 무한정 반복될 수 있다. 그 결과 최소무한 서수인 ω 를 산출한다.(Brouwer[1912A], 127-128쪽)

이에 따르면 자연수는 ‘순수한 둘임’이라는 직관으로부터 창조된다. 그런데 이것은 무엇을 추상한 것인가? 브라우워에 의하면 그것은 질적으로 서로 다른 것으로 나뉜 부분들이되 시간흐름 위에 놓인 것들이다. 그것을 브라우워는 다음과 같이 말한다.

삶의 순간이 질적으로 다른 두 사물로 나뉘고 그 가운데 하나는 다른 것에 자리를 내어 주면서도 의식은 기억 행위에 의해 그것을 유지한다.(Brouwer[1929], 45쪽)¹⁾

시간 흐름에 의해 현재 감각은 의식이 그것을 과거 감각으로 유지하는 방식으로 다른 현재 감각에 자리를 내어준다.(Brouwer[1948C], 480쪽)

말하자면 그것들은 각각이 시간 흐름 위에 놓여 있는 과거 감각과 현재 감각이며 ‘순수한 둘임’은 그것들의 추상화이다. 브라우워는 모든 둘임들의 공통 기체, 혹은 둘임의 ‘빈 형식empty form’에 의해 자연수가 창조된다는 의미에서 그것을 수학의 본원적 직관으로 부른다.²⁾

그러면 이 순수한 둘임으로부터 수 1, 2는 물론 3이상은 어떻게 구성되는가? 먼저 3과 그 이후의 수들에 대한 브라우워의 설명을 보기로 한다.

1) 또한 Brouwer[1952B], 510쪽을 참조할 것.

2) Brouwer[1929], 46쪽.

순서형 ω 구성: 본원적 직관 전체를 새로운 첫 번째 것으로 사유하면, 우리는 사유 내에서 새로운 두 번째 것을 결합할 수 있다. 그리고 이것은 ‘셋’으로 불린다. 나머지에 이와 같은 방식을 적용한다.(Brouwer[1908A], 102쪽)

... 빈 돌임과 그것을 이루고 있는 두 개의 단일체들이 기본적인 수학적 계를 조직한다. 수학적 구성의 기본적 연산은 앞서 획득된 두 수학적 계의 돌임을 정신적으로 창조하는 것, 그리고 이 돌임을 새로운 수학적 계로서 숙고하는 것이다.(Brouwer[1954A], 523쪽)

이 두 진술이 말하는 바는 간단히 빈 돌임과 그 구성 요소인 과거 감각과 현재 감각이 수 3을 산출한다는 것이다. 즉 빈 돌임을 사유하는 것 자체가 하나의 현재 감각이고 그것이 기억에 의해 과거 감각이 되며 그것으로부터 3이 창조된다는 것이다. 이때 3에 대응하는 새로운 돌임은 본성상 <과거감각-현재감각>-현재감각이며 그것은 언제나 ‘빈 돌임’의 직관에 의한 산물이라는 점에서 새로운 돌임의 각 요소 역시 추상된 것이다.³⁾ 브라우위에 의하면 빈 돌임에 의한 새로운 돌임의 창조⁴⁾가 수학의 기본적 연산이며 3 이후의 나머지 수들도 이와 같은 연산을 거쳐 구성된다는 것이다.

수 1,2의 창조에 대해 브라우위는 명시적인 설명을 제시하지 않았지만 우리는 위의 두 인용으로부터 수 3이 구성되는 과정과 함께 빈 돌임이 ‘첫 번째-두 번째’의 추상임을 읽음으로써 다음과 같이 추론할 수 있다. 즉 빈 돌임은 각각 ‘다른 모든 것들의 앞’과 ‘하나 이후이면서 다른 모든 것들의 앞’을 뜻하는 ‘첫

3) 빈 돌임의 역할은 다음에서 알 수 있다. “최초의 구성행위는 한꺼번에 사유되는 두 개의 서로 다른 사물을 갖는다. ... 마이어(F. Meyer)는 하나의 사물이면 충분하다고 말하는데, 그 이유는 하나를 사유한다는 그 사실이 두 번째 사물로 부가될 수 있기 때문이라는 것이다. 그러나 이 생각은 틀린 것이다. 왜냐하면 이 부가하기(즉 전자가 유지되는 동안에 그 사실을 고정하기)는 엄밀하게 돌임의 직관을 전제로 하기 때문이다. 아주 단순한 이 수학적 계가 첫 번째 사물과 그것을 사유하는 자(ego)에 투사된 후에야 비로소 그 부가는 가능하다.”(Brouwer[1907], 97쪽의 각주, 이탤릭은 원저자)

4) 브라우위는 순서쌍을 만드는 이 빈 돌임의 투사를 ‘더하기’라고 표현하고 있다. van Dalen[1980], 90쪽을 참조할 것.

번째'와 '두 번째'의 추상으로서 하나의 순서쌍ordered pair이다. 이때 수 3에 대응하는 순서쌍의 요소인 새로운 두 번째는 본질적으로 '최초의 돌임 이후이면서 다른 모든 것들의 앞'의 추상이다. 그런데 그것이 수 3이므로 수 2는 '하나 이후이면서 다른 모든 것들 앞'의 추상이며 수 1은 '다른 모든 것들의 앞'의 추상이다.⁵⁾

바로 이것이 브라우워가 순수한 돌임이 수 1,2를 창조한다는 말에 담긴 의미인데 특히 여기서 강조되어야 할 것은 각 수에 대응하는 순서쌍은 빈 돌임으로부터 구성된다는 것이다. 이상을 토대로 할 때, 우리는 빈 돌임에 의해 자연수가 창조된다는 브라우워의 생각에서 다음을 읽을 수 있다.

후자 :

임의의 자연수 n 의 후자 n^* 는 n 이 새로운 첫 번째 원소가 되는 순서쌍.

이 정의에 의하면 3이 2의 후자라는 말은 곧 3은 2가 새로운 첫 번째 원소가 되는 순서쌍임을 뜻하며 같은 의미에서 1의 후자 2는 1이 새로운 첫 번째 원소가 되는 순서쌍이다. 이는 결과적으로 자연수를 창조하는 정신의 행위는 바로 이 순서쌍의 구성, 즉 후자구성을 뜻한다. 그런데 이 후자구성은 유한수만을 산출한다.⁶⁾ 다시 말해서 구성의 각 단계에서 산출되는 것은 언제나 유한수이다. 그러므로 최소 무한 서수(즉 순서형 ω) 구성을 위해서 필요한 것은 본원적 직관을 그 기원으로 하는 '등등and so on', 즉 하나이면서 동일한 대상 혹은 연산의 무한정 반복이다.⁷⁾ 말하자면 이 '등등'과 후자구성을 통해 자연수 전체가 구성된다. 잘 알려진 것처럼 바일(H.Weyl)은 이 점을 좀더 면밀히 살피므로써 '등등'은 사상(寫像) ' $n \rightarrow n+1$ '을 표현하는 직관으로서 논리적으로 환원할 수 없는 것이라고 말한다.⁸⁾ 브라우워와 바일의 생각은 이 수학적 직관이 자연수의 핵심이며 따라서 수학적 귀납법과 직결된다는 것이다.⁹⁾ 이렇듯 자연

5) 이하의 해석은 van Stigt[1990], 306-308쪽을 참조한 것이다.

6) Brouwer[1907], 80쪽.

7) Brouwer[1907], 97쪽.; Brouwer[1907], 80쪽의 각주1)

8) Weyl[1925], 129쪽 참조

수는 후자구성과 ‘등등’에 의한 구성물이라는 의미에서 브라우워에게 수는 직관이라고 할 수 있다.

3. 브라우워의 수는 심적인 대상인가?

자연수 구성에 관한 브라우워의 생각에서 산수학의 기초를 시간직관에 둔 칸트의 노선이 읽히는 것은 자연스러워 보인다. 예를 들면 플라체크(T. Placek)는, 산수학 개념들은 시간직관에서 구체적으로 표상될 수 있다는 주장 내지는 시간 연속적인 더하기가 우리로 하여금 수 개념을 갖도록 한다는 칸트의 이론이 돌임과 자연수에 관한 브라우워의 시간 개념과 닮았다고 본다.¹⁰⁾ 또 그에 의하면 빈 돌임의 직관, 즉 ‘모든 변화의 빈 형식’이 바로 칸트가 말하는 감성적 직관의 순수형식, 즉 선천적인 시간직관과 같은 역할을 한다는 것이다.¹¹⁾

하지만 브라우워의 시간직관을 이렇듯 칸트적 관점에서 볼 경우 브라우워의 직관주의는 산수학에 관한 심리학주의로 간주될 공산이 크다. 왜냐하면 힌티카(J. Hintikka)가 지적한 것처럼 수 개념을 감성적 직관의 형식인 시간, 즉 순수직관에 의해 구성된다는 칸트의 주장은 심리학주의 계열에 속하는 것으로 간주될 여지가 있기 때문이다.¹²⁾ 다시 말해서 칸트의 시간 직관은 객관의 경험을 위한 선천적인 내적 조건이지만 객관에 대한 직접적인 심적 작용을 내포하기 때문에 시간 직관을 산수학의 기초로 삼는 것은 산수학의 감성화 혹은 심리화라는 것이 힌티카의 요점이다.

칸트가 심리학주의에 노출된 원인이 주관과 객관을 날카롭게 분리한 것에

9) Brouwer[1907], 77쪽의 각주 2)와 98쪽. 수학적 귀납의 원리는 귀납적 집합 G 에 대해, $1 \in G$ (혹은 $0 \in G$)인 경우, $G=N$ 임을 말한다. 이때 N 은 자연수의 집합이며 G 는 임의의 자연수 n 에 대해, $n \in G$ 이면 $n+1 \in G$ 인 집합이다.(즉 $G \subset N$ 이다.)

10) Placek[1999], 28쪽 참조.

11) Placek[1999], 88쪽.

12) 힌티카는 이 문제를 Hintikka[1969]에서 본격적으로 다루었다.

있다는 이러한 평가와 관련해서 그러한 분리가 무리한 것임을 지적한 후설(E. Husserl)의 견해¹³⁾를 살피는 것도 의미가 있다. 후설에 따르면 수동성 혹은 수용성이 그 계기인 감성과 능동성 혹은 자발성이 그 계기인 오성을 구분한 것은 적절치 않다. 왜냐하면 자발성은 항상 수용성과 얽혀 있고 수용성은 동시에 능동성의 가장 낮은 단계라는 의미에서 상대적일 뿐이기 때문이다.¹⁴⁾ 이는 적어도 주관의 외부로부터 유래하는 감각 인상과 같은 것을 반드시 요청할 필요는 없음을 뜻한다. 물론 후설의 이러한 지적이 칸트의 산수학에 관한 직접적인 비판은 아니지만¹⁵⁾ 그것이 『산수학의 철학』에서 노출된 자신의 세간적 심리학주의를 벗어나는 과정 끝에 제시된 것이라는 사실은 주목할 만하다.¹⁶⁾

물론 브라우워의 직관주의가 심리학주의로 간주될 여지는 그 자체에서 비롯될 수 있다. 즉 자연수 구성에 관한 주요 개념들인 의식, 시간, 현상, 직관 등에서 그러한 면을 읽을 수 있다. 예를 들어 돌임의 직관이 감각경험이고 따라서 ‘빈 돌임’이 일종의 심적 관념이라거나 후자구성이 심리적 절차 혹은 작용과 같은 것이라면 브라우워는 산수학에 관한 심리학주의자일 것이다. 왜냐하면 『인간의 지적 능력에 관한 에세이』에서 수란 심적 이미지인 단위로부터 심적 연산에 의해 구성된 관념이라는 로크의 주장이나 『산수학의 철학』에서 수 개념의 기원은 집합적으로 결합하는 작용(act of collective combination)이 형성하는 심리적 과정이라는 후설의 입론은 대표적인 심리학주의이기 때문이다.¹⁷⁾ 이러한 점에 비추어 우리는 특히 수학적 대상에 관한 심리학주의를 다음

13) 『위기』, 부록 X, 420-421쪽 참조.

14) 케른[2001], 9절. 특히 93-97쪽 참조.

15) 감성과 오성을 날카롭게 분리한 결과 칸트는 선천성을 감성적 직관의 형식에 두었던 것과 관련해서 후설은 그것을 선천성의 심리화라고 본다. 케른[2001], 12절. 특히 154쪽 참조. 또한 후설은 『산수학의 철학』에서 수 개념의 근거가 감성적 직관의 순수형식인 시간직관이라는 칸트의 입론을 반대하였다. 『산수학의 철학』, 32쪽. 케른[2001], 2절 참조. 이와 관련해서 우리는 심리화된 시간직관이 수 개념의 근거라면 산수학 역시 심리화된다고 추론할 수 있다.

16) 후설이 칸트 철학을 심리학주의로 규정하고 비판하는 과정에 대해서는 케른[2001], 특히 105쪽 이하를 참조할 수 있다. 후설은 점차 칸트에 대한 자신의 비판이 잘못된 것임을 인정하면서도 칸트 철학에는 심리학적 요소가 있다는 믿음은 끝까지 고수한 것으로 알려져 있다.

과 같이 정리할 수 있을 것이다.

심리학주의:

수는 감각에서 유래하는 심적 이미지이거나 혹은 그것에 대한 심적 작용의 결과이다.

이미 보았듯이 심리학주의는 주관과 객관 내지는 사물세계의 분리를 가정하고 있다. 그러한 가정은 객관에 대한 인식 문제에서 물리적 혹은 인과적 현상에 관여하는 시공간 혹은 칸트의 시공간 개념을 함축하기 마련이다. 칸트에 대한 힌티카와 후설의 지적이 심리학주의의 근본 전제에 대한 지적으로 꼽힐 수 있는 것도 바로 그러한 이유 때문이다. 그러므로 만일 브라우워의 이론이 그러한 전제에 의존하지 않는다면 그의 직관주의를 심리학주의로 평가하는 것은 온당치 않을 것이다. 논자는 그 점을 분명히 하기 위해 ‘빈 돌임’이 문제의 심적 과정의 산물인지의 여부를 평가할 것이다. 이를 위해서는 ‘빈 돌임’이라는 직관의 기원인 의식과 감각이 심리학주의에서 말하는 그것과 같지 않음을 보일 필요가 있다. 그 과정에서 곧 드러나겠지만 이는 궁극적으로 시간직관의 주체에 대한 해명이 될 것이다.

브라우워의 후자구성에서 핵심은 돌임이 시간자각에 의한 것이라는 데에 있다. 돌임의 두 요소는 질적으로 서로 다르지만 그 중 하나가 기억 혹은 사유된다는 점에서 불가분성을 갖는다. 이러한 돌임의 산출 과정은 반복적이며 수는 그 과정에서 창조된다. 자연수 산출에 대한 앞의 해석에 비추어 볼 때 우리는 그것을 다음과 같이 표현할 수 있다. 즉 2에 대응하는 순서쌍은 1이 기억에 의해 과거 감각으로 유지된 결과로부터 구성된다. 마찬가지로 3에 대응하는 순서쌍은 1을 과거로 유지하고 있는 2가 과거 감각으로 유지되도록 하는 감각, 즉 현재 감각이 발생함으로써 구성된다고 말할 수 있다. 이것은 다음과 같이

17) Resnik[1980], 41-42쪽 참조. 로크와 후설의 심리학주의와 프레게의 논리주의 사이에 어떤 긴장이 있는지에 대해서는 Resnik[1980]을 그리고 특히 후설의 입론에 대한 프레게의 비판적 관점은 Frege[1972]를 참조할 수 있다.

표현될 수 있다.¹⁸⁾

1

2(1)

3(2(1))

.

.

.

브라우워에 의하면 이러한 감각들의 발생이 곧 시간흐름이다. 그러면 본원적 의식현상인 이 시간흐름이 함축하고 있는 감각과 의식의 관계는 어떠한가? 다음을 보기로 한다.

심연의 고향에서 의식은 평정과 감각 사이를 천천히, 무의지적으로 그리고 가역적으로 진동한다.

그리고 감각 상태만이 그 변이의 최초 현상을 허용하는 듯 하다.
... (Brouwer[1948C], 480쪽)

이 글에 의하면 의식은 두 양상(樣相, 혹은 상태)을 띌 수 있으며 위에서 말한 시간흐름은 의식이 감각 양상에 있을 때에 이루어진다. 여기서 우리는 두 종류의 양상을 담지하고 있는 주체, 즉 심연의 고향인 어떤 주체로서 감각과 불가분의 관계에 있는 ‘나’ 혹은 ‘자아’를 생각할 수 있다.

... 나에게 있어 유일한 진리란 이 순간 나 자신의 자아이다. 그것은 자아가 믿고 자아에게 생명을 주는 일군의 이미지들로 둘러싸여 있는 그러한 자아이다. ... 이 순간의 나의 삶은 내 자아에 대한 나의 확신이며 내 이미지들에 대한 나의 믿음이다.([BMS1A], 391쪽)¹⁹⁾

18) van Atten[2002], 72쪽.

19) 또한 다음을 보라. “나에게 주어진 이미지는 그 자체 내에 다른 사물들 가운데에서도 각자 고유한 이미지를 지닌 다른 자아의 존재 가능성을 포함하고 있다. 그

이 글은 자아가 인식의 중심이자 근원임을 암시하고 있다. 이 자아란 심연의 고향에서의 의식에 다름 아니며 그것은 시선을 가지고 있다.²⁰⁾ 그 시선이 감각에 향했을 때 의식은 감각상태가 된다. 그리고 의식이 감각상태일 때 시간흐름이 발생하며 따라서 돌임이 생겨난다. 그러므로 돌임의 발생 혹은 시간흐름은 자아의 기능에 의한 의식현상이다. 그리고 그것이 수 구성의 기원이자 인식의 출발점이다.

물론 브라우워가 여기서 말하는 감각이나 이미지가 무엇인지에 대해서 분명하게 밝힌 것은 없다. 그러나 위의 두 인용들을 보면 그것이 외부에서 기인하는 것일 수 없다는 것만큼은 분명해 보인다. 다시 말해서 그것은 지각적인 것이 아니면서 모든 인간 그리고 인간에만 고유한 어떤 것이라고 할 수 있다.²¹⁾ 앞서 본 것처럼 그것이 의식의 내용일 때 혹은 의식이 감각 상태일 때²²⁾ 돌임이 산출되므로 돌임은 소박한 심적 이미지와 다르다.

이와 관련해서 의식과 감각의 관계로부터 알 수 있는 또 한 가지 중요한 사실은, 감각의 분리가 함축하는 시간은 과학적 혹은 심리적 시간이 아니라는 것이다. 왜냐하면 시간흐름은 자아의 시선에 의한 것이기 때문이다. 즉 시간흐름은 감각 상태의 의식이 아니면 일어나지 않는 현상이다. 그리고 그러한 의미에서 시간은 의식이 창조한 것이다. 이를 아텐(M. van Atten)은 다음과 같이 말한다.

그러나 그것은 실체가 아니며 나의 이미지의 일부이고 따라서 나의 이미지이다.”([BMSIA], 391쪽)

20) “수학적 주의력은 개인이 지닌 자기보존 본능에 기여하는 의지의 행위로서 다음과 같은 두 국면으로 현실화된다. 시간자각(시간테도)의 국면과 인과적 주의력(인과테도)의 국면. 이때 전자는 다름 아닌 삶의 순간이 질적으로 서로 다른 두 부분으로 분리되는 기본적인 지적 현상이다. 이때의 분리는...” (Brouwer[1929], 45쪽, 괄호는 논자의 추가) 브라우워는 인간의 여러 활동에 관여하는 기능들은 ‘수학적 주의력’, ‘수학적 추상’ 그리고 ‘언어를 수단으로 하는 자신의 의지 부과’라는 세 종류의 행위에서 비롯된 것들이라고 한다.

21) Brouwer[1948C], 480-481쪽 참조.

22) van Atten[2002], 72쪽의 각주 9) 참조.

의식은 감각 없이도 존재할 수 있다. 하지만 감각 상태는 시간흐름이 발생하기 위한 필요조건이다. 결과적으로 시간흐름의 존재는 의식에 의존하는 것이다. 그러나 그 역은 성립하지 않는다. 따라서 의식은 (존재론적으로) 시간흐름에 선행한다.(van Atten[2002], 72쪽)

감각 상태의 의식에서 돌입이 발생하고 그 돌입은 본성상 시간흐름이라는 사실로부터 우리는 브라우워가 최초의 현상으로 지칭했던 시간흐름은 다른 아닌 의식현상이었음을 알 수 있다. 결론적으로 ‘빈 돌입’의 기원인 돌입과 시간 개념은 심리학주의가 주장하는 그러한 종류와는 다르다고 말할 수 있다.

이상은 브라우워의 이론 내에서 반심리학주의를 정당화하고자 한 노력이라고 할 수 있다. 하지만 ‘자아’ 혹은 ‘정신’이라는 개념에 대한 해명이 분명하지 않으면 그러한 노력이 한계에 부딪칠 수도 있다. 예를 들면 다음과 같은 경우에 그렇다.

... 수학은 시간흐름의 지각이라는 기본적 현상을 그 기원으로 갖는 무언어적 정신 행위이다. ...

이 기본적 연산이, 기억에 의한 불변의 파지를 끊임없이 전시하면서, 어떻게 각 자연수와 자연수들의 무한 진행열을 연속적으로 산출하는지는 내성적으로 깨달아진다. ... (Brouwer[1954A], 523쪽, 이탤릭은 원저자)

이 글은 브라우워가 수학을 <‘나’를 중심으로 그것 안에서 그리고 그것으로부터 시작되는 정신활동>으로 간주하고 있음을 보여준다. 만일 여기서 말하는 정신의 행위를 경험 심리학의 탐구 대상으로 이해하게 되면, 즉 예를 들어 마음속에서 수를 헤아리거나 특정한 이미지를 떠올리는 것과 같은 심적인 과정으로 이해하게 되면 브라우워의 직관주의는 여전히 심리학주의의 한 형태가 된다. 그러나 브라우워는 이에 대한 분명한 견해를 가지고 있다. 즉 그는 심리학을 포함하는 자연과학이나 고전 논리학은 자연적 계에 대한 수학의 적용이거나 혹은 정신활동에 뒤따르는 언어적 계의 수학적 적용임을 주장하고 있다. 자연과학과 논리학은 수학을 전제로 한다²³⁾는 이러한 주장에 의하면 그의 자

연수 구성은 결코 심리학의 주제일 수 없다.

... “꼭 이들 공리와 정의 그리고 추론 규칙들이 수용되는 이유는 무엇인가, 그리고 수학이 이런 식으로 산출되며 허튼 소리가 되지 않는다는 확신은 어디에서 비롯되는 것인가?” ...

... 심리학에 의존해서 이에 대한 답을 찾으려 할 수 있지만 그렇다고 해도 그는 목적을 이룰 수 없을 것이다. 왜냐하면 심리학 역시 모든 경험에 관한 학문(즉 경험의 일반화)과 마찬가지로 최초의 무한 기수까지는 수학을 전제하기 때문이다.(Brouwer[1911], 121쪽)

수학이 심리학의 전제라는 이러한 주장을 고려할 때 브라우워의 ‘나’를 앞서 말한 로크나 초기 후설이 의미했던 그러한 심적 작용의 주체로 해석하는 것은 적절하지 않다. 만일 브라우워의 구성이 소박한 의미의 심적 현상이라면, 가령 자연수는 종종 내 꿈속에 등장하는 익숙하면서도 낯선 설산(雪山)과 같은 것으로 간주될 수도 있다. 심리학의 주제는 꿈을 만들어내는 신경의 메커니즘도 연구하기 때문이다. 그렇다면 브라우워의 직관주의 수학은 꿈속 이미지에 관한 이론체계가 된다. 하지만 이러한 결과는 받아들이기 어렵다.

여기에서 우리는 감각적(혹은 심적) 이미지 형성 작용과는 전혀 다르면서도 다른 경험과학을 가능하게 하는 그러한 행위의 주체가 바로 브라우워의 ‘나’라는 귀결을 얻었다. 이는 수학의 주체에 대한 새로운 조망이 필요함을 뜻한다. 따라서 논자는 브라우워의 이론은 기본 개념과 방법론적 측면에서 후설 현상학의 한 짝이 될 수 있음을 보인 후, 브라우워의 ‘나’를 후설의 환원을 통해 드러난 ‘선험적 주관’ 혹은 ‘순수자아’²⁴⁾로 해석하고자 한다.

23) Brouwer[1907], 97쪽.; Brouwer[1929], 46-47쪽. 자연과학과 논리학에 대한 이러한 관점은 Brouwer[1907]의 II장과 III장에서 제시되고 있다.

24) 선험적 주관transcendental subject은 모든 체험을 산출하고 세계를 구성하는 원리로서의 자아를 의미하는 선험적 자아로 이해할 수 있다. 이에 대해서는 이길우[1980], 217쪽의 각주 2)를 참조할 것.

4. 선험적 주관으로서의 자아

앞서 살펴본 것처럼 감성과 오성을 분명히 구분한 칸트의 업적은 독자적이다. 왜냐하면 그는 외적 세계에 대한 인식의 선험적 조건을 주관 안에 두되, 그것이 결코 두뇌의 어떤 부분이라거나 심리적 기제와 같은 것이 아님을 극명하게 주장함으로써 자칫 인식의 문제가 경험 심리학의 주제일 가능성을 소멸시켰기 때문이다. 그러면서 동시에 그는 ‘나’의 선험적인 그물망을 벗어나는 것이 있다면 그것이 무엇이든 포착할 수 없다고 보았다는 점에서 인식은 주관의 조건에 엄밀히 귀속된다는 것을 보다 적극적으로 강조하였다. 이것이 칸트 인식론의 중요한 특징이라는 점은 감성과 오성의 날카로운 분리가 현상계와 예지계의 구분에 직결되는 것에서 알 수 있다.

하지만 수학과 관련해서 볼 때 칸트의 그 세련된 분리는 여전히 불안한 요소, 즉 심리학주의적 요소를 내포할 수 있음을 힌티카는 직접적으로 그리고 후썰은 다소 암시적으로 지적하고 있다. 그러므로 브라우워의 ‘나’에 대해 논자가 취하려는 해석은 당연히 이 지적을 극복할 수 있는 것이어야 할 것이다. 이를 위해 먼저 우리가 살펴보아야 할 것은 칸트 비판에 담긴 후썰의 동기이다. 적어도 우리는 앞에서 자신이 반심리학주의 노선에 있음을 보이는 것이 그의 동기 가운데 하나였음을 포착할 수 있다. 그의 요점은 두 가지로서 먼저, 지식은 주관과 객관의 엄밀한 분리를 가정하지 않고 성립될 수 있다는 것이 그 하나이며, 다른 하나는 세계를 파악하는 주관, 즉 지식의 가능성으로서의 주관은 그 세계에 속하는 존재일 수 없다는 것이다. 이러한 주장들은 그의 현상학적 환원을 고려할 때 낯설지 않다. 이 점을 간략히 살펴보기로 한다.

합리적인 지식들의 궁극적 토대를 마련하기 위한 후썰의 환원은 <사물 세계에서 의식으로 이행>과 동시에 <소여에서 그것들의 궁극적 조건인 선험적 주관으로 이행>이었다.²⁵⁾ 후썰에 의하면 그 과정을 통해 드러나는 의식의 기

25) 『파리강연』, 6-13쪽 참조. 잘 알려진 것처럼 후썰은 철학적 탐구 혹은 모든 합리적인 지식들의 궁극적 토대를, 한편으로는 현상학적 환원인 실제 사물들의 세계에서 지향적 현상의 세계 혹은 지향성이 그 기본구조인 의식으로 이행을 통해

본구조는 잘 알려진 것처럼 의식과 의식 대상이 불가분적인 선천적 상관관계²⁶⁾에 있음을 보여주는 지향성이다.²⁷⁾ 그 구조에서 비롯되는 의식현상은 세계를 이해하는 절대적이고 직접적인 자료라는 점에서, 의미 있는 세계는 의식 안에서 구성되는 한에서의 세계라고 할 수 있다.

의식의 기본구조인 지향성과 선형적 주관에 관한 이러한 설명에 따르면 먼저 칸트적인 이분법은 요구되지 않는다. 왜냐하면 후설에 따르면 세계의 파악에서 중요한 것, 즉 진실로 현상학적인 것은 체험 혹은 의식의 노에시스적 측면²⁸⁾이기 때문이다. 여기서 우리는 칸트가 이 점을 주목하지 못했다는 후설의 비판을 감성의 형식과 같은 별도의 수동적 기제를 요청할 필요가 없었다는 비판으로 이해할 수 있다. 이 경우 그의 비판은 곧장 순수직관의 선천성을 심리화했다²⁹⁾는 비판과도 직결될 것이다.

이와 관련해서 우리가 관심을 둘 만한 또 한 가지는 지향성의 중심인 자아는 결코 선형적 순환에 빠지게 되는 세간적 주관이 아니라는 사실이다. 이는 그 자아가 모든 인식의 적법한 원천으로서의 순수 자아 혹은 선형적 주관³⁰⁾이라는 사실로부터 즉각 따라 나오는 것으로서 후설에 의하면 그것은 객관세계, 즉 소여된 것과 소여될 수 있는 모든 것의 궁극적인 전제 조건³¹⁾이기 때문이

서, 그리고 또 다른 한편으로는 소여된 것과 소여될 수 있는 모든 것에서 그것들의 궁극 조건과 전제인 선형적 주관으로 이행하는 선형적 환원을 통해 마련하고자 하였다.

26) 이선관[1992], 246쪽 참조.

27) 이러한 의미에서 후설의 선형적 관념론은 물자체를 인정하는 칸트의 선형적 관념론과 다르다고 할 수 있다. 『파리강연』, 33-34쪽 참조. 왜냐하면 후설은 ‘사태 자체에로 *Zu den Sachen selbst*’라는 슬로건을 내걸었고 환원은 바로 그것의 실천적 방편이기 때문이다. 『이념들』 (1권), 35쪽.

28) 케른[2001], 98쪽. 후설이 칸트의 수동적·수용적 감성과 능동적·자발적 오성은 사실상 하나의 지향하는 자아 안에서 함께 얽혀져 있다고 말했던 것도 같은 맥락에서 이해할 수 있다. 조관성[1992], 213쪽 참조.

29) 케른[2001], 33쪽과 105-106쪽 참조.

30) 『이념들』 (2권), 109쪽 참조.

31) 후설에 따르면 선형적 주관에 대해 존재하는 모든 것이란 의식 자체 내에서 그리고 의식 자체를 통해 구성된다. 『파리강연』, 33-34쪽. 그러한 의미에서 선형적 주관은 자기의 내적 의식의 삶에 닿을 내리고 고독한 내적의식에 갇혀 있으며

다. 후설의 이러한 자아 개념에 따를 경우 칸트의 주관은 감성이라는 조건에 의해 자신이 속한 외적 세계를 접촉하고자 한다는 점에서 선험적 순환에 빠지는 세간적 주관이다.³²⁾

편의상 이 주장들을 후설의 ‘조건’이라고 부르기로 하자. 그러면 브라우워의 입론은 이 조건들을 만족해야만 심리학주의를 극복한 것으로 간주될 수 있다. 그런데 우리는 자연수 구성에 담긴 브라우워의 철학적 함축들에서 이미 그 가능성을 충분히 보았다고 할 수 있다. 왜냐하면 그는 자아 혹은 주관 내적 현상에서 자연수의 명증성과 확실성을 찾고자 하였고 그러한 의미에서 자연수 구성의 단초는 의식현상이기 때문이다. 물론 이때의 의식현상은 자아에 주어저 있는 대상과 의식의 관계, 즉 선천적인 상관관계로부터 가능하며 따라서 돌임을 낳는 시간자각 혹은 직관은 그러한 의미에서 선천적이다.³³⁾ 이러한 구성 개념에 칸트적인 이분법이 들어설 자리는 없다. 또한 브라우워가 말하는 자아는 선험적 순환에 빠지는 것도 아니다. 왜냐하면 브라우워의 자아는 수학적 대상을 창조하는 의식에서 정신으로 변이하면서 외부세계로 이행하지만 그렇다고 해서 그 자아가 그 세계에 속하는 것은 아니며³⁴⁾ 그러한 이유에서 인간적 자아와 동일시될 수 없기 때문이다.

물론 우리는 브라우워의 ‘나’를 선험적 주관으로 해석할 수 있는 또 다른 근거도 가지고 있다. 왜냐하면 의식현상이란 바로 ‘나’의 의식현상이고 앞서 보았듯이 그 나는 유일한 진리³⁵⁾이기 때문이다. 이는 진리 파악의 중심 혹은 수학적 지식의 원천이 ‘나’임을 뜻하며 이 점은 다음 글에서도 알 수 있다.

따라서 세간적 혹은 심리적인 자아일 수 없다는 것이다. 『이념들』 (2권), 23절 참조

32) 『위기』, 31절 참조 다시 말해서 세계에 대한 객관적인 의미를 획득하기 위한 선결조건은 ‘나’가 그 세계 속의 ‘나’이어서는 안 된다는 것이다.

33) 브라우워는 시간직관의 선천성을 칸트에게서 빌리고 있다. Brouwer[1912A], 127쪽. 그러나 그것이 칸트가 말하는 감성적 직관의 순수형식은 아니다.

34) 다음을 보자. “불가역성의 정도에 따라 주관은 대상의 요소로부터 멀어지고 이 요소는 그 자아성을 상실한다. 즉 주관으로부터 멀어진다. 그리고 이 멀어지는 정도에 따라 정신은 …”(Brouwer[1948C], 480쪽)

35) [BMS1A], 391쪽.

우리 자신으로의 전환: 이 세계의 슬픔³⁶⁾을 깨달았다면 자기 자신
으로 회귀하라. 우리 안에는 의식, 그 내용을 지속적으로 변화시키는
의식이 존재한다.(Brouwer[1905], 393쪽)

우리는 브라우워의 자아가 선험적 주관으로 해석되기에 충분하다는 이러한
주장을 브라우워의 시간개념과 수학이라는 정신의 행위의 특성을 후설의 관
점에 비추어 봄으로써 좀 더 구체화할 수 있다. 먼저 시간개념에 대해 보기로
하자. 앞서 보았듯이 수 구성에서 최초의 의식현상은 자아의 시선이 감각에 고
정될 때 발생하는 시간흐름이다. 최초의 의식현상이 자아의 시간자각이라는
것은 다른 말로 의식에 의한 시간의 창조를 뜻한다. 그런데 이는 『내적 시간의
식의 현상학』에서 주관적 시간이 절대 무시간적인 의식에서 구성된다는 후
설의 주장과 다르지 않다.³⁷⁾ 물론 이때 후설이 말하는 주관적 시간이 과학적
혹은 심리학적 시간일 수 없다는 것은 분명하다.

이러한 관점에서 또한 우리는 시간자각 혹은 시간직관에 의한 자연수 구성
을 후설이 말하는 시간성을 갖는 단일한 체험류, 즉 의식의 지평(혹은 체험류
의 지평)³⁸⁾위에 놓인 것으로 이해할 수 있다. 왜냐하면 후설의 선험적 주관은
‘영속적으로 생성하는 존재’라는 점에서 그 지향작용은 미래로 열려 있으며³⁹⁾
브라우워의 자연수는 미래로 열려 있는 시간흐름 위에서 자유로운 정신 행위
에 의해 구성되기 때문이다.⁴⁰⁾ 그에 의하면 정신은 자연수를 포함하는 순수 수
학적 대상들만이 존재하는 하나의 우주⁴¹⁾이며 수학은 바로 그곳에서 이루어

36) 이것은 특히 Brouwer[1905]와 Brouwer[1907], Brouwer[1929], Brouwer[1948C]
를 참조할 때 크게 두 가지 의미를 갖는 것으로 이해할 수 있다. 첫째, 세계는
타인에게 자신의 의지를 강요함으로써 도덕적 순수성을 상실하였다. 둘째, 의식
의 각 국면에 따라 창조되는 사물들의 세계는 본래의 자아로부터 멀어진다는 점
에서 불완전하다. 브라우워의 생각은 수가 창조되고 그것들로부터 구성된 대상들
의 세계만이 순수하며 거기에서 이루어지는 행위에 의해서만 진리에 이를 수 있
다는 것이다.

37) 『시간의식』, 117쪽 참조. 이것은 지향성과 관련이 있다. 후설에 의하면 의식의
심층에서는 시간이 표층에서는 초시간적 의미체인 노에마가 구성된다.

38) 『이념들』 (1권), 72-73쪽 참조.

39) 『수동적 종합』, 377-381쪽 참조.

40) Brouwer[1907], 97쪽 참조.

지는 기본적 직관의 자유로운 전개이다.⁴²⁾

이상에서 논자가 주장하고자 한 것은 브라우워의 주관은 소박한 심리학적 주관도 또한 칸트적 주관도 아니며 따라서 자연수 구성에 관한 한, 브라우워의 자아를 후설의 선험적 주관 혹은 순수자아로 해석하는 것이 적절하다는 것이다. 이제 아래에서는 그의 직관주의 기초론은 심리학주의에 근거한 것이 아니라는 지금까지의 결론을 토대로 그의 수 개념을 새로운 각도에서 접근하기로 한다.

5. 수와 단위-프레게 대 브라우워

논자는 브라우워의 ‘나’를 선험적 주관으로 해석함으로써 그의 ‘감각’과 ‘시간’ 그리고 ‘시간직관’은 결코 심리학적인 것으로 간주될 수 없다고 주장하였다. 동시에 돌임의 창조, 더 나아가 자연수라는 창조물 역시 각 개인에게 고유한 귀속물이 아니라는 것, 즉 사적이지 않음을 확인하였다. 따라서 브라우워의 자연수 구성은 심리학주의의 사례가 아니다. 그런데 이러한 결론은 한편으로 그의 수 개념에 대한 고유한 이해와 해석을 요구하는 것으로 보인다. 이제 논자는 반심리학주의의 선두에 있는 프레게(G. Frege)의 시야를 실마리 삼아 브라우워의 자연수가 합법적인 수학적 대상으로서 자리 잡을 수 있음을 보이려고 한다.

프레게가 수 개념에 관한 다음 세 가지 주장들이 지닌 각각의 결함을 짚어내 있게 지적하고 비판한 것은 잘 알려져 있다.

- ① 수는 대상 혹은 사물의 속성이다.
- ② 수는 주관적인 창조물이다.
- ③ 수는 단위들의 집합이다.

41) van Stigt[1990], 138-139쪽.; Brouwer[1948C], 480쪽.; Brouwer[1929], 45쪽.

42) Brouwer[1948C], 484쪽.

이들 가운데 심리학주의와 관련된 것은 ②이다. 편의를 위해 자연수와 수학의 본성에 관한 브라우워의 논변을 다음과 같이 정리하기로 한다.

둘임의 기원은 내적 의식현상인 시간자각이다. 빈 둘임은 수학의 기본이 되는 직관으로서 수학적 추상이라는 정신 작용에 의해 산출된다. 자연수는 이 빈 둘임과 ‘등등($n \rightarrow n+1$)’이라는 두 직관에 의한 정신의 창조물이다. 따라서 수학은 정신의 자유로운 창조 행위이다.

이러한 수 개념은 ①과 같은 주장을 포함하지 않으므로 곧장 ②에 주목하기로 한다. 무엇보다 우리는 브라우워의 수는 주관의 창조물이라는 데에는 동의해야 할 것 같다. 브라우워 자신의 주장이든 아니면 우리의 해석이든 어느 것도 ‘발견’에 관한 언급을 하지 않기 때문이다. 그런데 수가 주관의 창조물이라면 불가불 심적이고 따라서 사적인 대상임을 함축하는 것으로 보인다. 이 점은 ②에 대한 프레게의 비판 하나를 고려할 때 더욱 두드러진다.

천문학이 행성의 표상이 아니라 행성 자체를 다루듯, 산수의 대상도 표상이 아니다. 만약 2가 하나의 표상이라면, 그것은 무엇보다도 나만의 표상일 것이다. 다른 사람의 표상은 이미 그 자체로 다른 표상이다. ... 우리는 나의 2, 너의 2, 하나의 2, 모든 2라고 말해야 할 것이다. 우리가 잠재적인 무의식적 표상도 인정한다면, 나중에 다시 의식될 무의식적인 2들도 있을 것이다. 새 세대의 어린이들이 자라남에 따라 새로운 세대의 2가 끊임없이 생겨날 것이고, 몇 천 년 뒤에는 2들이 진화해서 $2 \times 2 = 5$ 가 될지 누가 알겠는가?(Frege[1884], 37쪽)⁴³⁾

이 글에서 프레게는 다음 세 가지 주장을 하고 있다. 먼저, 수는 주관과 독립적인 실재물이다. 그러한 의미에서 둘째, 수는 심적 표상이 아니며 따라서 사적이지 않다. 셋째, 수는 의식과 같이 진화하는 것이 아니다.

43) 『산수의 기초』, 98-99쪽.

먼저, 의식의 진화를 가정하고 있는 세 번째 주장이 브라우워에게 적용되기가 어렵다는 것은 앞의 논의에서 곧장 알 수 있다. 그러나 첫 번째와 두 번째 것은 사정이 다르다. 프레게의 생각은 주관의 창조물은 모두 심적인 표상이며 따라서 사적이라는 것이다. 그러므로 만일 브라우워의 수가 사적이지 않음을 보일 수 있다면 그것은 곧 심적인 표상이 아님을 보이는 것이고 따라서 주관의 존적인 대상이 아님을 입증하는 일이 될 것이다. 다음을 보기로 하자.

수학적 실재물들의 족(族, stock)은 각 개인들과 인류에게 실재하는 사물이다.(van Dalen[1981], 90쪽)

이 언급은 자연수가 사적이지 않다는 주장이다. 더구나 우리는 위의 논의에서 시간자각과 정신 작용은 심리학의 주제가 되는 심적 현상이 아니라는 논변과 더불어 경험과학으로서의 심리학은 수학을 전제로 한다는 브라우워의 주장을 보았다. 결론적으로 그의 자연수는 사적이지도 또한 심적이지도 않은 대상이다.

하지만 여전히, 브라우워의 수학적 실재물은 내적 의식 경험을 기원으로 하는 정신의 창조물로서 주관 외부의 경험적 대상들과도 독립적인 영역을 갖는다는 점은 부정하기 어렵다. 그렇다면 브라우워의 수가 사적이지 않고 심적이지 않다는 것을 통해 그것이 주관의 창조물이 아님을 보이고자 했던 시도는 공연한 것이었는가? **아니다**. 왜냐하면 프레게가 염두에 둔 주관이란 다름 아닌 심리학적 혹은 세간적 주관인 반면 브라우워의 자이는 선험적 주관이므로 프레게의 심리학주의 비판은 분명 극복했기 때문이다. 말하자면 브라우워의 수는 선험적 주관의 창조물이다.

그러나 이것만으로 수 개념에 대한 평가를 다하는 것은 충분치 않다. 적어도 브라우워의 수 개념은 산수학 지식의 가능성과 관련해서 이해될 수 있어야 한다. 이를 위해 논자는 브라우워의 수는 빈 돌임을 기원으로 한다는 점에 착안하여 프레게가 <③ 수는 단위들의 집합이다>는 주장과 관련해서 내세우는 조건(이것은 편의상 논자가 이름 붙인 것으로서 그것이 무엇인지는 아래에서 곧 알 수 있다.)을 그에게 적용하고자 한다. 즉 프레게의 조건을 그의 수 개념

을 해명하는 한 방편으로 사용하고자 한다. 이를 통해 브라우워의 수는 프레게가 공격한 단순한 관념 혹은 소박한 심리적 작용의 산물 이상임을 강조하는 것은 물론 직관이 어떻게 해서 산수학을 가능하게 하는지를 해명할 것이다.

프레게는 수 개념을 단위 개념으로부터 이끌어내려는 주장 ③이 참이기 위해서는 단위란 서로 모순적인 두 속성, 즉 **동일성** Gleichheit과 **구별가능성** Unterscheidbarkeit을 모두 가질 경우에만 그렇다고 말한다.⁴⁴⁾(이 속성들을 가져야 한다는 것을 논자는 프레게의 조건이라고 불렀다.) 프레게는 관련된 이론들을 논박하는 과정을 통해 동일성과 구별불가능성이 양립하기 어렵다는 점을 보인 후에⁴⁵⁾, 두 속성이 양립 가능함을 보이려는 다른 시도인 <수는 추상을 통한 ‘차이의 빈 형식’ die leere Form der Verschiedenheit’이다.>는 주장을 고려한다.⁴⁶⁾ 그 주장에 의하면, 예를 들어 세종대왕, 이순신, 퇴계 이황의 각 특징은 사실로서 유지하면서 그것들을 구별하는 특징을 추상한 것이 곧 수 3이라는 것이다.

이에 대한 프레게의 반론들 중 관심을 끄는 것을 다음과 같이 추릴 수 있다. ⑤전체를 형성한 후에 차이를 추상하는 것이라면 가령 10,000에 해당하는 ‘차이의 빈 형식’을 얻는 일은 불가능하다. ⑥차이의 빈 형식이 ‘...는 ...’

44) 수와 단위를 연결하려는 다양한 시도들과 그것들의 결함 지적, 그리고 프레게 자신의 해결이 Frege[1884], 3장의 내용이다.

45) 동일성과 구별불가능성에 대한 그의 논증을 정리하면 이렇다: 먼저 셀 수 있기 위해서는 세고자 하는 단위가 동일해야할 것이다. 가령 우리는 흰 고양이와 검은 고양이의 구분되는 속성을 추상함으로써 그 집합을 ‘2’라고 말할 수 있다. 하지만 프레게에 의하면 이러한 식의 추상을 통해 얻는 것은 그 집합의 수가 아니라 개념 ‘고양이’라는 점에서 아무런 도움이 되지 않는다는 것이다.(Frege[1884], 34-35절) 사실 문제는 다른 곳에도 있다. 즉 추상의 결과 두 대상의 차이가 드러나지 않는다면 왜 그것의 수가 하필 ‘1’이 아닌 ‘2’인가이다. 즉 각 단위가 구별되지 않음에도 그것을 구별하여 세는 근거를 세우기 어렵다는 것이다. 이 귀결은 곧 셀 수 있기 위해서는 단위는 구별되는 것이어야 함을 말한다. 그러나 예를 들어 ‘1+1+1’은 세 개의 단위들이므로 각자는 구별되어야 한다면 그것은 ‘1°+1°°+1°°°’일 것이다. 그러면 우리는 ‘1+1+1 = 1°+1°°+1°°°’라는 당황스러운 결과를 얻게 되고 따라서 단위는 구별가능하다는 주장도 설득력이 없다.(Frege[1884], 36절)

46) Frege[1884], 44절.

와 다르다'와 같은 것임을 뜻한다고 하자. 그러나 그것을 수 '2'라고 주장하는 것은 옳지 않다. 왜냐하면 그것의 예인 "남극은 북극과 다르다"는 "지구는 두 극을 가지고 있다"와 진리값이 다를 수 있기 때문이다. 또한 10,000이라는 수는 예를 들어 '10000과 9999는 다르다.', '10,000은 9998과 다르다', ... , '10,000은 1과 다르다.'와 같은 많은 문장, 즉 $10,000C_2$ 개의 문장을 필요로 한다는 점에서 당황스럽다. ③0은 추상화의 대상조차 없다는 점에서 그리고 1은 '차이'라는 것 자체가 허용되지 않는다는 점에서 0과 1에 해당하는 '차이의 빈 형식'을 얻을 수 없다.

이제 브라우워의 자연수 구성에서 핵심이 수학적 추상에 의한 '빈 돌임'이고 그것은 '차이의 빈 형식'이라는 점을 고려하여 ③, ④, ⑤에 대한 답을 제시하기로 한다. 여기에서 먼저 염두에 두어야 할 것은, 수는 주관의 창조물로서 그 안에 존재한다는 브라우워의 수 구성 논변은 곧 수 인식의 가능 근거에 대한 논변이라는 것이다. 다시 말해서 <수학자가 어떤 형식을 통해 수에 대한 언명을 하든지 간에 그러한 언명을 할 수 있는 근거는 직관에 있다>는 것이 브라우워의 생각이며 그 중심이 '빈 돌임'이라는 사실을 상기해야 한다.

먼저 ③과 같은 반박은 해당되지 않는다. 왜냐하면 브라우워에게 추상은 '과거-현재'를 추상하는 것이 전부이기 때문이다. ④에 대해서도 브라우워는 문제 될 것이 없다. 왜냐하면 빈 돌임은 수 10,000을 순서쌍으로서 구성하는 차이의 빈 형식이자 유일한 빈 형식이기 때문이다. 다시 말해서 어떤 자연수가 아무리 크다고 해도 그것은 순서쌍일 뿐이기 때문이다. 한편, 브라우워의 자연수는 0을 포함하지 않는다. 그 이유는 0에 해당하는 시간자각 혹은 의식의 감각 상태에 대한 설명이 없을 뿐만 아니라 돌임에 의한 수 구성 논변을 유지하는 한, 0에 대응하는 감각에 관해 일관성 있는 주장을 하기는 어려워 보이기 때문이다. 이 사실이 브라우워의 약점인지의 여부는 논란의 여지가 있으나 여기에서는 다루지 않기로 한다. 그러므로 ⑤와 관련해서는 1만이 문제될 수 있다. 이에 대한 프레게의 요점은 '차이'란 말 그대로 하나 이상에 대해서만 유효한 개념이라는 것이다. 그러나 브라우워에게 수 1은 그 요소들의 불가분적인 순서관계를 본질로 하는 최초의 돌임을 전제로 하여 그것의 한 위치, 즉 상대적

인 한 위치를 추상함으로써 구성되는 것이므로 프레게의 요구는 만족될 수 있고 따라서 그의 반론은 유효하지 않다. 만일 반론을 유효하게 만들고자 한다면 돌임의 기원인 의식의 특성을, 즉 시간자각의 불합리성을 문제 삼음으로써 그것을 거부할 수 있고 따라서 브라우워의 직관 개념을 원천적으로 봉쇄할 수 있다. 그러나 만일 그렇다면 우리는 논의할 어떤 것도 갖지 못하는 셈이 된다.

브라우워는 후자구성을 통해 모든 자연수를 순서쌍이라고 주장하고 있다. 그런데 이 순서쌍은 사실 시간자각의 결과인 돌임을 추상한 차이의 빈 형식, 즉 ‘빈 돌임’에 의해 가능하다. 그러한 의미에서 수란 빈 돌임이라는 직관, 즉 차이의 빈 형식이라고 할 수 있다.⁴⁷⁾ 우리가 수 10,000을 인식할 수 있다고 말하는 것은 수 10,000을 직관할 수 있음을 뜻하며 그것은 다시 빈 돌임의 직관을 통해 그 순서쌍을 구성했음을 뜻한다. 이제 여기에서 우리는 다음과 같이 물을 수 있다. 브라우워의 후자구성은 프레게가 수 개념을 단위 개념으로부터 이끌어내기 위해서는 반드시 필요하다는 그 두 모순적인 성질을 만족하는가?

후자구성에 따르면 각 수는 단계적으로 구성되므로 동일한 단계에서 서로 다른 수가 구성되거나 같은 수가 서로 다른 단계에서 구성될 수 없다. 그런데 각 수는 모두 순서쌍이고 그 순서쌍은 빈 돌임이라는 단 하나의 직관을 토대로 구성된다. 이러한 사실은 빈 돌임에 의한 수 구성이 동일성과 구별 가능성을 모두 만족하는 것임을 함축한다. 이 점을 고려하여 우리는 <빈 돌임이라는 직관은 그것에 의해 구성되는 수와 관련하여 단위이다.>라고 말함으로써 후자구성에 관한 다음과 같은 해석을 줄 수 있다.⁴⁸⁾

수 n 과 관련된 단위는 m 이 관련된 단위와 동일하다. 즉 n -순서쌍(ordered n -tuple)과 m -순서쌍(ordered m -tuple)은 빈 돌임에 의해 구성되기 때문이다. 그리고 n 과 m 순서쌍은 구성단

47) 이러한 의미에서 수학적 추상은 유형type으로서의 정신 행위이다. Posy[1974], 134쪽 참조

48) 이것은 Frege[1884], 54절의 유비이다. 이 유비를 통해 논자가 말하려는 것은 기하학과 공간 직관의 관계에 대한 프레게의 태도는 산수학과 시간 직관의 관계에도 적용될 수 있다(혹은 적용되어야 한다)는 것이다.

계에 따라 서로 다르다는 점에서 단위들은 구별된다. 즉 구성하는 순서쌍들이 구별될 수 있다는 점에서 단위들은 구별가능하다.

여기에 더해 빈 돌임의 기원이 시간자각이라는 점을 고려하면 우리는 “각 수는 시간직관 내에서 구별되며 그러한 의미에서 우리는 개별 수 개념을 가질 수 있다.”고 말할 수 있다.

①,②,③에 관한 지금까지의 논의를 통해 우리는 다음과 같은 결론에 이른 것으로 보인다. 브라우워의 자연수는 사적이지는 않지만 그렇다고 해서 플라톤의 우주에 있는 것은 아니다. 그에게 우주란 선험적 주관에 있고 수학은 그곳에서 이루어지는 정신의 행위이다. 브라우워는 바로 그러한 행위만이 수학이라고 말하며 그러한 뜻에서 직관주의자는 헤이팅(A. Heyting)의 말처럼 형이상학적 물음에 관여하지 않고 다만 ‘구성’에만 관심을 둔다.⁴⁹⁾ 이때 말하는 구성의 원형은 ‘빈 돌임’에 의한 자연수의 창조이며 그러한 의미에서 빈 돌임은 우리가 갖는 수 개념의 원천이다. 그러면 이러한 수 구성 논변은 그의 직관주의 수학의 본성을 설명하는 데 어떻게 기여하는가?

6. 자연수 구성은 반플라톤주의를 함축하는가?

우리는 앞에서 수학에 관한 심리학주의가 무엇인지를 간단히 정의했고 브라우워의 직관주의를 그러한 심리학주의로 보는 것은 올바른 해석이 아니라고 주장했다. 즉 브라우워에게 수는 사적이지 않다는 점에서 그의 이론은 심리학주의에 속하지는 않는다. 그럼에도 불구하고 그것은 여전히 주관의 창조물이라는 점에서 산수학의 대상이 주관적인 표상이 아니라 수 자체라는, 다른 말로해서 수는 주관과 독립적인 실재물이라는 프레게의 플라톤주의와는 정면으

49) Heyting[1966], 2쪽 .

로 충돌한다. 이 점을 살피기 위해 먼저 플라톤주의를 다음과 같이 정리하기로 한다.⁵⁰⁾

수학적 플라톤주의:

추상적 대상이 존재하며 수학의 진술은 추상적 대상에 관한 기술이다.

여기에서 말하는 추상적 대상이란 ‘시공간적이지 않으며 주관과 독립적인’ 대상으로서 물리적이거나 심적이지 않은 대상, 예를 들어 집합, 수, 함수 등을 일컫는다. 그러니까 플라톤주의자는 이러한 대상의 존재를 믿고 수학은 그러한 대상들에 관한 이론체계를 주장한다. 그러면 수학적 반플라톤주의는 곧장 다음과 같을 것이다.

수학적 반플라톤주의:

추상적 대상은 존재하지 않으며 수학의 진술은 시공간적인 대상, 즉 물리적이거나 심적인 대상에 관한 기술이거나 사실은 공허한 대상에 관한 기술이다.⁵¹⁾

당연한 얘기이겠지만 물리적인 대상은 시공간적이며 심적인 대상은 주관의존적이다. 이러한 점을 염두에 두면 수학적 반플라톤주의는 수학의 추상적 대상을 인과적 대상 혹은 심적인 실재물로 대체할 수 있다는 주장이다. 후자의 경우 심적인 실재물에 대한 기술은 사실상 심적인 절차나 연산에 대한 기술이며 따라서 수학의 진술은 그러한 심적 과정을 반영함으로써 정당화 될 수 있을 것이다. 그러나 우리는 이미 브라우워의 수가 자연적 시간을 전제로 하거나 혹은 심적인 대상이라고 주장하지 않았음을 확인했으며 따라서 그를 반플라톤주의자라고 말할 수 없다.

물론 이러한 분석은 대상 차원이 아닌 진리 차원에서도 적용될 수 있다. 프

50) Balaguer[1998], 5쪽.

51) 플라톤주의자인 프레게에 따르면 심리학주의는 전형적인 반플라톤주의이다.

레게는 수학적 진술의 내용은 사적일 수 없다는 것을 다음에서 표명하고 있다.

나와 다른 누군가가 피타고라스 정리의 내용으로서 동일한 사고를 갖지 않는다면 아마도 “피타고라스 정리”가 아닌 “나의 피타고라스 정리”, “그의 피타고라스 정리”라고 말해야만 하고 결국 그것들은 다를 것이다. ...

만일 모든 사고가 그것이 속하는 의식의 소유자를 필요로 한다면 그것은 그 소유자만의 사고이다. 다수의 사람들이 필요로 하는 공통적인 학문이란 존재하지 않을 것이다. 아마도 나는 나의 학문, 즉 내가 소유자가 될 사고들의 총체를 가질 것이며 다른 사람들은 자신의 학문을 가질 것이다. 우리들 각자는 우리 자신만의 의식 내용을 다룰 것이다. 두 학문이 충돌하는 일은 일어나지 않을 것이고 진리에 관한 논쟁을 한다는 것은 공허한 일이 될 것이다.(Frege[1918], 68-69쪽)

브라우워는 대상이 사적이지 않으며 따라서 그것에 관한 진술의 내용들 또한 사적이지 않다는 견해를 분명히 가지고 있다. 이는 그가 반플라톤주의자가 아님을 뜻하며 플라체크의 다음과 같은 해석도 이 점을 잘 보여주고 있다.

(그러한 의심과) 반대로 우리는 브라우워가 수학적 개념과 그것에 결부된 정서적 내용을 구분했음을 그의 [학위 논문의 삭제된 부분]⁵²⁾에서 발견할 수 있다. 그는 수학자들이 공유하는 것은 전자이며 후자는 각 개인마다 다르다고 주장한다. ... 그는 수학적 계들의 객관적인 관계들과 그 관계들의 표상들을 구별하고 있다.(Placek[1999], 86쪽, 이탤릭은 원저자, 괄호는 논자의 추가)

이것에 따르면 예를 들어 페르마의 정리가 자연수에 관한 정서적 내용 혹은 자연수들 간의 관계의 표상에 관한 진술일 수 없다. 그럼에도 불구하고 브라우워는 앞서 지적한 바와 같이 다음과 같은 반론에 대응하기는 어렵다는 점에서 그는 분명한 반플라톤주의자로 보인다.

52) van Stigt[1990], 408-409쪽.

지리학자가 마음대로 어떤 것을 창조할 수 없듯이, 수학자도 어떤 것을 마음대로 창조할 수 없다. 수학자도 이미 있는 것을 발견하여 그것에 이름을 붙일 뿐이다.(Frege[1884], 107-108쪽)⁵³⁾

정리하자면 이렇다. 수학적 플라톤주의는 주관적 대상을 배제하고 있으며 따라서 심적인 대상을 배제한다. 물론 심적인 대상은 사적이라는 가정도 포함하고 있다. 하지만 브라우워의 자연수는 사적이지 않고 또한 심적 표상이 아니다. 그러므로 반플라톤주의에 속한다고 보기는 어렵다. 하지만 수는 주관의 창조물이므로 여전히 반플라톤주의에 속할 것이다. 물론 그의 직관주의가 다른 유형의 반플라톤주의, 즉 예를 들어 필드(H. Field)가 주장하는 허구주의 fictionalism와 같지 않다는 것도 분명하다. 언뜻 모순적인 이 귀결이 우리에게 묻는 것은 공적이면서 주관의 창조물인 그러한 대상의 존재 여부이다. 그러한 것이 있다면 수학의 진술은 사적이지 않은 정신적 실재물에 관한 기술이 되 그 것의 정당화 또한 심리학적 탐구와 같은 것에 의존하지 않을 것이다.

논자는 자연수 구성의 주체를 선험적 주관으로 해석함으로써 그러한 대상의 가능성을 주장하였다. 이는 프레게가 염두에 둔 심리학주의가 함축하는 반플라톤주의와는 다른 유형의 반플라톤주의가 있음을 뜻한다. 거꾸로 말하면 반플라톤주의를 함축하는 다양한 형태의 입론들이 있을 수 있다는 것이다. 그리고 그것들 가운데 브라우워의 직관주의가 있다. 브라우워의 주관이 세간적이지 않다고 하더라도 수는 의식현상 혹은 시간직관의 산물이라는 점은 고정된 사실이다. 그러므로 프레게의 철학적 계획에 비추어 볼 때 그의 직관주의가 반플라톤주의의 전형이라는 것은 아주 분명하다. 왜냐하면 프레게는 먼저 ‘개념’이 있고 그 아래에 ‘수’가 있다고 주장하는 반면, 브라우워에게 개념은 ‘수’ 혹은 ‘직관’ 아래에 놓이는 것으로 생각되기 때문이다. 또한 <수 언명의 내용은 개념에 관한 주장>이라는 프레게의 생각에 따르면 수는 논리적인 대상이며 그러한 의미에서 주관과 독립적인 대상이다. 이 점을 볼 때, 주관의 창조물인 수가 결코 논리적 대상일 수 없다는 것은 자명하다. 바로 이 지점에서 우리는

53) 『산수의 기초』, 219쪽.

브라우워의 독창적인 생각을 접하게 된다.

브라우워가 언뜻 모순인 듯한 주장, 즉 <수는 정신적 실재물이면서도 공적이다.>라고 말한 것은 수학의 보편성을 인정하면서도 그것의 경계를 설정하고자 했기 때문이다. 그에 의하면, 수학은 자연수 구성에 준하는 정신의 활동을 전제로 하는 경우에 한해서만 성립하는 지식이다. 만일 어느 수학자가 수학적 대상들의 객관적인 관계들을 다룬다고 하면서 구성의 한계를 벗어나는 진술을 한다면 그것은 수학적으로 무의미한 진술이 될 것이다. 이것은 두 가지 뜻을 담고 있다. 첫째, 어떤 대상 e 가 수학의 대상이고 사적이거나 심적인 것이 아니라고 해도 그것이 구성할 수 없는 것이라면 그것은 수학적으로 무의미하며 따라서 e 에 관한 수학적 진술 S 도 무의미하다. 그것을 (e, S) 라고 표기하자. 둘째, 어떤 대상 t 가 구성가능하다고 할 경우 그것에 관한 수학적 진술 A 는 언제나 수학적으로 유의미하다. 그것을 (t, A) 라고 하자. 예를 들어 무한히 많은 쌍둥이 소수가 존재함을 표현하는 다음과 같은 진술

$$\forall x \exists y((y > x) \wedge (y \text{는 소수}) \wedge (y+2 \text{는 소수}))$$

이 완결된 전체로서의 무한, 즉 실무한에 관한 것이라면 그것은 (e, S) 의 한 예이다. 그리고 가능무한에 관한 것이라면 그것은 (t, A) 의 한 예이며 브라우워는 바로 이 (t, A) 만이 수학에 허용된다고 말하고 있는 것이다.

물론 우리는 여기에서 대상의 수학적 유의미성 기준과 진술의 유의미성 기준이 차이가 있다는 사실을 염두에 둘 필요가 있다. 왜냐하면 유의미하기는 하지만 참인지 거짓인지를 가릴 수 없는 진술이 있을 수 있으며 이는 직관주의 수학의 중요한 특징이기 때문이다. 예를 들어 그러한 진술을 (t, A^*) 라고 하자. 그러면 위의 진술이 (t, A) 의 한 예일 경우 그것은 또한 (t, A^*) 의 한 예가 된다. 그 이유는 다음과 같이 자명하다. 위의 진술에서 x 의 영역은 가능무한으로서의 자연수이다. 그러므로 쌍둥이 소수가 가능무한으로서 산출된다면 위의 진술은 참일 것이고 유한개수 산출된다면 거짓이 될 것이다. 그러나 수학자는 그것들이 가능무한으로 산출된다는 것을 보장해줄 방법, 즉 구성 방법이 없기 때

문에 참임을 증명할 수 없다. 물론 x 의 영역이 자연수이므로 그것을 보장할 수 있는 유일한 길은 수학적 귀납법일 수 있지만, 이 경우에는 그것을 적용할 수 없다. 또한 우리는 그것이 거짓이라는 것도 보일 수 없다. 왜냐하면 주어진 쌍둥이 소수가 가장 큰 소수라는 것, 다시 말해서 쌍둥이 소수는 유한 개 존재한다는 것을 반드시 보장할 수 없기 때문이다. 결론적으로 말하면 대상은 구성 가능하거나 아니거나 이며 후자의 경우 수학적으로 무의미한 대상이다. 그러나 유의미한 대상에 관한 진술은 참이거나 거짓임을 보여줄 방법, 즉 구성적 증명이 없다고 해도 수학적으로 유의미한 진술이다.

플라톤주의자에 따르면 수학은 (e, S) 의 체계이다. 거기에서는 결코 (e, S^*) 와 같은 진술이 존재할 수 없다. 그러나 브라우위에 의하면 수학은 (t, A) 의 체계로서 (t, A^*) 도 존재하는 세계이자 선험적 주관에 의한 세계이다. 이는 곧 **선험적 주관의 시야의 한계가 곧 수학의 한계**임을 뜻한다. 그러므로 어떤 면에서 수학자는 구성할 수 없는 것에 대해서는 침묵해야한다. 왜냐하면 후설의 방법을 빌어 볼 때, 브라우위의 선험적 주관은 수학에 관한 모든 체험을 산출하고 수학의 세계를 구성하는 원리이기 때문이다. 이 결론은 주관의 창조물은 모두 다 심적이고 사적이라는 가정에 의존하는 프레게식 반플라톤주의에 대한 새로운 조망을 요구하는 것으로 보인다.

7. 맺는말

잘 알려진 것처럼 논리주의와 형식주의에 대해서는 다양한 논의들이 제시되어 왔다. 이에 비하면 브라우위의 직관주의는 다소 왜소한 이론처럼 보인다. 그러나 브라우위는 수학의 올바른 기초 확립을 위해 당시 페아노-러셀의 논리주의와 힐베르트의 형식주의 모두에 대해 힘과 일관성을 갖춘 시각에서 그 결함들을 지적하였다. 본문에서는 다루지 않았지만 그 일관된 시각은 언어에 대한 정신 활동의 우선성 혹은 논리에 대한 직관의 우선성 주장으로 표출되었고 그러한 이유에서 그의 반플라토니즘은 독특한 색깔을 지닌다. 위의 논의는 그

러한 우선성 주장이 어떤 근거에서 비롯된 것인지에 관한 고찰이며 따라서 그 주장이 얼마나 설득력이 있을 것인지를 가늠하는 시도였다.

브라우워에게 수는 선험적 주관의 창조물이다. 이것은 수 의미가 인류 보편적인 것임을 뜻하며 따라서 수학적 지식은 보편적이다. 물론 논자는 수가 보편적이며 유의미한 수학적 대상임을 강조하고자, 후자구성은 선험적 주관을 그 기원으로 하는 일종의 단위로부터 수를 구성하는 절차라는 점을 보였다. 하지만 브라우워에게 수학은 불가불 수 자체에 관한 무언어적인 정신 행위가 된다. 왜냐하면 수는 정신에 존재한다는 점에서 그에 대한 접촉은 즉각적이고 직접적이기 때문이다. 바로 이러한 이유에서 그의 반플라토니즘은 수학과 논리의 관계 문제와 밀접하다.

예를 들어 수 자체와 그것의 명명을 구분한 프레게의 경우를 생각해볼 수 있다. 수를 정신의 창조물로 보는 브라우워와 달리 프레게의 관심은 이미 존재하는 수를 **어떻게** 정의하느냐에 있다. 그가 수를 개념에 의해 정의한 것은 곧 수가 논리적인 대상임을 뜻하므로 그것은 논리에 의해 접촉할 수 있다. 그러한 의미에서 논리라는 다리가 닿는 곳이 곧 수학적 대상의 세계이다. 그러나 브라우워의 관점에서 프레게의 수 정의는 수학적으로 무의미하다. 왜냐하면 예를 들어 수 3은 <3임이란 속성을 갖는 개념들의 집합>으로 정의⁵⁴⁾되지만 브라우워의 ‘자아’는 그러한 집합을 구성하지 않기 때문이다. 여기에서 브라우워의 생각은 분명하다. 그는 언어적 수준에서든 수학적 차원에서든 수 ‘3’에 관한 모든 사유는 바로 정신에 존재하는 그 3에 대한 직접적인 접촉(혹은 수 3의 구성)에 의해 가능하다고 말하고 있다. 그리고 그러한 의미에서 수학은 형이상학적 문제에 개입하지 않으며 다만 하나의 행위일 뿐이라고 말한다. 이러한 정신의 행위에서 언어는 본질적이지 않으며 따라서 논리 역시 수학과 독립적이다.

이러한 사실들에 비추어 볼 때 브라우워의 기초론은 마땅히 언어와 수학 그리고 논리의 관계에 대한 새로운 관점을 담고 있을 것이다. 그것들 가운데는 정신의 행위인 수학이 어떻게 언어를 통해 그 내용이 공유될 수 있는지를 말

54) 프레게의 정의는 다음과 같다. 개념 F에 귀속되는 그 수는 ‘개념 F와 동수인’이란 개념의 외연이다. Frege[1884], 79쪽(『산수의 기초』, 171쪽)

해 줄 입론이 포함될 것이다. 또한 그 선험적 주관은 직관주의 수학을 전개하는 데에서 보다 진화된 역할을 할 것이다. 이에 대한 천착은 다음 과제로 남기로 한다.

K C I

참고문헌

- 손봉호[1990], 「생활세계」, 『후설』, 이영호 편, 고려대학교 출판부, 1990, 156-190쪽.
- 이길우[1990], 「공동주관성의 문제」, 『후설』, 이영호 편, 고려대학교 출판부, 1990, 191-227쪽.
- 이선관[1992], 「지향성과 구성」, 『세계와 인간 그리고 의식 지향성』, 한국현상학회 편, 서광사, 1992, 233-260쪽.
- 조관성[1992], 「대상, 지향성 그리고 자아」, 『세계와 인간 그리고 의식 지향성』, 한국현상학회 편, 1992, 199-232쪽.
- 케른[2001], 『후설과 칸트』, 배의용 옮김, 철학과 현실사, 2001(Kern. I[1964], *Husserl und Kant*, Martinus Nijhof, Den Haag, 1964)
- 코켈만스[2000], 『후설의 현상학』 (Joseph J. Kockelmans, *Edmund Husserl's Phenomenology*, Purdue Univ. Press, 1994), 임현규 옮김, 창계, 2000.
- Balaguer, M[1998], *Platonism and Anti-Platonism in Mathematics*, Oxford Univ. Press, N.Y.
- Brouwer[1905], "Life, Art and Mysticism", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol. 37, no. 3, pp. 391-429.
- _____[1907], "On The Foundations of Mathematics" in *BCW*, pp. 11-101.
- _____[1908A], "Die Mögliche Mächtigkeiten" in *BCW*, pp. 102-104.
- _____[1911A], 'From the Review of: G. Mannoury, *Methodologisches und Philosophisches zur Elementa-Mathematik*', Haarem 1909. in *BCW*, pp.121-121.
- _____[1912A], "Intuitionism and Formalism" in *BCW*, pp. 123-138.
- _____[1929], "Mathematics, Science, and Language", Mancosu[1998], pp. 45-53("Mathematik, Wissenschaft und sprache" in *BCW*, pp. 417-428.)

- _____[1933], "Will, Knowledge and Speech", in van Stigt[1990], pp. 418-431. ("Volition, Knowledge, Language" in *BCW*, pp. 443-446.)
- _____[1979], "The Rejected Parts of Brouwer's Dissertation On The Foundations of Mathematics", *Historia Mathematica* 6. pp. 385-404., van Stigt[1990], pp. 405-415.
- _____[1952B], "Historical Background, Principles and Method of Intuitionism" in *BCW*, pp. 508-515.
- _____[1954A], "Points and Spaces" in *BCW*, pp. 522-538.
- _____[BMS1A], 'Profession of Faith of L.E.J.Brouwer', van Stigt[1990], pp. 390-393.
- Frege, G[1884], *Grundlagen der Arithmetik*(『산수의 기초』, 박준용·최원배 옮김, 아카넷, 2003)
- _____[1918], "Der Gedanke: eine logische Untersuchung", *Berträge zur Philosophie des deutschen Idealismus*, pp.58-77, trans. by A. Quinton and M. Quinton, *Mind* 65(1956), pp.289-311.
- _____[1972], "Review of Husserl's Philosophie der Arithmetik", trans. by E.W. Kluge, *Mind* 81(1972), pp. 321-337.
- Heyting, A[1966], *Intuitionism, An Introduction*, Amsterdam, north Holland.
- _____(ed.)[1975], *L.E.J Brouwer Collected Works*, Vol. 1. North Holland, Amsterdam(*BCW*)
- Husserl, E., *Ideen zu einer reinen Phänomenologie und phänomenologischen philosophie*. Erstes Buch. Hsserliana, vol. 3. The Hague: Nijhoff, 1950.(『이념들』(1권))
- _____, *Ideen zu einer reinen Phänomenologie und phänomenologischen philosophie*. Zweites Buch. Hsserliana, vol. 3. The Hague: Nijhoff, 1950.(『이념들』(2권))
- _____, *Die Krisis der europäischen Wissenschaften und die transzendente Phänomenologie*. Hsserliana, vol. 6. The Hague: Nijhoff, 1954.(『위기』)

- _____, *Zur Phänomenologie des inneren Zeitbewußtseins*. Husserliana, vol. 10. The Hague: Nijhoff, 1966.(『시간의식』)
- _____, *Anallysen zur passivien Synthesis*, Husserliana, vol. 11. The Hague: Nijhoff, 1984.(『수동적 종합』)
- _____, *Philosophie der Arithmetik*, Husserliana, vol. 12, The Hague: Nijhoff, 1891.(『산수학의 철학』)
- Mancosu, P[1998], *From Brouwer to Hilbert: The Debate on the Foundations of Mathematics in the 1920s*, Oxford Univ. Press, New York.
- Posy, C[1974], “Brouwer's Constructivism”, *Synthese* 27, pp.129-159.
- van Atten, M[2002], “The Irreflexivity of Brouwer's Philosophy”, *Axiomathes* 13, pp. 65-77.
- van Dalen,(ed.)[1981], *Brouwer's Cambridge Lectures on Intuitionism*, Cambridge Univ. Press, Cambridge.
- van Stigt, W.P[1990], *Brouwer's Intuitionism*, North-Holland, Amsterdam.

Brouwer's notion of number and the problem of psychologism

Jin-Hyeong, Kim

Brouwer understands 'numbers' as intuition, not concept. For him, numbers are conceived of mental entities. There has been an inclination to interpret his intuitionism as empirical psychology. Contrary to this view, I argue that Brouwer's number theory is not a version of Millian, or early Husserlian mathematical psychologism by showing that his 'I' or 'ego' can be identified with the 'transcendental subject' of late Husserl. In order to strengthen my conclusion, I will argue that his notion of natural numbers can satisfy Frege's two conditions, 'identity' and 'distinguishability,' which is necessary to define number as units. I emphasize in the course that Brouwer's intuitionism is a version of anti-Platonism, and that Brouwer intended to establish the appropriate boundary of mathematics and define the way mathematicians must go.

Key words: intuitionism, Brouwer's successor construction, psychologism, Husserl, transcendental subject, Frege, anti-Platonism

김진형 e-mail: musoyu108@hanmail.net