

칸트에서의 직관과 구성*

이종권 (중앙대 철학과)

**주제분
류** 수리철학

**주요
어** 수리 철학, 수학적 직관주의, 직관, 구성, 칸트

**요약
문**

칸트는 수학적 지식을 직관에서의 구성에 토대를 두려 했다는 점에서 수학적 직관주의의 선구로 인식되고 있다. 이 글에서는 칸트의 직관 개념에 대한 고찰을 통해 칸트의 직관주의의 특징을 살펴보고 있다. 수학적 지식에 관해 오래 된 문제의 하나는 수학적 지식이 선천성을 지니고 있으면서도 경험적인 대상에 대해서도 적용가능하다는 사실을 설명하는 일이다. 이 글은 특히 수학에 관한 칸트의 철학이 아직도 그 문제를 해결하는 데는 미흡하다는 점을 논구하고 있다.

K C I

* 이 논문은 2002년도 중앙대학교 학술연구비 지원에 의한 것임.

칸트의 수리 철학은 근대 이후의 수학에 관한 철학의 원류를 형성한다고 볼 수 있다. 그럼에도 칸트 이후의 수학, 특히 비유클리드 기하학과 논리학의 발전으로 수학적 지식의 기초를 직관에서의 개념의 구성에서 찾은 칸트의 수리 철학은 파탄을 빚은 것으로 평가되기도 했다. 이 글의 일차적인 목적은 칸트에 있어 수학이 어떤 의미에서 직관에 기초를 두고 있는가를 설명하는 데 있다. 따라서 이 글의 중점은 칸트 수리 철학의 평가보다는 해석에 주어져 있다. 수학에 관한 칸트의 철학적 이론은 『순수 이성 비판』에서 제시된 그의 인식론의 가장 중요한 부분을 이루고 있으며 그러한 만큼 칸트의 수리 철학에 대한 어떠한 해석도 그에 비추어 칸트의 전체 인식론을 가장 그럴듯하게 만드는 것이어야 할 것이다.

수학은 도형에 관한 수학, 즉 기하학과 수에 관한 수학 즉 산수학으로 크게 나눌 수 있다. 수리 철학에서 이러한 구분을 의식해야 할 이유는 다루는 도형과 수가 지니는 속성 상 그것들에 관한 지식을 얻기 위해 접근하는 방법도 다를 수밖에 없다고 생각할 수 있기 때문이다. 이른바 논리주의자인 프레게(G. Frege)와 직관주의 수학자인 브라우어(L. E. J. Brouwer)도 그렇게 생각한 수리 철학자에 속한다. 그러나 칸트는 기하학과 산수학의 지식이 모두 선천적(a priori)이고 종합적인(synthetic) 성격을 지니고 있다고 생각했다. 칸트에서 분석 판단과 종합 판단은 ‘술어와 주어와의 연관이 동일성을 통해 사고되고 있는가’의 여부에 의해 구분된다(A7/B11).¹⁾ (긍정적) 분석 판단의 전범이 되는 것은 술어가 주어에 은밀하게 포함된 그 무엇으로서 주어에 포함되는 경우이다. “모든 A와 B인 것은 A이다”와 같은 것이 분석 판단의 전형적인 경우이다. 칸트는 ‘물체’라는 개념에 “연장”이라는 개념이 ‘은밀하게 포함되어’ 있으며 그러므로 “모든 물체는 연장적이다”라는 판단은 “모든 A와 B인 것은 A이다”와 같은 분석 판단의 위장된 형태라고 보고 있다. 그러므로 분석 판단은 관련된 개념간의 포함 관계가 성립한다는 명제로부터 논리적인 추론에 의해 유도된다. 따라서 분석 판단은 그러한 명제가 참인, 모든 논리적으로 가능한 세계에서 참이다. 이러한 의미에서 논리적으로 필연적이다. 종합 판단은 그러한 의미에서 논리적으로 필연적이 아니다. 산수학과 기하학의 지식이 모두 종합적이라는 칸트의 주장은 우선 산수학과 기하학의 명제들이 모두 논리적으로 필연적이지는 않다는 것을 의미한다. 즉 그것들이 참이 아닌 가능 세계도 존재한다. 그렇다면 그러한 명제들이 참인 가능 세계는 어떠한 세계인가? 칸트에 의하면 그것은 산수학이나 기하학의 명제들이 경험과 독립적으로 참임을 알 수 있는 세계이다. 즉 수학의 명제들은 선천적으로 참이거나 선천적으로 거짓이다.

어떤 종류의 지식을 획득하는 방법과 그 지식의 성격이 무관하지 않다면 수학적 방법에 대한 칸트의 이론은 기하학과 산수학의 지식이 모두 어쩌서 것처럼 선천적이고 종합적인지를 설명해 주는 것이 되어야 할 것이다. 칸트에 있어 그러한 설명은 수에 관한 것이건 도형에 관한 것이건 수학적 지식이 모두 직관에, 그것도 순수 직관에 토대를 두고 있다는 것에 의해 주어진다. 그러나 산수학과 기하학은 다루는 대상이 전혀 다르지만 순수 직관에 토대를 두고 있기 때문에 그 명제들이 한결같이 논리적인 명제와는 구분됨에도 불구하고 경험과 무관하게 참, 거짓을 알 수 있다는 칸트의 주장을 세부적으로 검토할 경우, 불안한 요소가 없는 것이 아니다. 이러한 불안한 요소가 그 이후의 대부분의 철학자들이 기하학과 산수학의 지식의 성격을 달리 규정하는 계기가 되었을 것이다.²⁾

1) 관례에 따라 A는 『순수 이성 비판』의 1판을 그리고 B는 2판을 의미한다.

2) 예를 들어 프레게는 기하학은 직관에 토대를 두고 있는 반면에 산수학의 명제는 분석적이라고 생각했으나 브라우어는 반대로 산수학의 지식을 직관에 근거시키려 했다. 그러나 프레게에 있어 분석/종합의 구분은 칸트의 구분과는 차이가 있다. Frege[1974], §3에서의 분석성에 대한 프레게의

수학적 지식은 경험에 의존하지 않는 것으로 보인다. 즉 칸트의 용어를 빌리면 선천적이다. 그에 의하면 수학적 지식은 순수 직관에 의존하기 때문에 선천적이다. 그렇다면 경험에 의존하지 않는 선천적인 지식이 어떻게 경험적 대상에 부합하는가 하는 문제가 제기될 수 있다. 이러한 문제를 플라톤은 수학적 지식이 적용되는 대상을 초경험적인 것으로 만듦으로써 해결하려 하고 있다. 그러나 칸트는 직관의 개념에 호소하여 선천성과 경험적 대상에의 적용가능성이라는 일견 서로 충돌하는 속성을 어떻게 수학적 지식이 공유할 수 있는가 하는 것을 설명하려 하고 있다. 이 글에서 위와 같은 시도에서 칸트가 과연 성공하고 있는가를 규명하는 것을 하나의 목표로 하여 직관과 구성에 관한 칸트의 생각을 해명하려 하고 있다.

1

칸트는 수학이 이미 그리스 시대부터 하나의 확고한 방법을 확립한 덕분에 하나의 학문으로서 줄곧 안정된 길을 걸어왔다고 보고 있다(B x-xi). 그 이전 오랜 기간 동안의 수학의 방향을 끝나게 한 확고한 방법을 확립하게 된 것은 칸트에 의하면 예를 들어 기하학자들이 그가 해야 할 작업은 도형에서 그가 본 것이나 혹은 한낱 도형의 개념을 뒤져서 말하자면 도형의 성질들을 읽어내는 것이 아니라 오히려 선천적인 개념에 따라 그 스스로 대상에 투입하고 (구성을 통해) 제시한 것을 통해 도형의 성질을 산출하는 것이라는 사실을, 그리고 그 무엇을 확실하게 선천적으로 인식하려면 그 개념에 따라 그 자신이 이미 사물에 투입한 것으로부터 필연적으로 귀결되는 것 이외에 다른 아무 것도 사물에 귀속시켜서는 안 된다는 사실을 깨달았기 때문이었다(B xii).

수학자들이 하나의 수학적 판단을 내린다는 것은 수학적 대상에 대해 어떤 성질을 귀속시킨다는 것을 의미한다. 그러나 그러한 대상은 처음부터 수학자들이 구성을 통해 제시하는 것이다. 이러한 의미에서 수학적 인식은 개념을 구성함으로써 얻어진다. 칸트는 『순수 이성 비판』 후반부 선험적 방법론 편의 1장, 2절에서 수학적 인식의 방법에 관해 설명하는 가운데 구성을 통해 대상을 제시하고 그 대상의 성질을 산출함으로써 수학적 지식을 얻는 방법을 철학적 인식의 방법과 구별하여 다음과 같이 명시적으로 규정하고 있다.

철학적 인식은 개념으로부터 이성적으로 얻어지는 인식(Vernunft-erkenntnis aus Begriffen)이고 수학적 인식은 개념을 구성함으로써(aus der Konstruktion der Begriffe) 얻어지는 인식이다(A 713/B 741, 이하 고덕재 강조 원저자).

위에서의 칸트의 말과 비교해 볼 때 개념으로부터 이성적으로 지식을 얻는다는 것은 말하자면 개념을 뒤져, 그 개념에 부합하는 대상의 성질을 찾아 그에 관한 지식을 얻는다는 것을 말하며 개념의 구성을 통해 인식을 얻는다는 것은 구성을 통해 그 개념의 대상을 제시하고 그 성질을 산출한 다음 그러한 성질을 지니는 대상으로부터 논리적으로 귀결되는 성질을 다시 대상에 귀속시키는 결론을 내린다는 것을 말한다. 위의 인용문에 곧 이어서 칸트는 개념을 구성한다는 것이 무엇인지에 관해 다음과 같이 말하고 있다.

개념을 구성한다는 것은 그 개념에 대응하는 직관을 선천적으로 제시한다(darstellen)는 것을 의

정의에 의하면 논리 법칙과 정의에 기초해서 순전히 연역적 방식에 의해 추론할 수 있는 명제는 분석적이고 그렇지 않으면 종합적이다. 기하학의 명제가 종합적이라 것도 이러한 의미에서이다.

미한다. 그렇기 때문에 개념을 구성하는 데는 비경험적인 직관이 요구되는 것이다. (같은 곳)

이처럼 개념을 구성함에 있어 직관을 제시할 수밖에 없는 것은 개념의 대상은 오직 직관에 의해서만 주어질 수 있기 때문이다(A 239/B 298). 그런데 이러한 구성이 가능한 개념은 양에 한한다. 따라서 개념의 구성을 통해 얻어지는 것인 한해서 수학적 인식의 대상은 오로지 양에 국한된다.

수학적 인식이 오로지 양에만 국한되는 이유는 바로 그것이 지닌 형식 때문이다. 왜냐하면 양의 개념만이 구성될 수가, 다시 말해 직관을 통해 선천적으로 제시될 수가 있는 반면에 성질은 경험적인 직관 이외에 다른 방법으로는 제시될 수가 없기 때문이다. 그렇기 때문에 이성(오로지 개념에 의해서만 성질에 관한 지식을 얻을 수 있는 것이다(A 714/B 743).

그런데 모든 직관 가운데 선천적으로 주어지는 것은 그저 현상의 형식인 공간과 시간밖에는 없다. 이러한 시공간 개념 가운데 하나인 분량(quantum)과 같은 개념은 그것의 질(형태)과 더불어, 혹은 수를 통해 단지 양(단지 등질적인 다양의 종합)으로서 선천적으로 순수 직관에서 보일 수 있는 것이다. 즉 구성할 수 있는 것이다(A 720/B 748).

칸트에 의하면 한 개념에 관한 종합적 판단을 내리고자 한다면 그 개념에 포함된 것에 머물러서는 안 되며 그 개념을 넘어 그것을 통해 그 개념이 주어지는 직관으로 나아가 그 개념을 구체적으로 검토해야 한다. 그러나 그 직관이 만일 경험적 직관이 아닌 순수 직관일 경우에는 종합적일 뿐만 아니라 선천적이기도 한 판단을 내릴 수 있게 된다(A 721/B 749). 칸트는 개념을 구성하는 것의 표본적인 예를 기하학적 증명에서 찾고 있다. 만일 철학자들에게 삼각형의 내각의 합을 구하는 문제가 주어진다면, 자신에게 제시된 삼각형의 개념을 뜯어보는 일, 즉 그 개념을 분석하고 명료하게 하는 일밖에는 할 수 없는데, 그러한 방식으로부터는 분석적 지식이 아닌 기하학의 지식과 같은 종합적 지식은 얻어질 수 없다. 반면에 같은 문제를 기하학자에게 제시한다면,

그는 곧장 삼각형을 구성하는 일부러 착수할 것이다. 그는 직선상의 한 점에서 작도할 수 있는 두 인접한 각의 합이 2직각의 합과 꼭 같다는 사실을 알고 있기 때문에 삼각형의 한 변을 연장하여 인접한 두 각을 만든다. 이 각의 합은 물론 2직각과 같게 된다. 그런 다음 그 삼각형에서 문제의 각과 마주 보는 변과 평행인 선을 작도함으로써 그 각의 외각을 나눈다. 그 결과 나누어진 외각의 하나가 삼각형의 한 내각과 동일함을 관찰하게 된다. 다른 하나도 마찬가지로인데, 이렇게 해서 기하학자는 직관의 인내를 받은 추리의 연쇄에 의해 이 문제를 완전히 명료하고도 보편적으로 타당한 방법으로 해결하게 되는 것이다(A 716/B 744).

칸트의 설명은 다음과 같이 정리할 수 있다.

- (1) 그림 1에서처럼 우선 삼각형 ABC를 작도한다.
- (2) 삼각형 ABC의 한 꼭지점 C에서 변 BC의 연장선 CD를 긋는다.
- (3) 그리고 다시 C에서 변 AB에 평행한 직선 CE를 긋는다.
- (4) $\angle ABC = \angle ECD$ 이고 $\angle BAC = \angle ECA$.
- (5) 삼각형 ABC에서 $\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = \angle ECD + \angle ECA + \angle ACB = \angle BCD = 2$ 직각.
- (6) 따라서 삼각형의 내각의 합은 2직각과 동일하다.

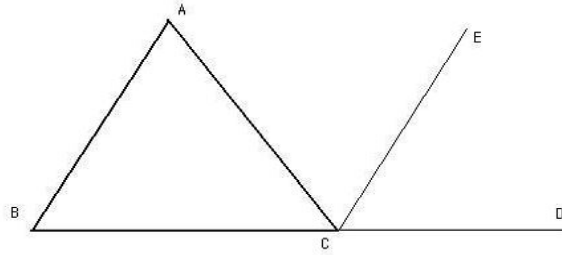


그림 1

삼각형의 내각의 합이 2직각과 같음을 증명하는 위와 같은 방식은 실제로 적어도 칸트가 생존했던 시기의 기하학자들이 기하학의 지식을 얻는 일반적인 방식이었다. 그러므로 기하학의 지식이 어떻게 선천적이고도 종합적일 수 있는지에 대한 설명은 위와 같은 증명 방식에서 찾아야 할 것이다.

삼각형의 내각의 합이 2직각과 같음을 이끌어내는 증명 과정에는 ABC의 한 꼭지점 C에서 변 BC의 연장선 CD를 그을 수 있다는 것, 변 AB에 평행한 직선 CE를 그을 수 있다는 것 등과 더불어 두 평행선이 한 직선과 만나서 이루는 엇각과 동위각이 서로 같다는 명제, 서로 동일한 것에 같은 것을 더한 결과는 동일하다는 원리 등이 전제되고 있다. 이러한 전제 가운데는 논리적인 원리도 있겠지만 궁극적으로 기하학의 원리로 간주될 전제도 포함된다. 그러한 원리들의 연언을 A라고 한다면 위의 “모든 삼각형의 내각의 합은 2직각이다”라는 명제는 A에 논리적으로 의존하고 있다고 말할 수 있다. 그 명제만이 아니라 임의의 기하학의 정리 T에 대해 T가 논리적으로 추론되는 A가 존재한다면 그것을 기하학의 공리로 취급할 수 있을 것이다. 이 경우 기하학의 모든 명제들은 하나의 공리 체계로 정리할 수 있으며 그러므로 오로지 공리와 논리 규칙에만 의존한다는 결론이 된다. 칸트는 잘 알려진 것처럼 일반 논리학(allgemeine Logik)과 선형적 논리학(transzendente Logik)으로 나눈다. 일반 논리학은 모든 인식의 내용, 다시 말해 인식과 대상간의 관계를 사상하고 오직 사고 일반의 형식에만 관계하지만(A 55/B 79) 선형적 논리학은 인식의 기원, 영역, 그리고 객관적 타당성을 결정하기 위한 학문으로서 그것이 선천적으로 대상과 관련을 갖는 한에서 오성과 이성의 법칙만을 다룬다(A 57/B 81). 이러한 구분에 비추어 볼 때 이 경우의 논리 규칙이란 일반 논리학에 속하는 규칙이어야 할 것이다.

칸트는 적어도 기하학에서의 공리는 인정하고 있다. 그것도 평행선 공리를 포함하는 유클리드의 공리를 받아들이고 있다. 따라서 칸트에 있어 공간에 대한 종합적이고도 선천적인 진리로서 타당한 기하학은 유클리드 기하학에 한한다. 잘 알려진 것처럼 칸트의 이러한 주장이 칸트 이후 비유클리드 기하학의 발견으로 인해 칸트의 수리 철학 전체가 정당성을 상실한 것으로 폄하되는 구실을 제공했다. 비유클리드 기하학의 발견은 기하학, 아니 모든 수학을 순수 수학과 응용 수학으로 구분하고 순수 수학, 특히 기하학의 이론을 일반적으로 해석

되지 않은 체계로 간주하려는 경향을 낳았다. 해석되지 않는 체계인 한에 있어 기하학의 체계는 모순인지 여부는 따질 수 있어도 공간에 대해 참인가 아닌가를 말하는 것은 무의미하다. 19세기 로바체프스키(Lobachevsky), 보야이(Bolyai), 리만(Riemann) 등이 개발한 비유클리드 기하학은 유클리드 기하학과 마찬가지로 그 자체 논리적인 면에서 무모순(consistent)이다. 그러므로 그들은 서로 충돌하기는 하지만 기하학의 용어에 어떤 의미를 부여함으로써 그 체계에 속하는 문장에 참, 거짓을 부여하지 않는 한에서는 기하학의 문장은 참도 거짓도 아니기 때문에 해석되지 않는 체계로서 그 가운데 어떤 것이 다른 것보다 우월하다고 말할 수 없다. 무모순적인 체계를 수립하는 것이 순수 수학의 목적인 한에 있어 순수 수학 내에서는 여러 가지 기하학 가운데 하나를 선택할 수 없다. 어떤 기하학의 체계가 참인가 하는 것은 해석을 통해 기하학의 용어에 의미를 부여한 후에나 결정될 수 있는 문제인데 그와 같은 결정은 경험적으로나 이루어질 수 있다. 실제로 아인슈타인(A. Einstein)의 일반 상대론은 해석된 체계로서 비유클리드 기하학이 참임을 말하고 있으며 따라서 기하학의 지식은 종합적이고도 선천적이며 그러한 종합적, 선천적인 지식으로서 유클리드 기하학만이 타당하다고 본 칸트의 견해는 잘못된 것이다.

위와 같은 주장이 수학, 특히 기하학에 관한 칸트의 철학에 대해 특히 논리 실증주의자들을 중심으로 제기된 비판의 핵심이다. 그러한 비판은 우선 수학의 임무를 오로지 논리적으로 무모순인 체계를 수립하는 데 있는 것으로 보는 데서 출발하고 있다. 해석되지 않는 체계로서 유클리드 기하학과 비유클리드 기하학은 서로 충돌하지만 각자는 그 자체 논리적으로 무모순이다. 그러므로 해석되지 않는 한에서는 유클리드 기하학의 체계가 더 우월하다고 말할 수 없다. 유클리드 체계와 비유클리드 체계는 논리적으로 서로 충돌하지만 각자 일관되므로 서로 다른 종류의 가능 세계를 그리고 있다고 말할 수 있다. 그러한 가능 세계 가운데 어떤 기하학의 체계가 그리는 것이 실제로 참인가 하는 것은 경험이 결정할 문제이다.

그러나 칸트가 유클리드 기하학만이 참된 기하학이라고 생각했다는 것이 그리고 유클리드 기하학과 비유클리드 기하학이 서로 논리적으로 충돌한다는 것이 비유클리드 기하학이 그 자체로 무모순이며 따라서 논리적으로 가능하다고 생각하지 않았다는 것을 의미하지는 않는다. 실제로 칸트는 논리적 측면에서 유클리드 기하학 이외에 다른 종류의 기하학도 불가능하지 않다고 생각했는데 다음과 같은 칸트의 말이 이를 증명한다.

그러한 개념이 어떤 모순도 포함해서는 안 된다는 것은 물론 필수적인 논리적 조건이다. 그러나 그러한 조건은 그 개념의 객관적 실재성을 보장하기에는, 다시 말해 그 개념을 통해 사고되는 대상의 가능성을 보장하기에는 턱없이 부족한 것이다. 예를 들어 두 개의 직선으로 둘러싸인 도형이라는 개념에는 어떤 모순도 포함되어 있지 않다. 왜냐하면 두 개의 직선과 그리고 두 직선의 만남이라는 개념은 도형의 부정을 전혀 포함하고 있지 않기 때문이다. 그러한 도형이 불가능하다는 것은 그 개념 자체에 의존하는 것이 아니라 공간에서의 그 개념의 구성, 다시 말해, 공간과 공간적 규정이 지니는 조건에서 비롯되는 것이다. 이러한 조건은 또한 경험 일반의 형식을 선천적으로 포함하고 있기에 그 객관적 실재성을 지니는 것이다. 즉 가능한 사물과 관계하는 것이다 (A220-221/B267-268).

칸트에 의하면 두개의 직선으로 둘러싸인 도형은 예를 들어 둥근 사각형과 같이 모순을 포함하고 있지 않으며 따라서 논리적인 관점에서는 그러한 도형이 가능하다고 말할 수 있다. 마찬가지로 내각의 합이 2직각보다 크거나 작은 삼각형의 개념도 논리적으로 모순이 있다고 말할 수 없다. 그러므로 칸트는 그러한 도형이 존재한다는 것이 적어도 논리적으로는 가능하다고 생각했을 가능성이 크다. 따라서 칸트가 논리적 가능성으로서도 비유클리드 기하

학을 인정하지 않았다고 비판한다면 그것은 정당한 비판이 아니다. 그러나 비논리적인 비유클리드 기하학은 논리적인 가능성만을 생각할 수 있을 따름이다.

위의 인용문에서 보듯이 칸트는 현대의 공리주의자들과는 달리 논리적 가능성을 수학적 가능성과 동일시하지 않았다. 후자를 결정하는 것은 구성 가능성이다. 논리는 구성을 할 수 있는 한계에 머물지 않으며 따라서 논리적 가능성이 수학적 가능성의 범위를 넘는다. 설사 두개의 직선으로 둘러싸인 도형이나 내각의 합이 2직각보다 크거나 작은 삼각형이라는 개념이 논리적으로는 모순이 없더라도 그러한 개념에 대응하는 직관을 제시할 수 있다는 의미에서 그러한 도형들이 구성이 가능하다고는 말할 수 없다. 후자의 가능성, 즉 기하학적인 가능성을 결정하는 것은 공간이 지니는 조건인데 이 조건은 또한 경험 일반의 형식을 선천적으로 제약하는 순수 직관의 조건인 것이다. 이 조건이 바로 논리적 가능성보다는 범위가 좁은 수학적 가능성의 기준을 제공한다. 비유클리드 기하학은 그 자체 논리적으로 무모순이라고 할지라도 실제로 구성이 불가능하며 그러므로 수학적 모든 가능 세계에서 성립할 수 없다. 수학적인 모든 가능 세계에서 유클리드 기하학은 참이지만 비유클리드 기하학은 거짓이다. 즉 수학적인 면에서 유클리드 기하학은 필연적으로 참이지만 비유클리드 기하학은 필연적으로 거짓이며 따라서 현실적으로도 참이 아니다. 이러한 의미에서 유클리드 기하학과 비유클리드 기하학은 논리적인 면에서는 동등하다고 할지라도 수학적인 면에서는 동등하지 않다.

프레게와 마찬가지로 칸트에 있어서도 해석되지 않은 순전한 형식 체계로서 수학 체계의 개념은 낮은 것이었다. 수학적 기호와 진술은 무의미한 기호에 머무는 것이 아니라 객관적인 의미와 내용을 지니고 있으며 그렇기 때문에 참, 거짓을 따질 수 있는 것이다.

...이 모든 원리들과 그 학문이 다루는 대상의 표상은 전적으로 선천적으로 우리 마음(Gemüt) 안에서 생성되는 것은 사실이지만, 그러나 그 의미를 현상(경험적 대상)에서 언제나 보일 수 없으면 그것들은 의미를 상실할 것이다. 그렇기 때문에 추상적 개념을 감성적인 것이 되도록 할 필요가, 다시 말해 그러한 개념에 대응하는 대상을 직관에서 보일 필요가 있는 것이다. 왜냐하면 그렇게 하지 않을 경우 그 개념은 (사람들이 하는 말처럼) 감능(sense)이 없는 개념, 다시 말해 무의미한 개념이 되고 말 것이기 때문이다(A 240/B 299).

칸트는 그러나 개별적으로는 논리적으로 무모순이면서도 서로 양립불가능한 체계들이 있을 수 있다고 보았다. 논리적 모순이 없어야 한다는 것이 온전한 수학 체계가 되기 위해 필수적이기는 하지만 그 조건만으로는 미흡한 것이다. 논리적으로 가능한, 그러면서도 양립 불가능한 기하학의 체계 가운데 온전한 체계를 선택하도록 하는 것은 순수 직관의 조건을 충족하는 것이다. 칸트에 있어 경험 일반의 형식을 선천적으로 제약하는 순수 직관의 조건은 기하학적인 가능성을 결정하지만 동시에 객관적인 실재성의 기준을 제공한다. 따라서 그러한 조건과 어긋나는 비유클리드 기하학은 공간에 관한 참된 기술을 제공하는 것으로 볼 수 없다.

칸트에 있어 순수 직관은 이처럼 객관적인 실재성의 기준을 제공하지만 동시에 러셀이 지적하는 것처럼 논리학의 범위를 넘는 방법을 제공하기도 한다. 이것이 바로 칸트에 있어 순수 직관이 지니는 또 다른 중요한 의의이다. 러셀은 칸트에 있어 선천적인 직관이 수학적 추론에서 지니고 있는 의의에 대해 다음과 같이 말하고 있다.

논리적 관점에서 중요한 것은 선천적인 직관이 형식 논리가 허용하지 않는 추론 내지는 추리의

방법을 제공한다는 것이다. 그리고 이러한 방법 때문에 (물론 단순히 상상에 의한 것일 수도 있지만) 도형이 모든 기하학의 증명에서 필수적이라는 것이다.³⁾

잘 알려진 것처럼 프레게와 러셀은 수학 가운데도 산수학을 오로지 형식 논리만을 사용해서 확립할 수 있다고 생각했다. 그들은 우선 산수학의 기본 공리들이 논리적 원리의 형태로 주어지며 그밖에 다른 정리들도 공리로부터 순전히 논리 규칙을 반복적으로 적용함으로써 이끌어낼 수 있다고 주장했다. 그렇다면 산수학의 명제는 칸트가 주장한 것과는 달리 분석적이라고 해야 할 것이다. 러셀은 사실 삼단논법의 영역에 머물렀던 논리적 장치를 새로 개발된 현대 논리학으로 보완한다면 오로지 형식 논리에 의해 제공되는 추론 방식만으로 모든 수학을 전개할 수 있다고 생각했다.⁴⁾ 즉, 공리를 전제하는 한 수학의 모든 증명 과정은 형식 논리 혹은 칸트가 말하는 일반 논리의 규칙에만 의존하도록 할 수 있다. 이러한 의미에서 수학적 증명에서는 형식 논리의 규칙에 의존하는 추론 이외에 다른 추론은 불필요하다. 러셀은 그럼에도 불구하고 칸트가 일반 논리의 규칙에 의한 추론 방법 이외에 선천적인 직관이 제공하는 추론 방법이 있다고 생각했으며 또한 기하학의 정리의 증명에 그러한 추론을 허용한 것처럼 말하고 있다. 다음과 같은 칸트의 말에 비추어 볼 때, 그와 같은 러셀의 주장이 일면 일리가 있는 것으로 생각될 수 있다.

물론 기하학자들이 전제하는 원리 가운데는 실제로 분석적이어서 모순율에 의존하는 것이 더러 있는 것이 사실이다. 그러나 이러한 원리들은 동일 명제와 마찬가지로 방법의 연쇄를 위한 고리의 역할을 하는 것이지 원리로서 사용되는 것이 아니다. 예를 들어 $a=a$, 즉 전체는 자신과 동일하다든가, $(a+b)>a$, 즉 전체는 부분보다 크다는 것과 같은 명제들이 그것이다. 그리고 이러한 명제들이 단지 개념에 의거해서만 타당함에도 불구하고 수학에서 허용되고 있는 이유는 단지 그나마 그것들이 직관에서 제시될 수 있기 때문인 것이다(B 16-7).

이렇게 해서 기하학자는 직관의 안내를 받은 추리의 연쇄에(eine Kette von Schlüssen, immer von der Anschauung geleitet) 의해 이 문제를 완전히 명료하고도 보편적으로 타당한 방법으로 해결하게 되는 것이다(A717/B745).

위의 구절에서 ‘직관이 안내를 받은 추리’를 형식 논리의 규칙을 넘는 선천적 직관이 제공하는 규칙에 의존하는 추론으로 해석한다면 러셀의 주장은 타당하다. 프리드만(M. Friedman)도 이러한 러셀의 주장에 동조하고 있다. 프리드만도 러셀과 마찬가지로 칸트가 접했던 논리의 규칙으로는 “ a 가 삼각형이다”라는 전제로부터 설사 공리의 도움을 받더라도 “ a 의 내각의 합은 2직각이다”라는 정리를 이끌어낼 수가 없었다. 왜냐하면 칸트 시대의 논리는 일항(monadic) 술어만을 포함하는 삼단 논법이었으며 따라서 일항 술어에 국한된 술어 논리로는 순서이론 같은 것을 공리로 포함시킬 수 없었기 때문이다.⁵⁾ 유클리드가 제안한 것과 같은 공리 체계에서 공리로부터 정리가 엄밀하게 형식 논리에만 의거해서 연역될 수 있기 위해서는 연속의 개념이나 무한의 개념을 표현할 수 있는 논리적 장치를 갖추어야 하는데 실제로 일항의 술어만을 포함하는 논리에 의해서는 그러한 것을 형식적으로, 개념적

3) Russell [1937], §433.

4) 프레게는 그러나 산수학과는 달리 기하학은 직관에 의존한다고 생각했다. 왜냐하면 각각의 수는 독특한 특징을 갖는 것이어서 직관에 의존하지 않고도 서로 구분이 가능하지만, 예를 들어 점과 같은 기하학적 대상은 하나의 점을 다른 점들과 구분하기 위해서는 그것들을 단일한 직관 안에 모아 놓아야 하기 때문이라는 것이다. Frege [1974], §13 참조.

5) Friedman [1985], 460-1쪽.

으로 표현할 길이 없었다.⁶⁾ 따라서 엄밀하게는 유클리드의 공리로부터 점이 둘 이상 존재한다는 명제마저 이끌어낼 수가 없었다. 이러한 결함을 보완하기 위한 것이 도형의 구성에 의한 방법이었으며 이러한 의미에서 칸트가 공간에 관해 유일하게 타당한 지식으로서 지니는 유클리드의 공리 체계는 오늘날 우리가 말하는 의미의 공리 체계가 전혀 아니다.⁷⁾

러셀과 프리드만의 위의 입론은 적어도 칸트가 접했던 아리스토텔레스적인 일항 술어 논리로는 공리로부터 모든 기하학의 정리를 이끌어낼 수 있는 완전한 기하학적 공리 체계를 수립하는 것이 불가능하였으며 그러한 결함을 보충하기 위한 것이 바로 직관에 의해 도형을 구성하는 방법이었다는 것이다. 또한 위에서 언급한 것처럼 바로 그러한 논리적 방법을 넘어서는 구성적 방법의 채택으로 말미암은 기하학의 진리들은 종합적인 성격을 지니지 않을 수 없었다.

칸트에 있어서 이처럼 구성 함수를 되풀이 사용함으로써 새로운 점들을 생성하는 과정은 말하자면 존재 예화같은 복잡한 양화 논리의 규칙을 대신하는 것이다. 이러한 방법은 칸트가 접할 수 있었던 본질적으로 일항의 술어 논리를 넘어서는 것이기 때문에 칸트는 문제의 추론을 분석적인 것이 아니라 종합적인 것으로 보았던 것이다.⁸⁾

러셀은 그러나 현대 논리학자들이 개발해 낸 다항 술어 논리에 의존할 경우 선천적인 직관이 제공하는 추론의 방법에 의존하지 않더라도 공리로부터 모든 정리를 추론해 낼 수 있는 체계를 수립할 수가 있다고 생각한다. 일반 논리 혹은 러셀이 말하는 형식 논리의 규칙은 전제가 가지는 인식론적 지위를 그대로 보존한다고 생각된다. 그러므로 만일 어떤 수학 분야의 모든 진리를 공리로부터 오로지 형식 논리의 규칙을 반복 적용함으로써 이끌어낼 수 있다면 그 분야의 지식의 인식론적 성격은 공리가 가지는 성격에만 의존할 것이다. 예를 들어 기하학의 명제들이 완전한 공리 체계를 이룬다면, 그리고 그 체계의 공리가 논리적인 진리에 불과하다면 그 기하학적 지식은 분석적이라고 할 수 있을 것이다. 칸트는 적어도 산수학의 진리들은 공리화가 불가능하다고 생각했다고 생각한 듯한 대목이 있다(A 164/B 204). 그러나 수학적 명제들을 완전한 공리 체계로 정리할 수 있다면, 수학적 지식이 지니는 종합성과 선천성은 수학의 명제를 확립하는 데 사용된 추론 규칙이나 공리에서 비롯되는 것이라고 생각해야 한다. 러셀과 프리드만은 칸트에 있어 수학적 지식이 지니는 종합성의 원천으로서 추론 규칙에 주목한 셈이다.

현대 수학자들에 의하면 해석된 체계로서 기하학의 체계는 종합적이기는 하지만 경험적이에요, 더욱이 경험적으로 참인 것으로 확인된 체계는 비유클리드 기하학의 체계이다. 비유클리드 기하학이 참임을 경험적으로 알려주는 것은 일반 상대론 같은 물리학의 이론이다. 일반 상대론이 비유클리드 기하학이 참임을 경험적으로 알려주고 있다는 것은 후자가 전자의 이론에서 사용되고 있으며 전자의 이론이 경험적 증거에 의해 입증되었다는 의미이다. 그러나 하나의 과학 이론이 경험적으로 입증되었다는 것이 반드시 그 이론에서 사용된 수학 이론 같은 이론적 요소들이 참이라는 것을 함축하지 않는다고 보는 과학 철학자들도 상당수 있다. 이들의 견해를 받아들인다면 과학 이론의 경험적 요소는 몰라도 이론적 부분은 오로

6) 프리드만은 공간이 지니는 무한성을 일항 술어적 논리로는 표현할 길이 없었던 것이 칸트가 공간을 직관으로 파악한 이유라고 보고 있다. 일항 술어적 논리를 가지고 무한한 공간을 표상할 수 있는 길은 반복할 수 있는 공간적 구성에 의한 길, 직관에 의존하는 방법밖에는 없다. Ibid., 466-7 참조.

7) Ibid., 463쪽.

8) Ibid., 468쪽.

지 도구적인 기능 밖에는 없으며 따라서 비유클리드 기하학이 경험적으로 입증된 일반 상대론에서 사용되었다면 후자의 이론에 관한 한 유클리드 기하학에 비해 편리하다고는 말할 수 있어도 비유클리드 기하학이 참이고 유클리드 기하학이 거짓이라고까지 말할 수는 없다. 해석된 것으로서 기하학의 진술이 경험적이라고 해도 그것의 참, 거짓은 직접적으로 증명되는 것이 아니라 과학 이론에 힘입어 증명될 수 있다고 생각해야 할 것이다.⁹⁾ 그렇지만 과학 이론은 결정적으로 증명될 수 있는 것이 아니라 입증될 수 있을 따름이며 설사 입증된다고 해도 그것의 이론적인 부분은 참, 거짓을 가릴 수 없는 도구에 불과하다는 현대 과학 철학의 주류 견해에 비추어 볼 때, 설사 일반 상대론을 입증된 물리학의 이론으로 받아들일 수 있다고 해도 현대 물리학의 성과에 의해 비유클리드 기하학이 참임이 증명되었으며 따라서 유클리드 기하학이 선천적으로 참이라는 칸트의 이론은 폐기되어야 한다는 주장은 얼마간 과장된 것으로 평가하지 않을 수 없다.

일반 상대론에서는 태양처럼 많은 질량이 위치한 장소를 지나는 광선은 4차원적으로는 직선적인 경로를 따라가지만 마치 3차원의 곡선을 2차원의 평면에 투사시키는 것처럼 4차원의 '직선'을 3차원으로 투사시키면 '곡선'으로 보인다고 말하고 있다. 그러므로 4차원 상으로 직선이라는 할 때 그 의미와 3차원적으로 휘었다고 말할 때 그 의미는 서로 충돌하지 않는다. 전자의 의미는 이론적인 것이고 후자는 경험적인 것이다. 그리고 칸트에 의하면 모든 경험은 경험 일반의 형식을 선천적으로 제약하는 조건을 따르게 된다. 그 조건은 공간에 속하는 것이기 때문에 개념 자체와는 무관하지만 공간에서 개념을 구성하려고 할 때에는 적용되지 않을 수 없다. 그 조건에 비추어 오직 유클리드 기하학만이 경험을 하기 이전에라도 경험적 대상에 대해 참이 되며, 두 개의 직선으로 둘러싸인 도형은 물론 내각의 합이 2직각과 다른 도형은 참, 거짓을 따지기 이전에 불가능한 것이다. 불가능할 뿐만 아니라 무의미하기도 한데 왜냐하면 그것에 대응하는 것을 직관에서 보일 수 없는 개념은 무의미한 개념이기 때문이다(A 240/B 299).

칸트에 있어서 그에 대응하는 대상을 직관에서 보일 수 없는 개념은 무의미할뿐더러 개념을 구성함으로써 그러한 대상을 보이는 것이 종합적인 수학적 인식을 얻기 위해 필수적이다. 그런데 개념을 구성함으로써 얻어지는 것은 <그림 1>에서와 같은 단일한 대상(single object)이다. 그렇지만 그러한 단일한 대상에 관한 고찰로부터 증명되는 것은 (6)과 같은 일반적인 명제이다.¹⁰⁾ <그림 1>에서와 같은 삼각형 ABC를 a 라고 하고 T_x 를 'x는 삼각형이

9) 수학자 가우스는 유클리드 기하학이 현실적인 세계에서 참인 것으로 성립하는지를 확인하기 위해 세 개의 산 정상에 관찰자들을 세우고 각 관찰자들을 연결하는 광선이 이루는 각의 합이 2직각인지를 측정하도록 한 것으로 알려져 있다. 그러나 칸트의 수리 철학이 타당하지 않은 것으로 입증되었다고 생각하는 철학자나 수학자들도 삼각형의 내각의 합이 2직각과 같다는 명제가 이처럼 직접적인 관찰에 의해 확인될 수 있는 문제이며 또한 확인되었다고 생각하지는 않는다.

10) 칸트는 기하학이 명제들이 일반적이라는 점에서 수적인 관계에 관한 진술과 차이가 있으며 또한 그렇기 때문에 수적인 관계에 관한 명제들, 즉 산수학의 명제들은 공리적 체계를 이루지 못한다고 보고 있다. “수적 관계에 관한 자명한 명제들은 물론 종합적이기는 하지만 기하학의 명제들처럼 일반적이지 않다. 그렇기 때문에 공리라고 부를 수 없는 것이며 차라리 수적 공식이라고 부를 수 있는 것이다.”(A 164/B 204) 프레게도 Frege [1974], §13에서 점, 선, 면과 같은 기하학적 대상들은 예를 들어 하나의 점을 다른 점과 구분할 길이 없으며 여러 개의 점, 선, 면이 하나의 직관에

다'라는 술어라고, 그리고 Px 를 'x의 내각의 합은 2직각과 같다'라는 술어라고 하자. 그러면 우리가 증명하려는 일반적인 기하학의 명제 (6)은 $(\forall x)(Tx \rightarrow Px)$ 와 같이 쓸 수 있다. 삼각형에 관한 일반 명제 $(\forall x)(Tx \rightarrow Px)$ 를 증명하기 위해 삼각형을 구성한다는 것은 곧 Ta 인 a 를 제시한다는 것을 의미한다. 기하학자들은 이러한 구성을 통해 단일한 대상 a 를 고찰함으로써 공리적인 원리와 논리적인 추론에 의지하여 (5)에 이르러 Pa 를 얻게 된다. 그러나 (5)에 이르기까지 기하학자들이 확립한 것은 개별적인 대상 a 에 관한 개별적인 명제 Ta 와 Pa 뿐이다. 이것으로부터 어떻게 삼각형 일반에 관한 명제 $(\forall x)(Tx \rightarrow Px)$ 를 얻을 수 있는가? (1)에서 (5)까지의 과정은 사실 Ta 라는 명제와 공리로부터 Pa 를 이끌어내는 절차라고 할 수 있다. 따라서 공리들의 연언을 A 라고 하면 그 증명 과정을 다음과 같은 도식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{A \& Ta}{\text{따라서 } Pa}$$

A 와 Ta 로부터 Pa 를 추론할 수 있다면 조건 증명법(Conditional Proof)에 따라 A 로부터 단순히 $Ta \rightarrow Pa$ 를 유도할 수 있다. 여기에 보편 일반화(Universal Generalization)의 규칙을 적용하면 최종적으로 공리에 의존하여 $(\forall x)(Tx \rightarrow Px)$ 를 이끌어내는 것이 가능하다. 이것이 바로 (5)에서 (6)으로 넘어가는 과정이 바로 이러한 추론에 의존하고 있는 것으로 보인다. 그런데 사실은 a 는 개별 사항이며 개별 사항을 포함하는 명제에 대해서는 조건 증명법이 적용되지 않는다. 왜냐하면 보편 일반화에 의해서는 개별 자유 변항을 포함하는 명제 $F(x)$ 로부터 전칭 명제 $(\forall x)F(x)$ 를 정당하게 이끌어낼 수 있을 따름이기 때문이다. 그러므로 공리를 전제할 때, 보편 일반화를 적용하여 $(\forall x)(Tx \rightarrow Px)$ 와 같은 일반 명제를 얻기 위해서는 그에 앞서 개별 사항을 포함하는 $Ta \rightarrow Pa$ 가 아닌 개별 자유 변항을 포함하는 $Tx \rightarrow Px$ 와 같은 형태의 명제를 확보해야 할 필요가 있다. 그러기 위해서는 그림 1에서의 삼각형이 우리가 구성할 수 있는 모든 삼각형의 패러다임의 역할을 해야 한다. 칸트는 개념의 구성이 비경험적인, 순수한 직관에서 이루어질 경우 구성된 단일한 대상으로서의 도형은 그러한 패러다임의 역할을 할 수 있다고 생각한다. 다음과 같은 칸트의 언급이 그 점을 입증한다.

그렇기 때문에 개념을 구성하는 데는 비경험적인 직관이 요구되는 것이다. 이러한 비경험적인 직관은 직관으로서의 단일한 대상(einzelnes Objekt)이기는 하지만, 그러나 개념(일반적 표상)의 구성에 해당하는 만큼, 그 표상은 그러한 개념 하에 포섭되는 가능한 모든 직관에 대해 보편적인 타당성을 지녀야 하는 것이다(A 713/B 741).

단일한 대상으로서 직관의 이러한 특징에 주목하는 철학자가 힌티카(J. Hintikka)이다. 힌티카는 직관을 마음의 눈에 보일 수 있는 어떤 것으로, 그리고 구성을 구상력을 동원하여 필요한 도형을 표상하는 능력으로 보는 그의 이른바 “칸트의 해석에 관한 통속적인 해석”에 반대하여, 칸트에 있어 직관이란 단지 일반 개념과 구별되는 개별적인 관념을 의미할 따름이라고 말하고 있다.

포함될 경우에만 구분이 가능하다고 말하고 있다. 다시 말해 기하학적 대상들은 하나하나가 독자적인 특징을 갖는 것이 아니어서 각자가 그것이 속하는 대상 전부를 대표할 수 있다. 프레게는 따라서 칸트와 마찬가지로 기하학의 진술들은 본래적으로 일반적인 진술일 수밖에 없다고 생각했다.

직관이란 마음의 눈앞에 제시할 수 있는, 마음속에서 구체적으로 그릴 수 있는, 구상력에 표상할 수 있는 어떤 것이다. 그러나 이것은 전혀 칸트가 직관이라는 단어에 부여하려던 기본적인 의미가 아니다. 논리학에 관한 그의 강의록 첫 문단에 나와 있는 칸트의 정의에 의하면 일반 관념(idea)과 구분되는 모든 개별적인 관념은 직관이다. 다시 말해 인간의 마음 안에서 개별적인 것을 표상하는 모든 것은 직관이다. 그렇게 정의된 직관은 사실 전혀 ‘직관적인’ 면을 지니지 않는다고 말할 수 있다. 직관은 그저 개별적임을 의미할 따름이다.¹¹⁾

힌티카는 칸트의 수학적 방법의 모델이 유클리드 기하학을 지적하면서 유클리드의 『기하학 원론』에서 나타나 있는 명제의 구조를 이루는 5 가지의 요소 가운데 제시(setting-out, ἔκθεσις)를 칸트가 말하는 구성에 해당한다고 주장하고 있다. 그에 의하면 칸트가 일반 개념을 항상 구체적으로, 특정하게 응용되고 있는 상태에서 고찰하는 것이 수학자들의 방법이라고 말할 때 염두에 두고 있는 것은 유클리드적인 명제의 제시로서 일반적인 기하학의 명제를 특정한 도형을 통해 ‘보이거나’ 혹은 ‘제시하는’ 것이다.¹²⁾ 다시 말해 개별적인 것으로서 그러한 도형이 하는 역할은 임의의 변형 혹은 자유 변형의 역할과 같은 것이며 이러한 의미에서 칸트는 일계 술어 논리에 의해 처리할 수 있는 것을 직관에 의존했다는 것이다.¹³⁾ 칸트에 의하면 보편 명제를 증명할 수 있는 길은 두 가지이다. 하나는 ‘개념을 뒤져서’ 그 개념에 속하는 대상들의 성질을 찾아내어 그 성질을 그 대상에 귀속시키는 판단을 확립하는 것이다. “모든 물체는 연장적이다”라는 판단이 그것이다. 그러나 이러한 방식으로는 종합적인 인식을 얻을 수가 없다. 다른 하나는 그 개념에 대응하는 직관을 통해 그 개념에 속하는 모든 대상들 가운데 임의의 것을 가리킬 수 있는 단일한 대상을 제시하는 방법이다. 칸트에 의하면 이 후자의 방법에 의해 얻어지는 인식은 종합성과 선천성을 동시에 지니게 되는데 기하학의 방법이 바로 이러한 후자의 방법을 통해 일반적인 명제를 확립한다. 개별적인 대상을 보편적 개념을 통해 사고함으로써 일반 명제를 증명한다면 “개념에 의해 이성이 획득하는 지식”으로서 철학적 인식이 얻어지지만 어떤 개념의 패러다임의 역할을 할 수 있는 도형을 제시함으로써 일반 명제를 확립하면 개념의 구성을 통한 종합적 지식으로서 기하학적 인식이 얻어진다.

기하학은 보편적인 개념을 통해 대상을 사고함으로써 — 이것은 이성적인 것의 경우에 일어나는 일인데 — 자신의 보편 명제를 증명하지 않는다. 그보다는 단일한 직관을 통해 대상을 눈앞에 제시함으로써 — 이러한 일은 감성적인 것의 경우에 일어난다 — 보편 명제를 증명한다.¹⁴⁾

11) Hintikka [1967], 23쪽. 위의 (A 713/B 741)에서의 칸트의 언급 말고도 칸트의 여러 저술에서 직관의 특징을 개별성으로 보는 증거를 찾기는 어렵지 않다. “공간이란 사물 일반의 관계에 관한 분별적인 개념, 혹은 사람들이 말하듯이 일반적인 개념이 아니라 순수 직관이다. 왜냐하면 첫째로 우리가 표상할 수 있는 것은 오직 단일한 공간뿐이며 여러 개의 공간을 말하는 경우에도 우리가 의미하는 바는 사실 동일하고도 유일한 공간의 부분들에 불과하기 때문이다”(A 25/B 39), “그러나 단일한 대상을 통해서만 주어질 수 있는 표상은 직관이다”(A 32/B 47), “왜냐하면 우리의 모든 직관은 어떤 형식적 원리에 연계되어 있는데 그 어떤 것이건 그러한 형식 하에서만 한낱 일반 개념을 통해 분별적으로 인식되는데 그치지 않고 마음을 통해 직접적으로 그리고 단일한 것으로 파악될 수 있는 것이다”(Kant [1770], §10), “2. 시간의 관념은 단일하며 일반적이지 않다. ... 3. 따라서 시간의 관념은 직관이다”(Kant [1770], §14), “직관이란 단일한 표상이며 개념은 일반적인 혹은 반성된 표상이다.”(Kant [1974]), §1)

12) Hintikka [1967], 같은 장소.

13) 힌티카는 그러나 자유 변형을 이용한 추론으로서 보편 일반화가 아닌 존재 예화(existential instantiation)의 규칙의 사용이 제시의 과정에서 이루어진다고 보고 있다. Hintikka [1967], 35쪽 참조.

칸트는 $(\forall x)(Tx \rightarrow Px)$ 와 같은 기하학의 명제를 개념 T 를 ‘뒤지는’ 것에 의해서는 증명할 수 없으며 Ta 인 개별적인 대상 a 를 직관 안에서 구성해야만 가능하다고 생각한다. 그러한 a 에 대한 고찰을 통해 Pa 임을 증명할 수 있으며 그러한 a 가 사실은 T 에 해당하는 임의의 대상을 가리킨다는 사실로부터 $(Tx \rightarrow Px)$ 와 이어서 $(\forall x)(Tx \rightarrow Px)$ 를 얻을 수 있다고 생각하는 것이다. 그런데 주어의 개념인 T 가 술어의 개념인 P 를 포함하지는 않으므로 $(\forall x)(Tx \rightarrow Px)$, 즉 “모든 삼각형의 내각의 합은 2직각과 같다”는 명제는 종합적이다. 샤벨(Lisa A. Shabel)도 이러한 견해에 동조하고 있다. 그녀는 삼각형의 내각의 합이라는 개념에 2직각이라는 개념이 포함되고 있지 않기 때문에 위의 명제는 종합적이며 기하학자들은 처음에 원래의 개념, 예를 들어 삼각형과 그 내각을 구성하고 다음에 동일한 도형에 그 이상의 개념, 즉 2직각과 동일함의 개념을 구성함으로써 원래의 개념을 ‘넘게’ 되며 그 결과로 종합적인 인식을 얻는다는 취지의 말을 하고 있다.¹⁴⁾

샤벨과 칸트는 T 를 직접 ‘뒤져서’ 그 안에 P 가 포함됨을 알아내는 것이 아니라 T 인 개별자 a 를 구성한 다음 그 a 가 또한 P 이기도 하다는 것을 보이는 구성을 추가한 결과로 모든 T 가 P 라는 판단을 내리면 종합적인 인식이 얻어지는 것으로 생각한다. 그러므로 수학에서 종합적인 인식을 얻기 위해서는 개념의 구성이 필수적이다. 그러나 T 인 임의의 a 가 P 라는 것을 보이는 과정에서 오직 논리적인 추론만이 사용되었다면 T 가 P 를 은밀한 방식으로 포함하고 있다고 생각해야 할 것이다. 그러나 칸트는 기하학의 체계가 공리화가 가능하다고 생각하고 있으며 따라서 모든 기하학의 정리는 논리적인 추론에 의해서만 얻어지는 것이 아니며 공리에도 의존한다. 예를 들어 “모든 삼각형의 내각의 합은 2직각과 같다”는 명제의 경우 평행선 공리에 의존한다. 그러므로 전자의 명제의 종합성 여부는 평행선 공리를 비롯하여 그 명제를 증명하는 데 동원된 공리들이 종합적인지 여부에 좌우될 것이다. 그런데 칸트는 기하학의 기본적인 원리들이 모두 공간에 관한 보편적 개념에서 도출되는 것이 아니라 공간 안에서 구체적으로 파악된다고 말하고 있다.

공간은 3차원 이상은 갖지 않는다는 것, 두 점 사이에는 단 하나의 직선만이 존재한다는 것, 평면상에서 하나의 주어진 직선을 가지고 하나의 원을 그릴 수 있다는 것 등등은 그 어느 것 하나 보편적인 공간적 개념에서 도출될 수 있는 것이 아니다. 그것들은 말하자면 공간 그 자체 안에서 구체적으로만 파악될 수 있는 것이다.¹⁵⁾

두 점 사이에 단 하나의 직선만이 존재한다는 것이 공간 자체 안에서 구체적으로만 파악된다는 것은 공간 안에서 구체적으로 두 점을 구성한 다음 그들을 연결하는 직선을 단 하나만 구성할 수 있음을, 그리고 그것이 모든 임의의 두 점에 대해 성립함을 직관을 통해 파악하게 된다는 것을 의미한다. 그리고 그러한 인식은 공간이라는 보편적인 개념이 아닌 개념의 구성에 의한 직관을 통해 얻어진 것이므로 종합적이다. 칸트에 있어 기하학적 명제의 종합성은 결국 궁극적으로 공리 내지는 기하학의 기본적인 원리가 직관에 의존하므로 종합적이라는 데서 비롯되는 것이다. 그렇다면 궁극적으로 직관에 의존할 때 하나의 판단이 종합적이 될 수 있는 이유는 무엇인가?

칸트가 정의하는 분석적인 판단이란 술어의 개념이 주어의 개념 안에 포함되어 있는 판단이

14) Kant [1770], 396-7쪽.

15) Shabel [2003], 102-3쪽.

16) Kant [1770], 396쪽.

다. 이러한 판단은 하나의 개념을 ‘뒤져서’ 다른 개념을 찾아낸 다음 전자를 주개념으로 하고 후자를 술어의 개념으로 하는 판단을 확립할 때 얻어진다. 그러므로 칸트의 설명으로는 하나의 개념에 속하는 대상을 구성한 다음 그 대상에 속하는 속성을 파악함으로써 원래의 개념에는 속하지 않는 개념을 찾아낼 수 있다는 것이다. 파슨스는 이러한 가능성을 직관이 가지는 직접성에서 찾는다. 칸트는 다음 구절에서 직관이 개별적이라는 것을 인정하고 있으나 동시에 직접성을 지니고 있음을 명시적으로 밝히고 있다.

인식은 직관이거나 개념이다(intuitus vel conceptus). 직관은 대상과 직접적인 관계에 있으며 개별적인 반면에 개념은 여러 개의 사물이 공통적으로 지닐 수 있는 어떠한 징표를 통해 간접적으로 대상과 관계한다(B 377).¹⁷⁾

개념이나 직관은 대상과 관계를 가지는데, 개념은 징표를 통해 여러 가지 대상과 간접적으로, 그리고 직관은 단일한 대상과 직접적으로 관계를 갖는다. 그러므로 개념을 구성한다는 것은 개념과 관계되는 어떤 한 대상과 직접적인 관계를 갖는 직관을 제시한다는 것을 의미한다. 파슨스는 직관이 직접적이라는 것이 단일하다는 것을 함축하지만 힌티카의 주장과는 달리 한정 기술어(definite description)의 예에서 볼 수 있는 것처럼 그 역은 성립하지 않는다는 것을 지적하면서 대상과 직접적인 관계를 가지는 직관을 통한 인식을 개별적 사물에 대한 지각(perception)을 통한 인식과 비교한다. 파슨스에 의하면 “직관의 대상은 예를 들어 지각(perception)에서처럼 어떤 방식으로 마음에 직접적으로 현전하는 것이며 따라서 대상들에 관한 직접적인 지식의 원천, 궁극적으로 유일한 원천이 된다.”¹⁸⁾ 그리고 이 점이 왜 개념의 구성을 통해 제시된 직관을 통한 수학적 인식이 종합적인지를 설명해 준다고 생각한다. 다시 말해 어떤 개념을 구성하는 과정에서 제시된 직관이 대상과 직접적인 관계를 가지기 때문에 얻을 수 있는 지각적 증거로부터 그 개념을 분석해서는 얻을 수 없는 속성을 그 대상에 귀속시킬 수 있다는 것이다. 그러나 힌티카는 수학적 판단의 종합성이 그러한 지각적 증거로부터 비롯되는 것이 아니라 단일한 표상으로서 직관이 그 판단을 증명하는 과정에서 자유 변항의 역할을 한다는 사실에서 찾는다.¹⁹⁾

칸트에 있어 보다 설명이 어려운 문제는 단일한 것으로서 직관으로부터 얻어지는 인식이 어떻게 해서 선천적인가 하는 것이다. 칸트는 개념을 구성하는 데 비경험적인 직관, 다시 말해 순수 직관이 요구된다는 것을 강조하면서 삼각형을 구성하는 일을 예로 들어 다음과 같이 말하고 있다.

예를 들어, 삼각형을 구성하는 일은 삼각형의 개념에 대응하는 대상을 제시하게 됨으로써 이루어

17) 칸트는 이밖에도 ‘선형적 감성론’ 첫머리에서 “하나의 인식이 어떤 방식으로 그리고 어떤 수단을 통해 대상들과 관계를 갖건 간에 인식이 대상과 직접적으로 관계를 갖게 되는 통로가 되는 것, 그리고 수단으로서의 모든 사고가 목표로 지향하고 있는 것은 직관이다”(A 19/B 33)라고 직관이 지니는 직접성을 강조하고 있다.

18) Parsons [1969], 44쪽.

19) 파슨스에 의하면 힌티카의 견해는 칸트에 있어 직관에 호소하는 것이 불가피했던 이유는 현대의 일계 논리로 정식화할 수 있는 어떤 논증, 즉 보편 일반화 혹은 일반 예화에 의한 추론을 전개하기 위해서이다. 그러나 파슨스는 그러한 논리적 추론 방식에의 의존이 그러한 추론을 이용해서 얻어지는 수학적 판단을 종합적인 것으로 만들 수 있는지에 대해 회의적이다. 왜냐하면 칸트에 의하면 수학적 판단을 종합적인 것으로 만들기 위해 중요한 것은 증명 과정에서 이용된 전체의 종합성이지 특정한 논증 방식의 사용 여부가 아니기 때문이다. Parsons [1969], 54-57쪽 참조.

어지는 바, 그러한 작업은 순수 직관 안에서 단지 구상력에 의해서만 이루어지든가 혹은 경험적 직관 안에서 순수 직관에 준해서 종이 위에서 이루어지게 마련이다. 그러나 그 두 경우 모두 그 도형의 표본을 경험에서 빌려오지 않기 때문에 작업이 완전히 선천적인 것은 마찬가지이다(A 713/B 741).

칸트는 삼각형의 개념을 구성하는 방식을 두 가지로 언급하고 있는데 하나는 순수 직관 안에서 구상력에 의한 것이고 다른 한 가지는 경험적인 대상, 예를 들어 종이 위에 그리는 것이다. 그런데 여기서 유의해야 할 것은 “삼각형의 내각의 합은 2직각이다”라는 명제를 증명하기 위해 그림 1에서 그린 도형 a 는 엄밀히 말해 기하학자들이 의미하는 ‘삼각형’이 아니라는 점이다. 즉 Ta 는 참이 아니다. 또한 증명 과정에서 작도한 직선도 결코 엄밀한 의미에서 기하학적인 ‘직선’도 아니다. a 는 ‘경험적인 삼각형’으로서 그로부터는 순수 직관이 아닌 경험적인 직관을 얻을 수 있을 따름이기 때문에 종합적인 인식은 가능하지만 선천적인 인식은 불가능하다.

그러나 이러한 작업은 경험적 직관이나 순수 직관의 조건에 따라 나의 대상을 규정하지 않는 한 불가능한 것이다. 전자에 의해서는 (실제로 삼각형의 각을 측정함으로써) 경험적 명제를 얻게 되는 바, 그러한 종류의 명제들은 필연성은 고사하고 보편성조차 없기 때문에 여기서 논의되지 않을 것이다. 두 번째 방식이 바로 수학적인, 그러니까 여기서는 기하학적 구성의 방식인데, 그러한 방식에 의거해서 나는 삼각형 일반의 도식에 속하는, 따라서 삼각형의 개념에 속하는 다양을 경험적 직관에서처럼 순수 직관에서 종합하는 것이다. 그리고 이렇게 함으로써 일반적인 종합 명제들을 구성해야 하는 것이다(A 718/B 746).

<그림 1>에서와 같은 삼각형은 종이 위에 그린 도형과 다를 바 없다. 그것은 경험적인 대상이다. 그러한 도형에서 각을 측정하는 방법으로는 종합적인 인식은 얻을 수 있으나 모든 삼각형에 관한 일반적인 명제는 커녕 선천적인 명제조차 얻을 수 없다. 그러나 기하학자들은 그러한 도형을 통해 선천적인 기하학의 명제를 확립한다. 그것이 어떻게 가능한가?

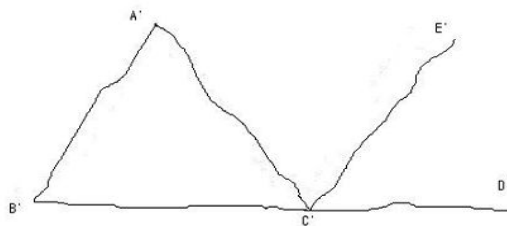


그림 2

<그림 1>에서와 같은 삼각형은 우선 엄밀하게 말해 기하학자들의 명제에서 등장하는 ‘삼각형’이라는 개념에 포섭되는 대상이 아니다. 그러나 삼각형에 관한 명제를 증명하기 위해 반드시 엄밀한 삼각형을 제시해야 할 필요가 있는 것도 아니다. <그림 2>에서와 같은 손으로 대충 그린 도형에 의해 삼각형의 개념을 구성한다고 해도 도형 $A'B'C'$ 를 통해 (1)-(6)과 맞먹는 증명을 수행함으로써 삼각형의 내각의 합에 관한 명제를 확립할 수 있다. 이 도형을 b 라고 할 때, Tb 도 아니며 Pb 는 더욱이 아니지만 여전히 $Tx \rightarrow Px$ 임을 이끌어내는 데는 이용될 수 있다. 그러한 의미에서 삼각형의 개념을 구성하는 직관의 역할을 한다고 생각할 수

있다. 그러나 어떻게 해서 삼각형의 개념에 포섭되지 않는 도형이 삼각형의 개념에 대응되는 순수 직관의 역할을 할 수 있는가?

칸트는 수학에서 사용되는 모든 원리들과 대상들이 현상 즉 경험적 대상에서 그 의미를 보일 수 없으면 의미를 상실할 우려가 있으며 그렇기 때문에 추상적 개념도 그 개념에 대응하는 대상을 직관에서 보임으로써 감성적인 것이 되도록 할 필요가 있다는 것을 강조하면서 수학은 도형을 구성함으로써 이러한 요구를 충족시킨다고 말하고 있다(A 240/B 299). 그러나 위에서 지적한 것처럼 ‘감능에 현전된 현상’으로서 도형은 개념에 속하는 대상이라고 말할 수 없다. 그리고 도형을 구성할 수 없는 개념도 있다. 잘 알려진 것처럼 에버하트는 1000각형의 예를 들어 수학을 감성적 직관에 의존시키는 칸트의 입장을 반박하고 있다. 그는 인간이 현재 주어진 조건 하에서는 감능과 구상력으로는 예를 들어 999각형과 구분될 수 있는 도형으로서 1000각형을 구성할 수 없음을 강조하면서 그럼에도 불구하고 어떤 도형이 1000각형임을 아는 순간 오성을 통해 그 도형에 다른 술어를 귀속시킬 수 있다는 점을 지적하고 있다.²⁰⁾ 우리는 1000각형에 대해 어떤 술어를 귀속시키는 판단을 내릴 수 있을뿐더러 임의의 자연수 n 에 대해 예를 들어 “ n 각형의 내각의 합은 $(n-2)$ 직각이다”와 같은 판단을 내릴 수도 있다. 그러나 “ n 각형”이란 개념에 대응하는 대상을 구성할 수는 없다.

에버하트는 1000각형과 같은 구성이 불가능한 대상에 대한 수학적 판단이 가능하다는 것을 설명하기 위해 그러한 대상이 비감성적 대상이며 따라서 그에 대응하는 직관이 존재하지 않지만 그에 관한 수학적 인식을 이성을 통해 얻을 수 있다는 주장을 전개한다. 이러한 입장은 플라톤적인 것으로서 칸트가 처한 곤경을 수학적 대상을 감성적인 대상과는 별도의 대상으로 인정함으로써 극복하려는 시도에 해당한다. 종이 위에 그려진 삼각형은 감성적인 대상으로서 엄밀한 의미에서 기하학의 명제에 등장하는 ‘삼각형’과는 구별되어야 한다. 전자는 현상계에 존재하는 시공간적인 것이라면 기하학적인 삼각형은 초감성적인 대상이다. 이 두 종류의 대상은 그 대상을 규정하는 수식어가 암시하는 것처럼 우리가 그것들을 인식하는 방법에 있어 차이가 있다. 현상계에 존재하는 대상들을 우리가 인식하기 위해서는 반드시 그것들에 관한 감성적 직관에 의존해야 하지만 기하학적 대상과 같은 수학적 대상들은 어떤 직관도 통하지 않고 곧장 오성에 의한 인식이 가능하다.²¹⁾

수학적 대상과 수학적 인식의 본성에 관한 이러한 플라톤적인 견해의 핵심적인 요소는 (a) 감성적인 대상과는 별도로 초감성적인 대상으로서 수학적 대상이 존재하며, (b) 전자를 인식

20) Allison [1973], 126쪽.

21) 플라톤도 감각적인 대상과 초 감각적인 대상간의 차이를 흔히 인식론적으로 설명하고 있다. 『파에돈』 79a에서의 다음과 같은 언급이 그 전형적이 예이다. “이 구체적인 대상들(concrete objects)은 만질 수도 있고 볼 수도 있으며 그 밖의 다른 감각을 통해 지각할 수도 있을 것이지만, 반면에 한결같은 것들(constant entities)은 사고(思考, dianoia)를 통한 논구(論究, logismos) 이외에 다른 어떤 것에 의해서도 포착할 수 없고, 따라서 이것들은 우리의 눈으로는 볼 수 없는 것들이겠지?” ... “그렇다면 우리는 존재하는 것들(ta onta)에는 두 종류의 대상, 즉 볼 수 있는 것(horaton)과 볼 수 없는 것(aides)이 있다고 가정해야겠지?”

괴델의 다음과 같은 언급도 우리가 감각적 대상을 지각할 수 있는 능력 이외에도 초감성적인 수학적 대상을 인식할 수 있는, 감각 지각과 비교되는 능력을 지니고 있는 것으로 생각하고 있음을 보여주고 있다. “그러나 감각-경험과는 거리가 있기는 하지만 집합론의 대상들을 알 수 있는 지각 같은 것이 있다는 사실이다. 그것은 공리들이 우리에게 참인 것으로 받아들이도록 강제하는 힘이 있다는 사실로부터도 알 수 있다. 이러한 종류의 지각, 즉 수학적 직관을 감각 지각보다 덜 신뢰해야 할 하등의 이류를 나는 찾을 수 없다.”(Gödel [1964]) 여기서 괴델이 말하는 ‘수학적 직관’이란 감각(perception)에 맞먹는 것으로서 칸트가 말하는 ‘직관’과는 다르다.

하는 데는 감성이 동원되어야 하나 후자의 경우에는 곧장 오성을 통해 그것을 인식할 수 있다는 것이다. 그러므로 예를 들어 기하학적 대상에 관한 인식을 위해 반드시 감성의 형식으로서 직관에 호소해야 할 필요가 없다. 그러나 경우에 따라서는 예를 들어 삼각형에 관한 지식을 얻기 위해 종이 위에 감성적인 대상으로서 종이 위에 삼각형을 구성하는 것이 보탬이 될 수도 있는데 이 경우에도 그러한 대상에 관한 인식과 기하학적 대상에 관한 인식 간에는 아무런 논리적 관련도 없다. 그러나 종이 위에 그려진 삼각형을 봄으로써 기하학적 대상으로서의 삼각형에 관한 성질을 이해하는 데 도움을 줄 따름인 것이다.²²⁾

그러나 칸트로서는 이러한 길을 걸을 수가 없다. 우선 그에 대응하는 대상을 보일 수 없는 개념은 의미를 상실한 무의미한 개념이라는 칸트의 발언(A 240/B 299)에 비추어 볼 때, 수학적 인식의 대상이 “아무리 선천적으로 제시된 것이기는 해도 감능에 현전된 현상”인 감성적 대상과 다른 별도의 특별한 종류의 대상이라고 생각할 수 없다. 만일 그러한 대상이 존재한다면 직관을 거치지 않는 오성을 통한 인식이 가능할지 모른다. 그러나 칸트에 있어 인간 지성의 특징은 감성과 개념을 통한 사유가 결합되어야 한다는 것이다. 그러므로 에버하트가 주장한 것과 같은 종류의 인식은 칸트에 있어서는 적어도 인간에게는 불가능하다.

에버하트의 공격으로 칸트가 처하게 된 문제 상황을 이렇게 표현할 수 있을 것이다. 적어도 공리와 같은 기하학의 기본적인 원리에 관한 한, 그것들은 다른 기하학의 진리로부터 연역에 의해서도 인식되는 것이 아니며 또한 개념을 분석해서도 인식되는 것이 아니다. 그러한 인식은 직관을 통해야 하는데 그것도 경험적인 직관이 아닌 순수한 직관에 의존하기 때문에 선천적이다. 그러나 모든 직관은 대상을 가진다. 그러나 어떤 수학적 인식의 대상도 감능에 현전된 것으로서 감성적이다. 그러므로 그것에 대한 직관은 일차적으로 경험적인 것이고 따라서 그와 같은 직관에 의존하는 인식은 선천적인 인식이 될 수 없다. 즉 기하학적인 인식에 있어 칸트의 인식론과 존재론이 충돌한다는 것이다. 한마디로 기하학적인 지식이 통상적인 경험적 대상에 관한 것이면서도 어떻게 선천적일 수 있는가? 이러한 비판에 대해 칸트는 다음과 같이 응수하고 있다.

하나의 개념에는 규칙이 동반된다. 어떤 개념을 안다는 것은 곧 그 개념 하에 포섭되는 모든 대상들의 패러다임이 되는 도형을 산출할 수 있는 규칙을 안다는 것을 의미한다. 그러한 규칙이 바로 개념의 도식이다. 그러므로 기하학적인 개념을 구성할 때 우리는 그러한 규칙에 따라 도형을 그려내게 된다. 그러므로 중요한 것은 종이 위에 실제로 그림을 그리는 것이 아니라 구성의 규칙을 아는 것이다.²³⁾ 그러한 규칙만 안다면 그는 1000각형이라도 구상력을 통해 순수 직관 안에서 그 기하학적 개념에 대응하는 대상을 선천적으로 제시할 수 있다(A 713/B 741). 또한 경험적 직관 안에서 실제로 그리더라도, 다시 말해 경험적으로 제시하더라도 그 규칙에 따르는 한, “그 개념을 구성하는 행위에만 주목할 뿐, 그와는 무관계한 많은 규정들, 예컨대 변이나 각의 크기와 같은 것은 ‘삼각형’이라는 개념에 하등 변화를 주지 않는 것으로 사상해”(A 714/B 742)버릴 수 있는 것이다. 그럼으로써 예를 들어 그 특정한 삼각형을 통해 삼각형 일반에 관한 판단을 확립할 수 있는 것이다. 결국 직관 안에서

22) 플라톤은 종이위에 구성된 삼각형이 초감성적인 대상으로서 삼각형에 관한 인식에 도움을 주는 방식으로서 ‘상기’(recollection)를 말하고 있다.

23) Allison [1973], 127쪽. 플라톤도 『크라틸로스』편에서 망가진 북(shuttle)을 다시 만드는 목수의 예를 들면서 목수는 새로운 북을 만드는 과정에서 망가진 북을 보는 것이 아니라 북의 형상을 본다고 말하고 있다(『크라틸로스』, 389b). 북의 형상에는 즉 북을 만드는 혹은 칸트에 의하면 북을 구성하는 규칙이 포함되어 있는 셈이다.

수학적 개념을 구성하는 데 중요한 것은 그 개념에 의해 정해진 규칙에 따라 구체적인 도형을 그릴 수 있는가 하는 가능성이지 실제로 그러한 도형이 그려졌는가 하는 것이 아니다. 종이 위에 도형을 구성하는 작업은 경험에 호소하지 않고서도 수행할 수가 있다. 그렇게 구성된 도형을 지각함으로써 경험적 직관을 얻게 되는데, 그러한 경험적 직관은 부분적으로 우리가 선천적으로 지니고 있는 감성적 직관의 형식의 규제를 받게 되며 따라서 그러한 경험적 직관은 그러한 형식이 지니는 성질을 보여줄 수밖에 없다. 그와 같은 성질은 경험적 직관에서 감각에 속하는 것을 분리해냄으로써 얻어지는 순수 직관을 통해 알 수 있게 되는 것이다. 감각이 분리된 것으로서 순수 직관은 경험과는 무관계한 것이며 감성이 선천적으로 제공하는 것이다(A 22/B 36). 그러므로 이러한 순수 직관을 통해 얻어지는 것으로서 기하학의 지식은 선천적이면서도 경험적 대상들의 공간적 관계에 정확하게 성립한다.

기하학은 공간적인 관계들에 관한 학문이며 또한 공간의 개념은 그 자체 안에 모든 감성적 직관의 형식을 포함하고 있기 때문에 외감에 의해 지각된 사물 안에서 그러한 직관의 매개에 의한 것이 아니고서는 어느 것도 명석하고 판명할 수 없다. 그리고 그러한 직관을 고찰하는 것이 기하학이란 학문의 사명이다.²⁴⁾

그러나 이러한 설명이 유클리드의 기하학이 우리가 경험하는 공간에 대해 성립한다는 설명이 되지 않는 것 같다. 칸트의 설명에 의하면 예를 들어 $(\forall x)(Tx \rightarrow Px)$ 와 같은 삼각형에 관한 일반적인 명제를 증명하기 위해 반드시 실제로 삼각형을 그릴 필요가 없으며 정확하게 삼각형을 그릴 필요는 더더욱 없다. 사실 $(\forall x)(Tx \rightarrow Px)$ 를 증명하기 위해서는 우선 임의의 대상 a 에 대해 $Ta \rightarrow Pa$ 를 증명해야 하며 또한 후자를 증명하기 위해서는 Ta 라는 가정으로부터 Pa 를 결론으로 이끌어내는 것으로 족하다. 그런데 Ta 라고 가정한다는 것과 Ta 가 참이라고 말하는 것은 다르다. 우리는 개별적인 삼각형의 개념을 구성하기 위해 실제로 개별적인 도형 a 를 그림에 있어 반드시 실제로 T 인 것을, 즉 엄밀하게 삼각형인 도형을 그릴 필요가 없다. 실제로 그린 도형이 삼각형이라고 가정할 수 있으면 충분하다. 삼각형이라고 가정할 수 있다는 것은 예를 들어 직선의 속성을 부여할 수 세 가지 요소와 그것들이 잇달아 연결된 형태이면 충분하다. 즉, 예를 들어 <그림 2>에서 도형 A'B'C'에 대해 선 A'B', B'C', C'A'에 모두 직선이라는 속성을 부여한다는 것이 A'B'C'를 삼각형이라고 가정하는 것에 해당한다. 이러한 작업을 “선천적인 개념에 따라 그 스스로 대상에 투입하고 제시하는”(B xiii) 과정이라고 말할 수 있을 것이다. 그리고 이러한 가정으로부터 결론을 이끌어내는 작업은 “그 자신이 이미 사물에 투입한 것으로부터 필연적으로 귀결되는 것”만을 대상에 귀속시키는 과정이라고 말할 수 있다.²⁵⁾ 자신이 사물에 투입한 것으로부터 필연적으로 귀결되는 것만을 대상에 귀속시키기 위해서는 경험에 전혀 의지할 필요가 없으며 따라서 그렇게 해서 확립되는 결론은 선천적이어야 한다.

이것은 플라톤과 마찬가지로 감성적 대상을 한낱 기하학적 인식을 위한 보조적 수단으로 전

24) Kant [1770], 396쪽.

25) 힌티카도 “우리가 문제되는 대상들을 스스로 만들어 내거나 혹은 필요한 속성이나 관계를 우리 자신이 그 대상들에 투입하는 것”(Hintikka [1967], 37쪽)을 수학적 판단의 선천성의 원천으로 보고 있다. 그러나 그는 이처럼 모든 개별적 대상에 필요한 속성이나 관계를 투입하는 것이 감성적 지각을 통해 개별적 대상들을 인식하게 되는 단계에서 이루어진다고 말하고 있다. 칸트에 있어 기하학에서 가정하고 있는 공간적 관계가 우리의 외감의 구조에서 비롯된다고 말할 수 있는 이유도 여기에 있다.

락시키는 길이다. 왜냐하면 도형 A'B'C'는 플라톤에 있어서 삼각형의 이데아에 귀속시킬 수 있는 술어를 찾아내는 데 이용된 것과 마찬가지로 $Tb \rightarrow Pb$ 를 이끌어내기 위한 보조 수단으로만 이용되었을 뿐 여전히 엄밀한 의미의 삼각형이 아니며 그것에 대해서는 술어 P 도 귀속시킬 수 없기 때문이다. A'B'C'를 이용하여 $Tb \rightarrow Pb$ 를 이끌어낼 수 있다면 그와 유사한 과정을 밟아 “ x 의 내각의 합은 2직각보다 크다”는 술어 Rx 에 대해 $Tb \rightarrow Rb$ 를 이끌어낼 수 있을 것이다. 다시 말해 칸트가 설명한 기하학적 도형의 구성의 역할이 반드시 유클리드 기하학의 명제만이 연역될 수 있도록 하는 것이 아니다. b 는 그 자체 유클리드적인 삼각형도 비유클리드적인 삼각형도 아니며 그러므로 Tb 는 어떤 입장에 서건 거짓이다. 그러나 Tb 라고 가정함으로써 b 에 유클리드적인 삼각형의 속성을 투입하면 그로부터 Pb 를 연역할 수 있을 것이며 적당한 비유클리드적인 속성을 투입하면 Rb 를 유도할 수 있을 것이다. 기하학적 인식을 얻기 위한 구성의 방법은 유클리드 기하학과 비유클리드 기하학에 대해 중립적이며 따라서 개념의 구성을 통해 얻어진 기하학이 유클리드적이며 또한 경험적 세계에 타당하다는 칸트의 주장은 지지되기 어렵다.

3

수학 이론이 공리적으로 체계화할 수 있다고 할 때 수학적 인식에 있어 직관에 호소가 불가피할 수밖에 없던 요소로 의심할 수 있는 부분은 공리 내지는 기본적 수학의 원리들이다. 다른 한 가지 요소는 공리로부터 수학의 명제를 이끌어내는 추론의 과정이다. 러셀과 프리드만 그리고 힌티카 등은 칸트의 경우 무엇보다도 기하학의 영역에서 기하학의 공리로부터 정리를 이끌어내는 과정에서 직관에 의존하지 않을 수 없었다고 보고 있다. 그들에 의하면 칸트의 논리학은 아리스토텔레스의 일계 술어 논리에 불과했으며 그러한 논리적 추론 이외에 직관에 호소하지 않는 한 기하학의 진술을 추론해낼 수가 없었다는 것이다. 보편 양화 혹은 존재 예화의 논증에의 의존을 칸트의 수학적 방법의 모델인 유클리드의 방법의 핵심적인 요소로 보는 힌티카는 그러한 방법을 사용하기 위해 단일한 것으로서 직관에 호소하는 것이 칸트에 있어 불가피했다고 주장하고 있다. 그러나 다른 철학자들은 공리 혹은 기본적 수학의 원리에 주목한다. 기하학에서는 각기 논리적으로 모순되지 않는 그러나 상호 논리적으로 충돌하는 서로 다른 공리들이 존재한다. 각 공리들은 그 자체만으로는 논리적으로 모순되지 않으므로 그것을 부정하더라도 모순에 빠지지 않는다. 그러므로 개념의 분석을 통해서 그 가운데 어느 것이 참인지를 결정할 수 없으며 그와 같은 결정을 위해서는 개념의 구성을 통해 직관에 호소하는 것이 불가피하다.

그러나 개념의 구성을 통해 제시된 직관이 증명 과정에서 어떻게 이용되는지에 대한 칸트의 설명에 비추어 볼 때 직관에 호소하더라도 상호 충돌하는 공리 가운데 어떤 것을 결정해 줄 수 있을지 이해하기 어렵다. 칸트는 통상적인 경험적 대상 말고 별도의 대상이 존재하지 않음을 누누이 강조하고 있으나 그러나 통상적인 경험적 대상은 수학적 개념에 포섭되는 대상이라고 말할 수 없다. 그렇다면 개념을 구성을 통해 제시되는 직관의 대상이 되는 것은 어떤 것인가? 그것들은 실제로 존재하는가? 다음과 같은 칸트의 말은 별도의 수학적 대상이 존재하지 않음을 시사하는 것처럼 보인다.

그러나 수학에서는 이러한 것은 물론이고 존재 그 자체에 관한 것도 문제가 되지 않는다. 수학에서 문제가 되는 것은 그 개념과 결부되고 있는 한에서 대상의 성질 그 자체인 것이다(A 719/B

수학적 존재를 둘러싼 문제 상황은 수에 관한 수학, 즉 산수학이나 대수학에서 보다 복잡한 양상을 띠게 된다. 우선 칸트는 논리를 적용할 수 있는 범위가 감성의 형식의 제한을 받지 않으며 따라서 직관의 형식에 비추어 배제됨에도 불구하고 논리적으로 가능한 것이 있을 수 있다고 생각한다. 예를 들어 두 개의 직선으로 둘러싸인 도형이나 비유클리드 기하학이 그러하다. 그러한 것들은 논리적으로는 생각할 수 있으나 적어도 인간이 실제로 지니고 있는 감성의 형식에 비추어 직관하는 것이 불가능하다. 그러므로 기하학에서는 직관에 의존하는 것으로서 수학적으로 가능한 것과 논리적으로 가능한 것이 구분된다. 그러나 그러한 구분에 수에 관한 수학에서는 할 수 있을 것 같지 않다. 예를 들어 $5+7$ 이 12가 아닌 상황을 논리적으로도 생각할 수 없는 것 같다. 따라서 기하학에서 유클리드의 공리 체계와는 충돌하는 비유클리드적인 공리 체계가 제안된 것과는 달리 산수학에서는 페아노(G. Peano)의 체계 이외에 그것과 충돌하는 공리 체계가 제안된 바가 없다. 라이프니츠(G. W. Leibniz)에서 러셀, 프레게에 이르기까지 수리 철학자들이 적어도 산수학은 순전히 논리적으로 연역가능하다는 입장을 취한 것에는 이러한 사정이 있었다.²⁶⁾

마틴(G. Martin)은 칸트를 추종했던 친구와 학생들의 저술들이 당시의 다른 교과서들과는 달리 한결같이 공리적인 수학의 체계를 사용하고 있었다고 증언하고 있다. 그리고 그러한 역사적 사실에 근거하여 칸트가 산수학이나 기하학이 모두 공리적인 성격을 지닌다는 것을 인식한 최초의 인물이었다고 단정하고 있다.²⁷⁾ 그러나 이러한 마틴의 주장은 산수학의 명제들이 기하학의 명제와는 달리 일반적이지 않다는 이유에서 공리를 갖지 않는다는 취지의 『순수 이성 비판』에서의 칸트의 발언(A 164/B 204)과는 어긋난다. 그러나 산수학이 공리화가 가능하건 않건 간에 그 지식이 개념의 구성을 통해서 이루어진다는 점에서는 기하학과 마찬가지로 생각했음은 분명하다. 그러나 구성의 종류는 다르다고 생각했다.

그러나 수학에서는 기하학의 경우에서처럼 양(quantum)만을 구성하는 것이 아니라 대수학에서처럼 수량(quantitatem)을 구성하기도 한다. 이 경우에 수학은 양의 개념에 의거하여 사고해야 하는 대상의 성질을 몽땅 사상하게 되는 것이다. 대수학에서는 덧셈이나 뺄셈, 그리고 근(根)의 풀이 따위는 물론이거니와 양 일반(수들)의 모든 구성을 나타내기 위해 어떤 기호를 채택하게 되는 것이다. 양들의 일반적인 개념을 그들의 서로 다른 관계에 따라 표기한 다음에는, 양이 생성되고 바뀌게 되는 모든 절차들을 어떤 보편적인 규칙에 따라 직관 안에서 제시하게 된다. 예를 들어, 하나의 양을 다른 양에 의해 나눌 경우에는, 그것들을 나타내는 기호들을 나누기에 해당하는 표기의 형태로 서로 결합시켜 놓게 되는데, 그렇게 함으로써 기하학에서 (대상 자체를) 직시적인(ostensiv) 혹은 기하학적인 구성을 통해 도달한 결과를 대수학은 기호적(symbolischen) 구성을 통해 얻게 되는 것이다. 이러한 결과는 단순히 개념에 의거한 분별적 인식(diskursive Erkenntnis)에 의해서는 전혀 얻을 수 없는 것이다(A 717/B 745).

위의 인용문에서 칸트는 기하학에서의 구성을 직시적인 것으로 그리고 대수학에서의 구성을 기호적인 것으로 구분하고 있다.²⁸⁾ 우리가 두 수의 합이 얼마인가를 알기 위해서는 우선 그

26) 라이프니츠와 볼프(Wolff), 그리고 러셀은 산수학만이 아니라 기하학도 순전히 논리적으로 연역이 가능하다고 생각했지만 프레게는 산수학은 논리적으로 연역이 가능하지만 기하학은 공리에 의존해야 하며 공리는 직관을 통해 확립된다고 보았다.

27) Martin [1985], 5-6쪽.

28) 칸트는 뒤에 가서 ‘기호적 구성’이라는 말 대신에 ‘문자적 구성’(characteristic construction)이라

두 수를 나타내는 기호를 쓰고 그 사이에 더하기를 나타내는 기호를 쓰게 된다. 이렇게 함으로써 더하기 계산을 할 수 있는 기초를 마련하게 되는데 이 경우 우리는 그 수 개념에 속하는 어떤 단일한 대상을 제시하는 것이 아니라 그 대상을 가리키는 것으로서 숫자(numeral)와 해당되는 연산을 가리키는 부호를 제시하게 되는 것이다. 그러한 숫자와 부호는 모두 그것이 아닌 다른 어떤 것을 가리키는 기호의 역할을 한다. 그러한 의미에서 기호적 구성이다. 힌티카는 숫자가 개별적인 것을 표상한다는 점에서 직관적인 것으로 본다. 그에 있어 대수학이나 산수학이나 기하학을 막론하고 직관의 역할은 개별적인 것을 표상하는데 있다. 만일 기호로서 숫자가 개별적인 것을 가리킨다면 그것은 단칭 명사(singular term)와 같은 것이며 따라서 그것이 지시하는 것으로서 자연수는 개별적인 대상으로서 존재한다고 생각하는 것이 자연스럽다. 힌티카가 보기에 칸트가 대수학에서도 ‘직관’이라는 용어를 사용한 목적은 대수학이 좌인의 의미에서 명목론적이라는 것을, 다시 말해 양화사의 변항의 값으로 받아들일 수 있는 것은 개별자뿐이라는 것을 천명하기 위한 것이다.²⁹⁾ 하우얼(Robert Howell)도 직관의 특징을 단일적인 표상, 우리에게 주어진 것, 직접적인 것, 본성에 있어 감성적인 것 등 네 가지로 분류하면서 “직관은 따라서 직접적인 단일한 표상으로서 심적인 지시사(demonstrative)이자 고유 명사(proper names)라고 힌티카의 입장에 가까운 발언을 하고 있다.³⁰⁾ 만일 힌티카와 하우얼이 말하는 것처럼 개념의 구성을 통해 제시되는 직관이 어떤 대상들의 집합에 속하는 개별적인 원소들을 포괄적으로 지시하기 위한 자유 변항과 같은 역할을 하는 것으로 본다면 직관의 대상은 실제로 존재하는 대상이라고 생각해야 한다. 칸트가 수학적 대상에 대해 이처럼 실재론적 입장을 지니고 있었다는 견해는 다음과 같은 칸트의 발언에 의해 더욱 설득력을 얻을 수 있다.

하나의 학문이 그 영역에 속하는 모든 문제에 관하여 비록 지금까지는 명석하고도 분명한 해답이 발견되지 않았다고 하더라도 그러한 해답을 요구하고 기대한다는 것은 처음 생각하기보다는 그렇게 이상한 일이 아니다. ... 하나의 원의 직경과 원주와의 비가 유리수이건 무리수이건 정확하게 얼마나 되는지 그 조건을 우리가 필연적으로 알지 못하고 있다는 이유로 그것이 불확실하다는 주장이 일찍이 제기된 적이 있었던가?(A 480/B 508)

브리튼(Gordon G. Brittan)은 위의 구절에서 칸트가 어떤 수학적 대상과 그 대상에 대해 적용할 수 있는 임의의 술어 P 에 대해 P 나 $\sim P$ 가운데 하나가 성립함을 알 수 있다고 주장한 것으로 해석하고 있다.³¹⁾ 다시 말해 수학적 명제들은 결정가능하며 수학적 대상들은 완전하게 규정하는 것이 가능하다. 그렇다면 칸트에 있어 별도의 수학적 대상의 영역을 인정해야 할 것이다. 브리튼은 그러한 결정 가능 명제(decidability thesis)와 개념이 수학적 대

는 표현을 사용하고 있다. “대수학자들은 방정식으로부터 환원(reduction)에 의해 증명과 더불어 진리를 산출하지만 그들의 방법도 실은 기하학적인 구성은 아니지만 일종의 기호적 구성(charakteristische Konstruktion)인 것이다.”(A 734/B 762)

29) Hintikka [1967], 27쪽. 힌티카는 직관과 감성간의 연관성은 인간이 지닌 우연한 조건에서 비롯된다고 본다. 인간은 개별적인 것을 오직 감성적으로 촉발됨으로서만 표상할 수 있는데 그것은 인간의 지성이 지니는 고유한 한계라고 생각해야 한다. 만일 인간이 만일 지성적인 직관이 있었다면 그러한 한계를 넘을 수 있었을 것이다.

30) Howell [1973], 209-210쪽.

31) Brittan [1992], 319쪽. 그러나 잘 알려진 것처럼 괴델(K. Gödel)에 의하면 산수학의 명제들은 결정가능하지 않다. 즉 모순이 없는 공리 체계에서는 P 인지도 증명할 수 없고 $\sim P$ 인지도 증명할 수 없는 대상이 항상 존재한다.

상을 완전하게 규정해주지 못한다는 개념의 미결정 명제(conceptual under-determination thesis) 그리고 개념이나 직관이 대상을 결정한다는 구조 명제(framework thesis)로부터 수학적 대상을 규정하는 데 직관이 요구된다는 결론을 이끌어낸다. 수학적 대상은 직관 안에서 시공간적인 것으로 구체적으로 주어진다. 그러므로 수학적 대상을 시공간적인 어떤 것으로 직관적으로 인식하는 것이 가능하다. 그러한 인식은 수학적 대상을 시공간적인 어떤 것으로 규정하는 것이며 그러한 규정은 완전하게 이루어질 수 있기 때문에 수학적 명제들은 결정 가능하다. 그러나 개념적 규정은 직관의 다양을 관련된 개념들 밑에서 종합해야 가능한데 그러한 개념적 혹은 지성적 종합은 직관의 다양이 주어지는 시간과 공간의 형식에 의해 제한되지 않을 수 없다. 그러므로 개념적 규정을 완전하게 달성할 수는 없다.³²⁾

힌티거나 하우얼 그리고 브리턴에 있어 직관에 주어지는 것으로서 수학적 대상은 통상적인 경험적 것이다. 그러나 칸트는 직관의 대상을 통상적인 것으로 볼 때 야기되는 문제를 잘 알고 있었다. 칸트는 *Prolegomena*에서 직관에 주어짐으로써 마음에 “현전”하는 대상에 관한 선천적 직관의 가능성이 제기하는 문제에 관해 다음과 같이 말하고 있다.

“도대체 어떤 것을 선천적으로 직관하는 일이 가능한가?” 직관이란 사물의 현전에 직접적으로 의존하는 그러한 종류의 표상이다. 따라서 선천적으로 직관한다는 것은 애초부터 불가능해 보인다. 왜냐하면 선천적으로 직관할 경우의 직관은 가리킬 대상이 과거에나 지금 현전하지 않아도 일어나야 할 것인데 그렇다면 그것은 직관일 수 없겠기 때문이다.³³⁾

위의 구절에서 칸트가 느끼고 있는 것은 앞의 절에서 설명한 수학적 인식의 선천성과 수학적 대상의 실재성 사이에서의 곤경이다. 칸트에 있어 수학적 명제가 참이라는 것은 물리적 세계에 적용이 가능하다는 의미이다. 따라서 참인 수학적 명제들은 통상적인 경험적 대상들에 대해 성립해야 하며 그러한 의미에서 그 수학적 대상은 일상적인 물리적 대상들이다. 그러나 또한 수학적 지식은 선천적 직관에 의존한다. 그러나 선천적인 직관은 대상이 주어지기 이전에도 가능한 인식이며 그러므로 실제로 존재하는 통상적인 사물이 그 대상일 수 없으며 그러한 사물들을 수학적 대상으로 간주하는 한 수학적 지식이 지니는 선천성을 설명할 수 없다.

만일 수학적 지식의 선천성과 수학적 대상의 실재성 사이에서 전자의 선택지를 선택한다면 우리가 취할 수 있는 하나의 길은 현실적으로 존재하는 것으로서 수학적 대상을 제거하는 방안이다. 톰슨(Manley Thomson)은 직관의 대상이 실제로 존재하는 사물을 표상한다는 것을 거부하는 쪽을 선택하고 있다. 만일 직관이 현존하는 대상을 표상하는 것이라면 직관을 이름과 같은 단칭 용어처럼 생각할 수 있을 것이다. 그러나 “이름은 적용되고 반복 적용되고 또한 잘못 적용될 수도 있는 것이며 이것은 개념도 마찬가지이지만 직관은 그렇지 않다.”³⁴⁾ 그러므로 직관이 표상하는 것을 이름이나 그 밖의 단칭 용어로 가리킬 수 없다. “칸트의 철학은 사실상 기술적으로 단칭 용어가 없는 철학이다.”³⁵⁾ 칸트에 있어 수학적 대상이 된다는 것은 직관에 주어진다는 뜻이다. 어떤 것이 수학적 대상이라는 것은 그것이 직관에

32) 만일 인간이 지성적 직관(intellektuelle Anschauung)이 있다면 그러한 완전한 개념적 규정도 달성할 수 있을 것이다. 그러나 칸트에 있어 직관과 오성의 기능은 완전히 분리되어 있으며 따라서 지성적 직관은 인간에게는 불가능하다.

33) Kant [1950], §8.

34) Thompson [1972], 91쪽.

35) Thompson [1972], 101쪽.

서 구성이 가능하다는 의미일 수는 있어도 실제로 존재한다는 의미일 수는 없다. “숫자는 수를 기호적으로 구성한 것이지만 실제로 존재하는 대상의 이름은 아닌 것이다.”³⁶⁾ 직관이 양화사의 변항의 값에 해당하는 대상을 표상한다고 보는 힌티카와 같은 입장은 구성가능성과 존재를 혼동하는 경향을 낳을 수 있다.

파슨즈도 기하학에서의 직시적인 구성이건 대수학에서의 기호적 구성이건 간에 구성에 의해 증명되는 것은 구성 가능성이지 현실적으로 그리고 구체적 존재하는 대상에 관한 것이 아니라는 데 톰슨과 견해를 같이 하고 있다. 파슨스에 있어 직관의 기준은 개별적이라는 것과 더불어 직접적이라는 것이다. 직관이 직접적이라는 것은 지각과 마찬가지로 그 대상이 곧장 마음에 현전(present)한다는 것을 의미한다. 만일 직관이 대상의 현전에 직접적으로 의존하는 표상이라면 직관이 발생할 때, 그것이 가리키는 대상이 현전해야 할 것이다. 그러나 파슨즈는 마음에 현전한다는 것이 곧 실제로 존재한다는 뜻은 아니라고 주장한다.

나는 “현전”이라는 낱말을 현상학적 의미로 의도했다는 것을 지적해야겠다. 지각에서는 물론이지만 구상력 안에서도 대상은 관련된 의미로 “현전”한다. 따라서 직관이라고 해도 반드시 직관된 대상이 실제로 존재하는 것이 아니다.³⁷⁾

파슨즈가 보기에 칸트는 수학적 대상에 대해 일체 존재를 인정하기를 거부한다.³⁸⁾ 수학적 논증에 의해 확립되는 것은 이러한 대상들이 실제로 존재한다는 것이 아니다. “칸트에 있어 수학적 존재의 역할을 하는 것은 구성가능성(constructibility)이다. 칸트를 가장 설득력 있게 재구성하는 것은 하나의 개념의 구성가능성을 그 개념에 포섭되는 (비추상적) 대상의 일종의 가능성 존재로 간주하는 것이다.”³⁹⁾ 수학적 명제에 대한 이러한 해석에 의하면 어떤 조건을 만족하는 수학적 대상이 존재한다는 진술은 대충 순전히 구조적인 조건을 만족하는 어떤 대상이 존재할 수 있다는 의미가 된다.⁴⁰⁾ 그러나 수학적 대상에 관한 톰슨과 파슨즈와 같은 해석이 온전한 성공을 거두기 위해서는 그들의 해석에 의할 때 수학적 명제가 어떻게 해서 경험적 직관의 대상에 대해서도 필연적으로 성립하는지에 대한 설명이 뒤따라야 할 것이다.

기하학의 지식에 관한 칸트의 설명에서 우리는 기하학적 지식의 선천성을 입증해야 하는 그의 인식론의 요구와 기하학적 대상이 초경험적일 수 없다는 그의 대상론이 요구하는 것 사이에 칸트가 딜레마 상황에 놓이게 됨을 보았다. 또한 대수학에서도 직관의 직접성에 비추어 볼 때, 직시적으로 구성된 것이건 기호적으로 구성된 것이건 직관에서 구성된 대상은 구체적인 경험적 대상이 될 수 없는 것으로 보인다. 이러한 측면에서 볼 때, 수학적 지식을 직관에서의 구성에 토대를 두려 했던 칸트의 새로운 시도도 수학과 같은 선천적인 지식이 어떻게 경험적 대상에도 적용되는가 하는 문제를 해결하고자 하는 수리 철학자들의 오랜 숙원을 해결하는 데는 미흡하다고 해야 할 것이다.

36) Thompson [1972], 같은 쪽.

37) Parsons [1983b], 71쪽.

38) Parsons [1983b], 73쪽.

39) Parsons [1983b], 74쪽.

40) Parsons [1980], 150쪽.

참고문헌

- Allison, H. [1973], *The Kant-Eberhard Controversy*, Johns Hopkins University Press, Baltimore.
- Barker, S. [1992], "Kant's View of Geometry: a Partial Defence", Posy (ed.) [1992], 221-43쪽에 수록.
- Brittan, G. G. [1992], "Algebra and Intuition", Posy (ed.) [1992], 315-339쪽에 수록.
- Falkenstein, L. [1995], *Kant's Intuitionism: A Commentary on the Transcendental Aesthetic*, University of Toronto Press, Toronto/Buffalo/London.
- Frege, G. [1974], *The Foundations of Arithmetic*, J. L. Austin의 영역본, Basil Blackwell, Oxford.
- Friedman, M. [1985], "Kant's Theory of Geometry", *The Philosophical Review*, Vol. XCIV, 405-506쪽.
_____ [1990], "Kant on Concepts and Intuitions in the Mathematical Sciences", *Synthese* 84, 213-57쪽.
- Gödel, K. [1964], "What is Cantor's Continuum Problem?", in Solomon Feferman et al. (ed.), *Collected Works*, Vol. II: Publications 1938-1974, Oxford University Press, Oxford, 254-70쪽.
- Hintikka, J. [1965], "Kant's New Method of Thought and His Theory of Mathematics", Hintikka[1974], 126-134쪽에 수록.
_____ [1967], "Kant on the Mathematical Method", *The Monist* 51, Posy (ed.) [1992], 21-42쪽에 재수록.
_____ [1969], "On Kant's Notion of Intuition (Anschauung)", Terence Penelhum and J. J. MacIntosh (eds.), *The First Critique, Reflection on Kant's Critique of Pure Reason*, Wadsworth Publishing Company, Inc, Belmont California, 1969, 38-53쪽에 수록.
_____ [1972], "Kantian Intuitions", *Inquiry* 15, 341-345쪽.
_____ [1974], *Knowledge and The Known: Historical Perspectives in Epistemology*, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, Holland/Boston.
- Howell, R. [1973], "Intuition, Synthesis, and Individuation", *Noûs* 7, 207-32쪽.
- Jacquett, D. (ed.) [2002], *Philosophy of Mathematics: An Anthology*, Blackwell Publishers.
- Kant, I. [1770], "On the Form and Principles of the Sensible and the Intelligible World"[Inaugural Dissertation], David Walford와 Ralf Meerbote가 번역 편집한 *Theoretical Philosophy, 1770-1775*, Cambridge University Press, 1992의 373-416쪽에 수록.
_____ [1950], *Prolegomena to Any Future Metaphysics* (L. W. Beck 번역), The Bobbs-Merrill Company Inc., Indianapolis, New York.
_____ [1974], *Logic* (R. S. Hartman과 W. S. Schwar 공역), Dover Publications Inc., New York.
_____ [1998]. *Critique of Pure Reason* (Paul Guyer and Allen Wood 번역), Cambridge University Press, Cambridge.
- Kitcher, P. [1975], "Kant and the Foundations of Mathematics", *The Philosophical Review* 84, Posy (ed.) [1992], 109-31쪽에 재수록.
- Martin, G. [1985], *Arithmetic and Combinatorics*, J. Wubnig에 의한 영역, Southern Illinois University Press, Carbondale/Edwardsville.
- Melnick, A. [1983], "Kant on Intuition", Peter A. French가 편집한 *Midwest Studies in Philosophy*, Vol. 8, University of Minnesota Press, Minneapolis, 339-58쪽에 수록.

- _____ [1984], “The Geometry of a Form of Intuition”, *Topoi* 3, Posy (ed.) [1992], 245-55쪽에 수록.
- Parsons, C. [1969], “Kant's Philosophy of Arithmetic”, Posy (ed.) [1992], 43-69쪽에 재수록.
- _____ [1980], “Mathematical Intuition”, *Proceedings of the Aristotelian Society* 80, 145-168쪽.
- _____ [1983a], *Mathematics in Philosophy: selected essays*, Cornell Univ. Press, Ithaca, New York, 1983.
- _____ [1983b], The Postscript to “Kant's Philosophy of Arithmetic”, Posy (ed.) [1992], 69-75쪽에 재수록.
- _____ [1986], “Intuition in Constructive Mathematics”, J. Butterfield가 편집한 *Language, Mind, and Logic*, Cambridge University Press, 211-29쪽에 수록.
- Poincaré, H. [1905], *Science and Hypothesis*, S. J. Gould가 편집한 *The Value of Science: Essential Writings of Henri Poincaré*, 2001, The Modern Library, New York, 3-178쪽에 수록.
- _____ [1913], *The Value of Science*, S. J. Gould (ed.), *The Value of Science: Essential Writings of Henri Poincaré*, 2001, The Modern Library, New York, 181-359쪽에 수록.
- Posy, C. [1986], “Where Have All the Objects Gone?”, *The Southern Journal of Philosophy*, Vol. XXV, Supplement, 7-36쪽.
- _____ (ed.) [1992], *Kant's Philosophy of Mathematics: Modern Essays*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London.
- Russell, B. [1937], *The Principles of Mathematics*, 2nd Ed., George Allen & Unwin Ltd., London.
- Shabel, L. A. [2003], *Mathematics in Kant's Critical Philosophy*, Routledge, New York & London.
- Smit, H. [2000], “Kant on Marks and the Immediacy of Intuition”, *The Philosophical Review* 109, 235-66쪽.
- Thompson, M. [1972], “Singular Terms and Intuitions in Kant's Epistemology”, *Review of Metaphysics*, Vol. 26, Posy (ed.) [1992], 81-107쪽에 재수록.
- Wong, Wing-Chun [1999], “On a Semantic Interpretation of Kant's Concept of Number”, *Synthese* 121, 357-83쪽.
- Young, J. M. [1984], “Construction, Schematism, and Imagination”, *Topoi* 3, Posy (ed.) [1992], 159-75쪽에 재수록.

Intuition and Construction in Kant

Jong-Kwon, Lee

Kant is regarded as forerunner of mathematical intuitionism which is revived in the 20th century in the sense that he attempted to found mathematical knowledge on construction “in intuition.” This paper considers the characteristic features of Kant's intuitionism by analysis of his notion of intuition and, in addition, some problems involved in his theory of mathematical objects.

Key Words: Philosophy of Mathematics, Mathematical Intuitionism, Intuition, Construction, Kant

이종권 e-mail : leejk@cau.ac.kr

논문접수	2005년 3월 16일
논문심사	2005년 4월 22일
심사완료	2005년 5월 6일

K C I