

## 수학에서의 자유의 한계\*

이 종 권

**주제분류** 서양 현대철학, 수리철학, 논리철학

**주요어** 카르납, 괴델, 관용의 원리, 규약주의

**요약문**

카르납은 『언어의 논리적 구문론』에서 구문론적인 체계로서 언어를 선택함에서 아무 제한도 있을 수 없다는 취지의 이른바 “관용의 원리”를 제시한 바 있다. 이에 대해 괴델은 구문론적 규칙들이 일관적임이 사전에 증명되어야 한다는 제한 조건을 충족시켜야 하나 그러한 조건은 그의 제 2 불완전성 정리에 의해 충족될 수 없다는 비판을 제시한 바 있다. 그러나 골드파브와 전영삼은 일관성의 증명은커녕 일관성의 조건마저도 반드시 충족시켜야 하는 것은 아니라고 주장했다. 이 글에서는 구문론을 규칙을 통해 논리-수학적 용어의 의미를 묵시적으로 정의하려는 카르납의 의도에 비추어 언어적 틀을 선택함에 있어 최소한 일관성의 조건을 충족시킬 필요가 있으며 비일관적임이 이미 입증된 체계를 유지하는 것은 관용의 원리에 의해서도 더욱이 허용되지 않는다는 것을 논증하고 있다.

---

\* 이 논문은 2010년도 중앙대학교 학술연구비 지원에 의한 것임.

윤리적 규칙은 한 행위의 윤리적 올바름을 가리는 기준을 제공한다. 윤리적 규칙이 주어지면 우리는 그때부터 행위들이 올바른지 여부를 가릴 수 있게 된다. 그러면 윤리적 규칙은 어떻게 주어지는가? 하나의 이론은 신에 의해서건 이성에 의해서건 선형적으로 주어진다는 것이다. 영국의 경험론자들이나 동양의 맹자에 의하면 윤리규칙은 선형적으로 주어지지 않으며 인간의 본성에 의해 후천적으로 결정된다. 윤리적 규칙을 따르는 것이 인간의 도덕적 의무라면 인간은 태어나면서부터 신에 의해 혹은 이성에 의해 주어진 윤리적 규칙 혹은 도덕법칙을 준수해야 할 의무—선천적 의무를 지닌다. 혹은 인간의 본성에 부합하는 도덕적 원리를 따라야 할 의무가 주어진다. 그러나 또 다른 이론에 의하면 윤리적 규칙은 인간들이 혹은 개별적 인간이 선택하는 것이다. 어떤 윤리규칙도 선형적으로 인간에 주어지지 않으며 인간들의 선택에 의해 비로소 윤리규칙으로 성립한다. 이러한 의미에서 윤리규칙은 하나의 규약이라고 할 만하다.

언어 사용에 있어서도 논리규칙은 어떤 일단의 문장으로부터 어떤 다른 하나의 문장을 이끌어내는 것이 혹은 추론하는 것이 올바른지를 가리는 기준을 제공한다. 논리규칙에 부합한 추론은 올바른 추론이고 그렇지 않은 추론은 오류이다. 그러한 추론규칙을 제공하는 것이 그 언어에 내장된 논리적 귀결관계(logical consequence)이다. 한 언어에서 논리적 귀결관계가 주어짐으로써 비로소 어떤 문장들이 다른 문장들을 뒷받침하는지 혹은 그 문장과 논리적으로 충돌하는지가 결정되며 따라서 그 언어에서의 논쟁을 합리적으로 마무리할 수 있는 기준이 확보된다. 윤리법칙이 주어진 행위를 윤리적으로 정당화할 수 있는 기준을 제공하는 것과 마찬가지로 한 언어에 내장된 논리적 귀결관계에 의해 주어지는 논리규칙은 그 언어에서 어떤 사고 혹은 추론이 논리적으로 정당한지를 가릴 수 있는 기준을 제공한다.

한 언어에 내장된 논리적 귀결관계는 또한 그 언어에 속한 논리용어의 의미에 의해 결정된다. 한 언어에 내장된 논리적 귀결관계를 밝혀주는

학문으로서 논리학은 그 언어에 속한 논리용어의 의미를 규명하는 작업을 수행한다.

주어진 언어에서의 추론과 논증은 그 언어에 내장된 논리적 귀결관계에 의해 주어지는 논리규칙에 의해 그 올바름이 결정 혹은 정당화됨을 지적했는데, 그렇다면 논리적 귀결관계가 어떠해야 하는가 혹은 논리규칙이 어떠해야 하는가 하는 것은 어떻게 해서 결정되는가? 즉 논리규칙은 어떻게 정당화되는가? 또한 논리규칙은 한 종류 이상 있을 수 있는가? 이러한 물음들에 대한 종래의 답변은 프레게(G. Frege)의 경우 논리규칙은 그 외부에서 그것을 정당화할 수 있는 기준이 별도로 없으며 따라서 논리규칙은 그 자체로 정당화된다는 것이었다. 혹은 러셀(B. Russell)과 비트겐슈타인(L. Wittgenstein)의 주장처럼 인간과는 독립적인 기준이 선택적으로 존재한다는 것이었다. 그 어떤 경우에건 정당한 논리규칙은 단 한 가지밖에는 존재할 수 없다. 그러나 카르납(R. Carnap)은 그러한 논리적 일원론(logical monism)이라고 부름직한 입장에 맞서 1937년 그의 저술 『언어의 논리적 구문론』(*Logical Syntax of Language*)에서 논리적 다원론(logical pluralism)을 주장하고 나섬으로서 파문을 일으켰다. 그 저술에서 표명된 카르납의 입장에 의하면 논리규칙에 관한 한 옳고 그름이나 정당화의 문제는 없다. 논리규칙은 각자 나름대로의 유용성의 기준에 따라 선택할 수 있는 대상이기 때문이다. 그러므로 논리규칙을 선택함에 있어 우리에게 아무 제한도 있을 수 없으며 선택함에 있어 전면적인 자유가 허용된다.

카르납은 다른 논리 실증주의자들과 마찬가지로 논리학과 수학을 통합적으로 취급한 프레게의 입장을 충실하게 따르고 있다. 그러므로 『언어의 논리적 구문론』에서 수학은 논리규칙과 마찬가지로 구문론적 규칙으로 주어지며 논리규칙의 선택이 자유로운 것처럼 수학도 각자의 유용성의 기준에 따라 자유롭게 선택할 수 있게 된다. 카르납 자신 관용의 원리(Principle of Tolerance)라고 부른 그러한 논리-수학적 다원론은 지금까지 알려진 초기 카르납의 수학관과는 확연하게 구분되는 것이다. 그러한

카르납의 혁신적인 시도에 대해 불안을 느낀 괴델(K. Gödel)은 망설임 끝에 궁극적으로 발표하지 않기로 결심한 논문에서 카르납의 입장을 “명목론(nominalism)과 규약주의(conventionalism)의 결합” 혹은 “구문론적 관점”(syntactical viewpoint)<sup>1)</sup>으로 규정하고 그에 대한 반론을 시도했다. 괴델에 의하면 카르납의 계획이 성공하자면 그가 말하는 구문론적 규칙은 처음부터 일관적임이 증명되어야 하는데 그러한 제약조건은 그의 제2불완전성 정리에 비추어 실현이 불가능하다는 것이다. 즉 논리규칙이나 수학을 선택함에 있어 우리는 완전한 자유가 허용되지 않으며 일관성의 증명이라는 제약조건을 충족시켜야 하는데 그 조건은 처음부터 충족시킬 수 없게 되어 있다는 것이다.

괴델의 공격에 대해 어워드(S. Awordy)와 캐러스(A. W. Carus)는 구문론적 규칙을 선택함에 있어 괴델이 제시한 일관성의 증명이라는 제약조건은 부당하게 심한 것이며 일관성의 조건으로 완화되어야 한다고 주장했다. 그러나 골드파브(W. Goldfarb)와 리케츠(T. Ricketts)는 괴델의 비판이 경험진술에 관한 카르납의 견해에 대한 잘못된 생각에서 비롯된 것이라고 반박하고 있다. 더 나아가 골드파브는 어워드와 캐러스의 일관성의 요구조건마저도 카르납의 계획에는 부과되지 않는다고 말하고 있다. 전영삼도 비일관적인 칙마저도 허용될 만큼 구문론적 규칙의 선택에 있어서 전면적인 자유가 허용된다는 골드파브의 견해에 동조하고 있다.

이 글의 목적은 『언어의 논리적 구문론』에서 카르납이 생각하는 논리 규칙 내지는 수학의 선택에 있어 허용되는 관용의 범위가 과연 비일관적인 규칙의 선택마저도 허용될 만큼 넓은가 하는 것을 검토하는 것이다. 그러한 목적을 위해 우선 초기 논리 실증주의 운동을 이끌 당시부터 『언어의 논리적 구문론』에서 관용의 원리를 선언하기까지 카르납의 수리철

1) 괴델이 수학에 관한 카르납의 새로운 견해를 구문론적 관점이라고 부른 이유는 그것이 엄격한 경험론과 수학의 선험적 확실성을 절충하기 위한 시도로서 수학을 언어의 구문론으로 완전히 환원시킬 수 있다고 혹은 수학이 사실에 있어 언어의 구문론에 불과하다고 보는 입장이라고 생각했기 때문이었다. Gödel(1953/9), 335쪽 참조.

학의 발전 과정을 간단하게 살펴볼 것이다. 다음으로 그 책에서 천명된 카르납의 논리적 다원론에 대한 괴델의 비판의 타당성을 검토할 것이다. 그리고 마지막으로 골드파브나 전영삼의 견해와는 달리 카르납의 계획안에서 비일관성이 허용될 여지는 없으며 일관성의 유지가 카르납이 말하는 관용의 한계가 된다는 것을 논증할 것이다.

## 1

논리 실증주의자들에 있어 수학의 규칙과 논리규칙은 언어에서 유사한 역할을 한다. 그 역할이란 일단의 문장들, 즉 전제들로부터 어떤 다른 문장을 추론하는 것을 허용하는 것이다. 그러한 규칙에 부합한 추론이나 논증이 타당한 추론과 논증이다. 수학의 규칙과 논리규칙은 언어에 내장된 논리적 귀결관계에 의해 결정되며 그러한 논리적 귀결관계는 또한 그 언어에 속한 논리용어의 의미에 의해 주어지는데 경우에 따라서는 논리적 귀결관계에 의해 어떤 전제가 없이도 귀결될 수 있는 문장이 있게 된다. 그러한 문장들은 논리적 귀결관계를 결정하는 논리용어의 의미에 의거해서 참이 되는 문장이라고 생각할 수 있다. 논리 실증주의자들은 비트겐슈타인에 따라서 그것을 동어반복(tautology)이라고 불렀다. 주어진 언어에서 어떤 문장들이 동어반복적인 명제인가 하는 것은 사실 그 언어에서의 논리적 귀결관계가 어떤 것인가와 관련이 있다. 그렇다면 논리규칙 혹은 논리적 귀결관계나 논리적 타당성은 한 종류밖에 있을 수 없는가 혹은 여럿이 가능한가? 현대논리의 창시자인 프레게와 러셀, 그리고 뒤를 이은 비트겐슈타인은 한결같이 정당한 논리적 귀결관계가 단 한 종류밖에 있을 수 없다는, 논리적 일원론이라고 부름직한 주장을 들고 나왔다. 그러면 논리적 일원론을 어떻게 정당화할 수 있는가?

프레게는 합리적인 사고나 논의를 위해서는 그가 확립한 논리적 태두리 안에서 진행되어야만 한다고 생각했다. 또한 그러한 사유나 논의를 위한 틀을 제공하는 것은 단일한 논리 밖에 있을 수 없다고 생각했다.

그러한 단일한 논리가 바로 그가 제공하는 논리적 원리의 집합이다. 그러면 자신이 개발한 논리체계만이 우리가 하는 모든 사유와 논의를 위한 유일한 틀을 제공한다는 주장을 정당화할 수 있는 어떤 근거를 프레게는 가지고 있었는가?

프레게에 있어 논리적 원리를 그의 논리 밖에서 정당화할 수 있는 길은 없다. 수학적 직관주의자들의 경우 논리적 원리는 보편적인 것이 아니며 다루는 대상에 의존한다. 즉 어떤 논리가 성립하는가 하는 것은 논의되는 대상이 어떠한 것인가에 의존한다. 또한 잘 알려진 대로 밀(J. S. Mill)은 논리규칙을 경험적으로 정당화하려 했으며 특히 심리학에 토대를 두려 했다. 논리규칙은 그것이 의존하고 있는 심리학적 토대에 의해 정당화된다. 그렇지만 프레게는 철저한 반심리학주의(antipsychologism)의 입장을 견지했으며 논리학과 수학을 자연과학과 엄격하게 구분하려 했다. 또한 논리학은 가장 일반적인 학문으로서 모든 학문을 전개할 때 동원되는 것이다. 그러므로 논의되는 대상에 의존하지 않는다. 또한 논리학이나 수학 이외에 심리학과 같은 다른 학문에 의거해서 논리를 정당화할 수는 없다고 생각했다.<sup>2)</sup> 이 말은 논리가 궁극적인 것이며 그러므로 서로 다른 논리를 주장할 경우 그 논리 밖에 서서 그 가운데 어느 하나가 옳은가를 가릴 수 있는 논리외적 기준은 있을 수 없다는 것을 의미한다. 그 점에 있어 프레게에 있어 논리체계는 과학에 있어 쿤(T. S. Kuhn)의 패러다임(paradigm)에 비교될 수 있다. 쿤에 있어 하나의 패러다임을 그 패러다임 밖에 있는 어떤 것에 의지해서 정당화할 수 없다. 그러나 과학의 경우 복수의 패러다임이 있을 수 있지만 프레게에 있어 또한 러셀에 있어 프레게-러셀의 논리 이외에 다른 논리는 있을 수가 없다. 그들에 있어 논리란 우리의 사유가 진행되어야 할 객관적으로 참인 사유의 틀을 제공하는 것으로서 단 하나 밖에는 있을 수 없다. 그 가운데 하나를 우리 마음대로 선택할 수 있는 여러 논리가 존재한다는 말은 프레게나 러셀의 경우

2) 이러한 입장을 리케츠(Thomas Ricketts)는 논리중심주의(logocentrism)이라고 부르고 있다. Ricketts(1994), 182쪽 참조.

성립하지 않는다.

프레게에 있어 논리는 스스로 정당화될 뿐 그것을 정당화할 수 있는 논리외적 기준은 없다. 그렇지만 러셀은 프레게와 마찬가지로 논리적 일원론을 주장하면서도 자신이 제안한 논리를 존재론에 기초 지으려 했다. 그러나 그것은 논리를 정당화하기 위해서는 논리기호들이 더 나아가 그 언어에 속한 기호들이 무엇을 의미하는가에 관해 말해야 한다는 것을 의미한다. 이에 반해 비트겐슈타인은 『논리 철학 논고』(*Tractatus Logico-Philosophicus*)에서 언어에 속한 기호들이 무엇을 의미하는가에 관해 말할 수 있는 가능성을 봉쇄했다. 그에 의하면 언어는 ‘논리적 문법’ 내지는 ‘논리적 구문론’(logical syntax)에 의해 지배되는 언어인데 비트겐슈타인에 의하면 “논리적 구문론에서는 기호의 의미는 어떤 역할도 해서는 안 된다.”<sup>3)</sup> 그러므로 그에 있어 논리에 대한 존재론적 정당화는 배격된다. 비트겐슈타인은 대신 논리를 언어가 지니는 본질적 기능에 의거하여 정당화하고 있다.

비트겐슈타인이 본 언어의 본질적 기능은 실재를 기술하는(describe) 것이다. 언어가 것처럼 실재를 기술하기 위해 혹은 그리기(picture) 위해 필수적인 것은 언어에 속한 문장들이 그것들이 그리는 실재와 논리적 구조 혹은 논리형식(logical form)을 공유해야 한다는 것이다. 그러므로 실재를 기술하는 것으로서 언어에 논리가 내재하지 않을 수 없다. 그러나 실재가 하나인 한 그것과 동일한 논리형식을 갖는 언어는 따라서 논리는 한 가지 밖에 있을 수 없다.

실재를 그리는 것은 개개의 문장으로서 각 문장은 어떤 논리적 구조를 지님으로써 그러한 논리형식을 공유하는 실재를 기술하게 된다. 즉 언어와 세계가 공유하는 논리형식의 존재가 그들 사이에 표현관계라고 부름직한 관계가 성립하는 것을 가능하게 한다. 그러나 그 논리적 구조 내지는 언어와 세계 간의 표현관계 자체는 그 문장이 지니는 것이지 기술하는 것이 아니다. 그 논리형식은 적어도 그 문장이 속한 언어에서는 기술

3) Wittgenstein(1974)(이하 *TLP*로 약함), 3.325와 3.33을 참조할 것.

할 길이 없다. 만일 그 언어 밖에 그 언어에 관해 기술하는 다른 언어, 메타언어가 존재한다면 그 언어의 문장들이 그것이 기술하는 실재와 갖는 관계를 기술하는 것이 가능할 것이다. 그런데 위에서 언급한 대로 비트겐슈타인에 있어 언어와 논리는 단 한가지 밖에 있을 수 없다. 그러므로 그에 있어서는 메타언어적인 논의의 가능성이 차단되며 언어의 논리 형식을 기술할 수 있는 길도 동시에 봉쇄된다.

카르납의 회고에 의하면 그의 철학적 사유에 가장 큰 영향을 미친 사람은 프레게와 러셀이었으며<sup>4)</sup> 그들을 제외하고 그의 사유에 가장 큰 영향을 준 철학자는 아마도 비트겐슈타인이었다.<sup>5)</sup> 카르납은 논리를 논리적 구문론과 동일시한 비트겐슈타인의 입장은 열렬히 받아들였다. 그러나 문장들의 논리적 구조와 언어와 세계 간의 관계를 보여줄 수만 있을 따름이지 말할 수는 없다는 비트겐슈타인이 주장에 대해서는 다른 논리 실증주의자들과 마찬가지로 강한 거부감을 표시했다. 카르납은 논리적 구문론에 대해 말할 수 있는 가능성을 수학적 형식주의를 들고 나온 힐버트(D. Hilbert)에게서 찾았다. 그것은 언어를 힐버트의 방식에 따라 순전히 형식 체계로 수립하는 것이었다. 그런 다음 그 언어에 대한 메타언어(meta-language)에서 그 언어, 즉 대상언어의 논리적 구문론을 전개하는 것이다. 그런 다음 메타언어에서 전개된 논리적 구문론을 괴델의 창안한 방식에 따라 산수화(arithmetization)함으로써 원래의 대상언어에서 그 언어의 논리적 구문론을 기술할 수 있는 가능성이 열리게 된다.

카르납은 힐버트의 방식에 따라 언어를 형식체계로 수립함으로써 대상언어의 논리를 기술할 수 있는 가능성 이외에 또 다른 길을 열게 된다. 그것은 논리적 다원주의(logical pluralism)로 나갈 수 있는 통로를 확보하는 것이었다. 『언어의 논리적 구문론』에서 카르납은 한 언어의 논리적 구문론을 그 언어의 언어형식에 관한 형식적 이론, 곧 그 언어를 지배하는 형식적 규칙에 관한 체계적인 진술과 더불어 그 규칙에서 귀결되는

4) Carnap(1963), 12쪽.

5) Carnap(1963), 25쪽.

결론들을 전개하는 이론으로 규정하고 있다.<sup>6)</sup> 언어를 지배하는 형식적 규칙이란 기호의 의미와는 무관한 규칙으로서 구체적으로 형성규칙(formation rule)과 변형규칙(transformation rule)을 의미한다. 그 규칙들은 의미가 배제된 채 단순히 물리적 대상으로서 기호들의 가능한 배열의 구조에만 관계한다. 형성규칙은 그러한 기호들을 어떻게 조합할 경우, 기호들의 배열로서의 문장이 얻어지는가를 규정하고 변형규칙은 어떤 문장들의 집합으로부터 다른 문장을 타당하게 이끌어낼 수 있는가를 규정한다. 변형규칙으로부터 그 언어의 혹은 카르납이 말한 언어적 틀(linguistic framework)에서의 논리적 귀결관계가 결정된다. 카르납은 한 언어에 대한 메타언어에서 원래의 대상언어의 논리를 기술할 수 있는 길을 열어 놓으면서 다른 한편으로 그러한 언어적 틀이 복수로 있을 수 있다는 가능성을 인정함으로써 프레게와 러셀, 비트겐슈타인 이래의 논리적 일원론을 배격하고 논리적 다원론을 주장할 수 있는 토대를 마련했다.

어떤 언어 내지는 언어적 틀이 제공되면 그 언어의 구문론적 규칙이 어떤 것인지 그리고 그러한 규칙에 따라 그 언어에서 어떤 논리적 귀결관계가 성립하는지를 메타언어적으로 탐구할 수 있다. 그러나 그러한 탐구의 대상이 되는 언어적 틀을 선택함에 있어서는 어떤 제한도 없다. 그것은 수학에서 형식체계로서 공리체계를 어떤 식으로 수립하건, 예를 들어 유클리드 적인 공리체계를 채택하건 비유클리드적인 공리체계를 수립하건 자유인 것과 마찬가지로이다. 카르납을 이러한 입장을 유명한 다음과 같은 관용의 원리로 정식화하고 있다

논리에는 어떤 도덕(moral)도 없다. 어떤 사람도 자신이 원하는 대로 자신의 논리를, 자신의 언어형식을 수립할 자유가 있다. 그에게 요구되는 다음과 같은 사항뿐이다. 즉, 그가 자신의 논리를 논의하기를 바란다면 그의 방법을 명료하게 진술하여야 하며 또한 철학적 논증 대신에 구문론적 규칙을 제시하여야 한다.<sup>7)</sup>

6) Carnap(1937), 1쪽.

7) Carnap(1937), 52쪽. 카르납은 위와 같은 관용의 원리의 요체를 “우리의 임무는

어떤 논리건 선택할 자유가 있다는 말은 서로 다른 논리 내지는 언어적 틀 간에 어떤 것이 옳은가(correct) 하는 문제는 없다는 것을 의미한다. 왜냐하면 논리적 틀 혹은 언어적 틀을 선택함에 있어 그 선택을 규제하는 선험적 원리나 기준 같은 것은 없기 때문이다. 하나의 언어적 틀을 선택하면 그 때부터는 어떤 문장들로부터 어떤 다른 문장을 이끌어내는 것이 옳은지 옳지 않은지가 문제가 될 수 있다. 어떤 언어적 틀을 선택한다는 것은 그 언어적 틀에 자신을 얽어매는 것이다. 따라서 그 후로는 그 언어적 틀에 내장된 논리에 따라 사고하지 않으면 안 된다. 이미 선택된 언어적 틀에서 어떤 문장이 어떤 다른 문장들로부터 귀결되는가 하는 문제가 내적인 문제라면 어떤 언어적 틀을 선택해야 하는가 하는 문제는 외적 문제이다.<sup>8)</sup> 카르납에 의하면 언어적 틀의 선택에 있어 정당성은 문제가 되지 않으며 그 경우 문제가 되는 것은 옳고 그름이 아니라 실용성에 불과하다.

카르납은 철학적 탐구가 상식적 일반론을 넘어 보다 엄밀한 결과를 얻기 위해서는 각 철학적 관점을 명료하게 표현할 수 있는 인공적으로 구성된 언어체계를 수립하는 것이 필요하다고 생각했다. 그렇게 하지 않을 경우 철학적 토론은 서로 말이 어긋나 의견의 일치는커녕 상호 이해도 하지 못하고 끝날 수가 있다. 카르납은 특히 논리주의와 형식주의, 그리고 직관주의를 옹호하는 수리철학자들 간의 논쟁이 사실은 서로 말이 어긋나는 양상을 보이고 있다고 생각했다. 카르납에 의하면 여러 철학적 관점 가운데 하나를 충분한 근거를 가지고 선택할 수 있기 위해서는 사전에 각 철학적 관점에 대응하는 인공적인 언어체계를 수립할 필요가 있다.

---

금지 규정을 확립하는 것이 아니라 규약에 도달하는 것이다”라는 말로 정리하고 있다. 같은 책, 51쪽 참조. 이 원리를 필자는 위에서 논리적 다원주의로 표현했지만 괴델은 규약주의(conventionalism)를 표명한 것으로 해석하고 있다. 그러나 카르납은 후에 Carnap(1963), 55쪽에서 “언어형식의 규약성의 원리”(principle of the conventionality of language forms)가 더 정확한 표현일 것이라고 말하고 있다.

8) 내적 문제와 외적 문제 간의 구분은 “Empiricism, Semantics, and Ontology”(1950, 그의 *Meaning and Necessity*, 1947, University of Chicago Press에 수록)에서 보다 분명한 표현을 얻고 있다.

그러나 충분한 근거를 지닌 선택이 결코 옳은 선택을 의미하는 것은 아닙니다. 그는 그의 『지적 자서전』(Intellectual Autobiography)에서 다음과 같이 말하고 있다.

『세계의 논리적 구조』(*Logischer Aufbau der Welt*)를 집필하는 동안 나는 갈수록 예를 들어 감각자료에 관한 현상주의적 언어, 이른바 외부 세계에 존재하는 지각 가능한 대상들과 사건에 관한 실재론적 언어 같은 다양한 철학 학파들이 사용하는 언어형식에 대해 중립적인 태도에 도달하게 되었다.

...

서로 다른 언어형식에 대한 중립적인 태도로 인해 나는 후에 『언어의 논리적 구문론』(*Logical Syntax*)에서 관용의 원리를 채택하기에 이르렀다.<sup>9)</sup>

위의 인용문에서 드러나고 있는 카르납의 생각에 의하면 어떤 철학적 입장은 사용하는 언어형식에 의해 드러나게 된다. 그러므로 서로 다른 어떤 철학적 입장들은 서로 다른 언어형식을 지니게 된다. 그런데 『언어의 논리적 구문론』에서의 관용의 원리에 의하면 그러한 서로 다른 언어형식 가운데 어떤 것이 옳은가 하는 문제는 없으며 그러므로 그러한 문제는 진정한 철학적 문제가 아닌 “사이비 문제”(pseudo-problem)에 불과하다. 따라서 서로 다른 언어형식에서 드러나는 서로 다른 철학적 입장 가운데 어떤 것이 옳은가 하는 문제도 사이비 문제이다. 이렇게 해서 그러한 철학적 논쟁은 해결되는 것이 아니라 해소된다. 카르납은 특히 수학 기초론 분야에 관용의 원리를 적용함으로써, 예를 들어 논리주의와 수학적 직관주의의 대립을 진정한 철학적 문제가 아닌 언어선택의 문제에 불과한 사이비 문제로 해소시킬 수 있을 것으로 기대했다. 둘 사이의 철학적 논쟁을 구문론에 의거해서 엄밀하게 정식화할 때, 수학적 직관주의자들의 주장은 실은 수학의 언어의 표현 방식과 연역 방식을 이리저리한 방식으로 제한하자는 제안인 반면 고전수학자들의 주장은 그러한 제

---

9) Carnap(1963), 44쪽.

한을 하지 말자는 제안인 것으로 드러날 것이기 때문이다.<sup>10)</sup>

2

카르납은 『언어의 논리적 구문론』에서 자신이 노렸던 바는 철학적 논쟁을 엄밀하게 정식화할 수 있는 개념적 도구를 구문론을 통해 제공함과 더불어 무엇보다도 누구든 자신의 언어의 규칙을, 따라서 자신의 논리를 자기 마음대로 선택할 자유가 있음을 보이고자 한 것이었다고 말하고 있다.<sup>11)</sup> 그렇게 함으로써 논리의 배를 고전적 형식의 대지에서 풀어 놓아 제한이 없는 가능성을 안고 있는 무한의 바다로 띄어 보내고자 한 것이었다.<sup>12)</sup> 사르트르의 표현을 빌자면 우리는 구문론적 규칙을 통해 우리가 원하는 어떤 논리와 수학이든 자유롭게 선택할 수 있도록 ‘처형’당했다. 그러나 하나의 구문론적 규칙을 선택함으로써 그러한 규칙을 따르도록 우리를 참여시킨(commit) 결과가 되는 것이다.<sup>13)</sup>

카르납의 시도는 그의 말대로 대담한 것이었지만 이에 대해 괴델은 상당한 주저 끝에 궁극적으로 발표하지 않기로 한 “Is mathematics syntax of language?”(G del, 1953/9)란<sup>14)</sup> 논문에서 카르납의 구문론의 규칙에는 실현할 수 없는 제약조건이 따르며 따라서 그가 “명목론과 규약주의의 결합”으로 규정한 카르납의 계획은 실현이 불가능하다는 것을 논증하고 있다. 괴델이 말하는 구문론의 규칙에 부과되는 제약조건이란 다음과 같

10) Carnap(1963), 54쪽.

11) Carnap(1963), 54-5쪽.

12) Carnap(1937), xv쪽.

13) 사르트르는 Sartre(2001)에서 인간은 스스로를 창조한 것은 아니지만 우리가 행위를 선택을 하기 이전에 우리의 선택을 정당화할 이유가 주어져 있지 않다는 점에서 자유로우며 동시에 이 세계에 내어던져진 순간부터 자신이 한 모든 행위에 책임을 지지 않을 수 없다고 말하고 있다. Sartre(2001), 32쪽 참조.

14) 이러한 제목의 괴델의 논문의 수정본은 6가지가 있는데 수정본 III과 V는 페퍼만(S. Feferman) 등이 편집한 『괴델 전집 3권』(*G del's Collected Works, Vol. III*)에 실려 있으며 수정본 II와 IV는 1995년 콘수에그라(Consuegra)가 편집한 *Kurt G del, Unpublished Philosophical Essays*에 실려 있다.

은 것이다.

**R1:** 구문론적 규칙은 사전에 일관적임이 증명되어야 한다.

괴델의 제 2 불완전성 정리에 의하면 어떤 수학을 정식화한 언어의 구문론이 일관적임을 진술하는 문장은 그 언어 내에서는 증명이 불가능하다. 그러므로 그 문장을 증명하기 위해서는 그 구문론에 의해 규정하려는 수학보다 강력한 수학을 동원하지 않으면 안 된다. 그런데 그 보다 강력한 수학의 일관성을 사전에 증명함이 없이 원래의 수학의 일관성을 증명하기 위해 전제한다는 것은 선결문제 가정의 오류를 범하는 것이 된다. 그러나 그것의 일관성을 증명하려 하면 무한퇴행에 빠질 수밖에 없다.

조건 **R1**—그것을 일관성 증명의 조건으로 부르기로 하자—은 선결문제 가정의 오류를 범하거나 무한퇴행에 빠지지 않고서는 충족시킬 수 없다. 그렇다면 괴델이 카르납의 주장대로 구문론의 규칙을 선택하는 데 무한한 자유가 있는 것은 아니며 **R1**과 같은 조건이 부과된다고 주장하는 이유는 무엇인가? 괴델은 일관성 증명이 조건 **R1**이 요구되는 이유를 그가 수정본 V에서 “허용가능성”(admissibility)이라고 부른 성질을 구문론적 규칙이 지닌다는 것이 사전에 확인되어야 한다는 다음과 같은 조건 **R2**로부터 **R1**이 귀결되기 때문이라고 말하고 있다.<sup>15)</sup>

**R2:** 구문론적 규칙은 경험적 사실을 표현하는 어떤 명제의 참 혹은 거짓도 함축하지 않는다는 것이 알려져 있어야 한다.<sup>16)</sup>

15) G del(1953/9), 339쪽; 357쪽.

16) 괴델은 수정본 III에서 그가 말하는 “구문론적 계획”이 목적을 달성하는 데 필수적인 조건으로서 여섯 가지를 들고 있는데 그 가운데 네 번째 조건을 진술하는 가운데 “문장들의 참에 관한 규칙은 그것이 “사실적인”(factual) 문장(즉 그것이 참이라는 것이 언어에 속하는 의미론적 규칙 덕분에 언어 외적인 사실에 의존하는 문장)을 함축하지 않는다는 것이 그 규칙을 정식화할 단계에서부터 명백하든가 혹은 어떤 식으로든 사전에 알 수 있는 경우에 한해 구문론적이라고 불릴 수 있다”고 말하고 있다. G del(1953/9), 339쪽 참조.

괴델은 조건 **R2**를 만족하는 구문론적 규칙을 “허용가능한(admissible) 규칙”이라고 말하고 있다. 그러므로 **R2**를 “허용가능성 조건”이라고 부르기로 하다.

만일 구문론적 규칙이 비일관적이라면 경험적 사실을 표현하는 모든 명제를 포함하는 모든 문장을 함축한다. 따라서 구문론적 규칙이 경험적 사실을 표현하는 어떤 명제의 참 혹은 거짓도 함축하지 않는다면 그것은 일관적이다. 그러므로 구문론적 규칙이 경험적 사실을 표현하는 어떤 명제의 참 혹은 거짓도 함축하지 않는다는 것이 알려져 있다면 그 규칙이 일관적임도 증명된다. 이렇게 해서 허용가능성 조건 **R2**가 **R1**을 함축한다는 결론이 귀결된다. 그렇다면 괴델은 왜 구문론적 규칙에 **R2**와 같은 허용가능성 조건이 부과된다고 생각하는 것인가?

골드파브와 리케츠의 해석에 의하면 허용가능성 조건은 괴델이 먼저 우리 외부의 세계에 존재하는 사실 덕분에 참, 거짓이 결정되는 경험적 문장이 존재하며 논리와 수학은 그 다음에 그러한 경험적 문장들 간에 추론을 가능하게 하기 위해 규약적인 구문론적 규칙의 형태로 도입되는 것으로 보았기 때문에 부과될 수밖에 없는 것으로 보았다는 것이다.<sup>17)</sup> 외부 세계를 기술하는 것으로 경험적 문장이 먼저 주어지고 구문론적 규칙은 그러한 경험적 문장들에 대해 논리적 구조를 부여하는 것으로 이해한다면 우리는 구문론적 규칙을 선택함에 있어 무한히 자유로울 수 없다. 왜냐하면 우리가 구문론적 규칙에 관한 규약을 우리 마음대로 정하는 것은 자유이지만 경험적 문장들 사이에 그러한 규칙에 부합하는 논리적 관계가 성립하는 것은 또 다른 문제이기 때문이다. 괴델은 경험적 문장들에 의해 기술되는 세계가 어떤 구문론의 규칙을 우리가 선택해야 하는가

---

17) 실제로 카르납은 Carnap(1935)에서 다음과 같이 말하고 있다. “사실의 과학 (factual science)은 종합적 진술을 확립한다. ... 그렇게 확립한 진술들로부터 과학자들은 예를 들어 미래에 관한 예측을 하기 위한 목적으로 다른 종합적 진술을 이끌어 내려 한다. 분석 진술들은 이러한 추론 작업을 위해 보조적 기능을 한다. 따라서 언어 전체의 관점에서 볼 때 수학을 포함한 논리학 전체는 종합적 진술을 다루기 위한 보조 계산법(auxiliary calculus)에 지나지 않는다.”(Carnap (1935), 127쪽)

를 제약할 수밖에 없다고 생각하는 것이다. 구문론적인 규칙을 도입하는 목적은 단지 일단의 경험적 명제로부터 다른 경험적 명제를 이끌어내기 위함이다. 그러므로 그러한 규칙을 도입함으로써 어떤 경험적 명제가 참인 것으로 드러난다든지 거짓으로 드러난다든지 하는 일이 생겨서는 안 된다. 왜냐하면 괴델이 보기에 카르납을 비롯한 논리 실증주의자들에 있어 경험적 문장의 참, 거짓이 의존하는 것은 세계이지 언어가 아니기 때문이다. 그러므로 구문론적 규칙을 선택함에 있어 허용가능성의 제약조건 **R2**는 최소한의 제약으로서 불가피하다.

괴델은 또한 카르납을 포함하여 그가 말하는 엄밀한 경험론자들이 수학은 내용이 없는 학문이라고 주장하고 있는데, 그들의 그러한 주장으로부터도 조건 **R2**는 귀결된다고 말하고 있다. 왜 그런가?

카르납의 회고에 의하면 그는 프레게로부터 무엇보다도 수학적 진리가 논리에 토대를 둔 진리라는 의미에서 분석적이라는 것을 배웠다.<sup>18)</sup> 프레게는 『산수학의 기초』(*Grundlagen der Arithmetik*)에서 판단의 분석성과 종합성의 구분이 판단의 내용이 아닌 정당화(justification)와 관계가 있다고 전제하고 일반적인 논리법칙과 정의에만 의거해서 증명할 수 있다면 분석적인 판단이고 그렇지 않으면 종합적인 판단이라는 정의를 내리고 있다.<sup>19)</sup> 이러한 프레게의 정의에 의하면 모든 논리법칙은 당연히 분석적이다. 프레게는 나아가 Frege(2007)에서 모든 산수학의 기본 개념을 논리적 개념에 의거하여 명시적으로 정의하고 더욱이 모든 산수학의 공리를 논리학의 원리들로부터 연역함으로써 산수학의 진리가 분석적임을 보이 고자 했다. 그러한 프레게의 노력에 의거해 카르납은 모든 수학적 개념이 논리적 개념에 의해 정의가 가능하고 수학의 이론들을 논리적 원리들로부터 연역할 수 있다는 의미에서 수학적 진리들은 분석적이라는 점을 받아들였다.

프레게에 있어 논리적 진리와 수학적 진리는 분석적인 진리로서 가장

18) Carnap(1963), 46쪽.

19) Frege(2007), § 3, 19쪽.

일반적인 진리에 속한다. 진리(the Truth)나 허위(the False)는 추상적인 대상으로서 문장들의 지시체이다. 모든 언어적 표현은 지시체(Bedeutung)와 더불어 의미(Sinn)를 지니며 그것은 논리적 진리와 수학적 진리도 마찬가지이다. 그러한 진리도 진리인 이상 경험적 진리 못지않게 의미 혹은 내용(content)을 지닌다. 그렇지만 비트겐슈타인은 논리학과 수학을 한 부류로 통합해서 취급하는 것에는 프레게에 동조했지만 논리학과 수학에 속한 진리들이 의미를 지닌다는 견해는 배척했다.

비트겐슈타인에 의하면 그림이 표상하는 것은 그것의 의미인데(*TLP*, 2.221) 그림으로서의 명제는 원자명제의 진리가능성(truth-possibility)과 일치하는지 일치하지 않는지를 표현한다.(*TLP*, 4.4) 그러므로 명제의 의미는 그것을 이루는 원자명제의 진리가능성과 일치 여부에 의해 결정되는 진리조건(truth-condition)이라고 할 수 있다. 각 명제는 나름대로 다양한 진리조건을 갖는데 명제 가운데는 원자명제들의 모든 진리가능성에 대해 항상 참인 명제와 반대로 항상 거짓인 명제도 존재하게 된다. 비트겐슈타인은 그가 각각 동어반복(tautology)과 모순(contradiction)이라고 부른 그러한 명제들이 진리조건을 지니는 것으로 인정하기를 거부했다. 동어반복과 모순뜻따른 명제의 참, 거짓과는 관계없이 무조건적으로 참이거나 무조건적으로 거짓이며 따라서 진리조건을 갖지 않는다. 그렇기 때문에 그것들은 말하는 바가 없으며 아무 의미도 지니지 않는다(*sinnlos*).<sup>20)</sup>

비트겐슈타인은 모든 가능한 경우에 필연적으로 참이며 그렇기 때문에 세계에 속한 사실에 관해 말하는 바가 없는 동어반복에 속한 명제로서 오직 논리적 진리만을 들었으며 수학에 있어서도 동어반복에 속하는 진리가 있는지는 명시적으로 언급하지 않았다.<sup>21)</sup> 그러나 카르납을 비롯한 논리 실증주의자들은 논리학과 수학을 통합적으로 취급하는 프레게를 따라 그것들이 모두 동어반복으로서 어떤 대상에 대해서도 말하는 바가 없

20) *TLP*, 4.46; 4.461. 그렇지만 곧 이어서 동어반복과 모순이 무의미(*unsinnig*)한 것은 아니라도 말하고 있다.

21) 그러나 *TLP*, 6.21에서 비트겐슈타인은 수학의 명제가 사유(*thought*)를 표현하지 않는다고 말하고 있는데 *TLP*, 4에 의하면 사유는 의미(*sense*)를 지니는 명제이다.

으며 단지 우리가 대상에 대해 말하고자 하는 방식에만 관계한다고 주장했다. 그들이 수학이 내용을 지니지 않고 있다는 견해를 적극적으로 옹호한 이유는 그러한 수학관이 과거 경험론이 안고 있던 숙제를 일거에 해결시켜 주는 것으로 생각했기 때문이었다. 수학과 논리의 명제들이 관찰된 사건에 관한 경험적 일반화라는 밀의 견해는 경험론의 정신과는 부합하는 것이었지만 논리와 수학적 진리와 경험적 진리가 지니는 차이점을 난폭하게 무시하는 것이었으며 수학이 순수직관에 의존한다는 칸트(I. Kant) 류의 견해는 경험론의 테두리 내에서는 수용할 수 없는 것이었다. 논리 실증주의자들, 특히 한(H. Hahn)은 수학적 명제에 대해 사실적 내용을 인정하지 않는 비트겐슈타인의 수학관이 경험론의 돌과구를 연 것으로 환영했다.<sup>22)</sup> 이후 카르납도 많은 비판에도 불구하고 분석적 진리와 종합적 진리 혹은 논리적 진리와 사실적 진리는 전자가 아무 내용도 지니지 않는다는 의미에서 확실히 구분된다는 입장을 내내 견지했다.<sup>23)</sup>

어떤 명제가 논리적 진리인가 하는 것과 어떤 명제들로부터 어떤 명제를 논리적으로 연역할 수 있는가 하는 것과는 관련이 있다.  $A$ 로부터  $B$ 를 논리적으로 이끌어낼 수 있다면 ' $A \rightarrow B$ '와 같은 형식의 명제가 논리적 진리가 되며 그 역도 마찬가지이다. 이처럼 하나의 언어에서 어떤 것이 논리적 진리인가 하는 것에 의해 그 언어 내에서 타당한 논리적 귀결관계가 어떤 것인가 하는 것이 결정되며 그 역도 마찬가지이다. 그런데 비트겐슈타인에 의하면  $A$ 가  $B$ 로부터 귀결된다면  $B$ 의 의미는  $A$ 의 의미에 포함되며,<sup>24)</sup> 만일  $A$ 가  $B$ 로부터 귀결되고 그 역도 성립한다면  $A$ 와  $B$ 는 같은 의미를 지니는 명제로서 동일한 명제이다.<sup>25)</sup> 논리적 귀결관계는 리케츠의 표현대로 진술의 내용을 측정하는 역할을 한다.<sup>26)</sup> 그러므로 만일

22) Carnap(1963), 47쪽.

23) 카르납에 의하면 타르스키(A. Tarski)와 콰인(W. Quine)은 논리적 진리와 사실적 진리간의 확고한 경계는 없으며 그 둘은 단지 정도에 있어서만 차이가 있을 따름이라고 생각했다. Carnap(1963), 64쪽.

24) *TLP*, 5.122.

25) *TLP*, 5.141.

26) Ricketts(1994), 184쪽.

수학의 명제들이 의미나 내용이 없다면 수학의 명제들로부터는 경험적 명제들이 논리적으로 따라 나올 수 없다. 즉 경험적 명제를 함축할 수 없다. 왜냐하면 수학의 명제들로부터 경험적 명제들이 따라 나온다면 전자는 후자가 지닌 의미나 내용 이상의 내용을 갖게 되며 따라서 수학의 명제들도 경험적 의미를 갖는다는 이야기가 되기 때문이다. 그러나 이것은 수학의 명제들이 아무 내용을 지니지 않는다는 견해에 위반된다. 그러므로 수학의 진리가 내용이 없는 진리라면 **R2**가 성립해야 한다.

3

괴델에 의하면 구문론을 통해 논리-수학적 체계를 도입함에 있어 카르납이 생각한 것처럼 아무 제약도 부과되지 않으며 그러한 의미에서 논리-수학적 체계의 선택에 있어 우리가 자유롭도록 ‘처형’되어 있는 것이 아니다. 오히려 일관성의 증명의 조건이란 제약조건이 부과되어 있으며 이러한 조건은 그의 제 2 불완전성 정리에 비추어 실현이 불가능하다. 그러므로 카르납의 구문론의 계획은 실현 불가능한 계획으로서 포기해야 한다. 괴델은 카르납의 계획이 수학은 아무 내용도 대상도 없는 보조적인 문장들의 체계에 불과하다는 입장에서 출발한 것이며<sup>27)</sup> 따라서 위와 같은 결말로 인해 우리가 내려야 할 결론은 “수학적 대상이나 사실이 정확하게 객관적인 것으로 (다시 말해, 우리의 규약이나 구성과는 무관한 것으로) 실재한다(exist)”<sup>28)</sup>는 실재론적 수학관이라고 주장하고 있다.

사전에 일관성이 증명되어야 한다는 조건은 수학이 경험적 진리들 간

27) 카르납에 의하면 “형식과학은 아무 대상도 갖지 않는다. 그러한 과학들은 대상도 내용도 없는 보조적인 진술들의 체계에 불과하다.”(이텔릭체 강조 원저자, Carnap (1935/1953), 128 쪽)

28) G del(1953/9), 337쪽. 괴델은 카르납의 계획의 좌절로부터 경험과학과 형식과학, 분석적 명제와 종합적 명제를 확연히 구분하지 않는 자연주의적인 노선을 걷는 반면에 괴델은 수학과 경험과학을 구분하면서도 전자에 대해 사실적 내용을 인정하는 길을 선택한다.

의 추론을 가능하기 위해 덧붙여진 내용이 없는 보조적인 문장들의 체계에 불과하다는 입장에서 비롯되는 것이라고 괴델을 생각하고 있는데 골드파브와 리케츠는 그러한 괴델의 해석이 카르납으로서는 받아들일 수 없는 ‘경험적 진리’의 개념에 입각해 있다고 비판한다. 골드파브는 “괴델의 논증이 경험적 사실에 관해 서로 다른 언어적 틀(linguistic framework)을 초월하는 혹은 가로지르는 개념을 전제하고 있다”<sup>29)</sup>고 주장하면서 이처럼 언어적 틀에 선행하여 주어지는 “사실”이나 “경험 세계”의 개념은 카르납이 내세운 관용의 원리에 비추어 받아들일 수 없는 것이라고 말하고 있다. 괴델이 가정하고 있는 “경험 세계”나 “사실”은 언어와 무관하게 존재하는 실재적인 것이다. 만일 그러한 실재적인 사실이 존재하고 논리학과 수학이 그러한 사실 간의 추론을 가능하게 하여야 한다면 그러한 조건은 논리적 규칙에 부과되는 선험적 제약 내지는 도덕(moral)이 되지 않을 수 없다. 그러나 괴델이 생각한 그와 같은 언어 초월적인 경험적 사실은 『언어의 논리적 구문론』에서의 카르납에서는 배척된다. 왜냐하면 카르납의 경험적 사실의 개념은 특정한 언어에서 그 언어의 규칙에 의해 따라 나오는가 않는가에 의해 주어지기 때문이다. 즉 경험적 사실은 언어에 상대적인 것이다.

골드파브와 리케츠의 반론이 성립한다면 일관성의 증명의 조건이 구문론적 규칙에 부과된다는 주장은 배척되지만 그렇다고 해서 특정한 언어의 규칙, 구문론적 규칙이 일관적이어야 한다는 제한조건마저 부과되지 않는 것인가? 나는 그렇지 않다고 생각한다. 위에서 언급한 것처럼 논리학과 수학의 진리와 경험적 진리는 후자만이 사실적 내용을 지닌다는 점에서 확연히 구분된다는 것이 카르납의 일관된 생각이었다. 카르납은 『언어의 논리적 구문론』에서 그러한 구분을 진리 개념을 사용하지 않고 단지 구문론적 규칙만을 사용해서 할 수 있음을 보이려 했다. 구체적으로 카르납은 구문론적 규칙에 의거하여 귀결관계를 정의했으며 그러한 귀결관계에 의거하여 “L-valid”와 “L-contravalid” 개념을 정의했는데, L-valid

29) Goldfarb(1995), 328쪽.

하거나 L-contravalid한 문장들이 논리-수학적 진술들이다. 그러나 그러한 구문론의 규칙이 일관적이지 않다면 그러한 규칙으로부터 따라 나오는 것 없는가에 의해 어떤 부류의 문장을 구분해 내는 것은 불가능하다. 왜냐하면 비일관적인 규칙으로부터는 모든 문장이 따라 나오기 때문이다. 이 점을 프레게와 힐버트의 수리철학이 그의 구문론적 계획에 어떤 식으로 영향을 주었는가를 살펴봄으로써 확인할 수 있다.

잘 알려진 대로 프레게는 논리체계를 이루는 기호들을 의미가 배제된 것으로 간주하는 수학적 형식주의에 반대했다. 프레게도 논리체계를 공리적 방식으로 수립했지만 공리체계에 등장하는 문장들은 의미와 진리치를 갖는 것으로 간주했다. 이에 반해 힐버트는 논리체계를 그 안에 등장하는 기호들의 의미를 배제한 형식적인 체계로서 수립했다. 위에서 언급한 것처럼 카르납은 이러한 힐버트의 형식적인 방법을 좇아 논리적 구문론의 계획을 추진하게 된다. 힐버트는 형식체계에서의 공리와 추론규칙은 그 공리에 등장하는 용어들의 의미를 정의하는 것으로 간주했다. 예를 들어 형식적인 문장 논리체계에서의 공리와 추론규칙은 그 공리에 등장하는 문장연결어의 의미를 규정한다. 힐버트에 있어서는 형식체계가 일관성을 지니는 것이 중요했는데 왜냐하면 형식체계가 일관성을 지닌다는 것이 그것에 속한 형식적인 것으로서의 문장들이 참이며 또한 공리들에 의해 정의된 것들이 존재한다는 것을 의미하기 때문이었다.

임의적으로 설정된 공리들이 그 전체 귀결과 더불어 서로 모순을 일으키지 않는다면, 그 공리들은 참이며 공리들에 의해 정의된 사물들은 존재하는 것입니다. 이것이 나에게 있어 진리와 존재의 기준인 것입니다.<sup>30)</sup>

형식체계가 일관적이지 않으면 공리들에 의해 정의된 것들이 존재한다고 말할 수 없다. 그러나 역으로 공리들이 일관적일 경우 그것들에 정의된 것들이 존재할 가능성이 있다고 할 수는 있어도 반드시 존재한다고

---

30) Hilbert(1899), 66쪽.

말할 수 있는 것은 아니다. 더욱이 일관적인 공리가 대상들을 일의적으로 정의한다고 말할 수도 없다. 예를 들어 군론(group theory)에서 군(群)에 관한 공리를 만족하는 대상은 수 없이 많이 있을 수 있다. 군의 공리는 그것을 만족하는 모델들이 공통적으로 지니고 있는 어떤 구조를 기술하고 있다고 말할 수 있다. 그러한 모델들은 공리가 기술하는 구조는 공통적으로 지니고 있을 것이나 모든 면에서 구조가 동일하다고 말할 수 없다. 그렇지만 그것의 모든 모델이 서로 동형(isomorphic)이라는 의미에서 범주적(categorical)이라면 대상들을 일의적으로 정의할 수가 있는가? 그렇지 않다는 것을 자연수에 관한 페아노(G. Peano)의 공리체계는 보여주고 있다.

페아노의 공리체계에는 ‘0’, ‘자연수’, ‘후자’ 등 세 가지 용어가 등장한다. 0을 0으로 그리고 후자를 +1의 연산을 한 결과로 해석하면 통상적인 자연수의 모델을 얻는다. 그 대신 0을 수 6으로 그리고 후자를 +2의 연산을 한 결과로 해석하면 {6, 8, 10, ...}으로 이루어지는 자연수 모델을 얻게 된다. 이 두 모델은 서로 동형이기는 하지만 서로 다른 모델이며 이 가운데 어떤 모델을 선택해야 할지를 형식적인 공리체계로서 페아노 체계는 가르쳐 주지 않는다. 다음과 같은 러셀의 말은 바로 그 점을 지적한 것이다.

“0”과 “자연수” 그리고 “후자”를 페아노의 다섯 가지 공리를 통해서 정의할 수 없으며 별도로 이해해야 한다는 점이 중요하다. 우리는 우리의 수가 수학적 공식을 증명할 뿐만 아니라 올바른 방법으로 통상적인 사물에 적용되기를 바라는 것이다. 우리는 열 개의 손가락과 두 개의 눈 그리고 하나의 코를 갖기를 원하는 것이다. “1”이 100을 의미하고 “2”는 101을 의미하는 등의 체계는 순수수학에는 적합할지 몰라도 일상생활에는 어울리지 않는 것이다.<sup>31)</sup>

러셀의 이러한 염려는 프레게에서도 찾아 볼 수 있다. 카르납은 프레게

31) Russell(1993), 9쪽.

가 힐버트 류의 수학적 형식주의를 배척한 이유를 다음과 같이 밝히고 있다.

프레게는 수학의 기초의 문제들을 해결할 수 있는 것은 우리가 순수수학만을 의식할 것이 아니라 사실의 문장에서 수학의 개념이 사용되는 것을 의식할 경우에 한 한다는 것을 이미 강조한 바 있다. 그는 기수(cardinal number)에 관한 자신의 분석을 “내 오른 손에 다섯 손가락을 가지고 있다”라는 문장에서 “다섯”이 무엇을 의미하는가 하는 물음을 스스로 제기함으로써 찾아냈다.<sup>32)</sup>

프레게와 러셀은 실생활에 적용될 수 있는 수의 개념을 확보하기 위해 수를 형식적 공리체계를 통해 암묵적으로 정의하는 데서 벗어나 명시적으로 수를 정의하려 했다. 그렇지만 수학을 구문론적인 규칙을 통해 제시하려는 카르납은 이 길을 걸을 수 없었다.

힐버트의 형식체계는 오직 수학만을 포함하는 체계였다. 그러나 그러한 체계의 공리, 형성규칙과 변형규칙에 의해 정의되는 수학적 개념이 실생활에, 특히 물리학에 적용할 수 있는 개념이 되도록 하기 위해 카르납은 수학적 개념을 명시적으로 정의하는 대신에 수학과 논리를 정의하는 구문론적 규칙에 덧붙여 새로운 구문론적 규칙을 추가하는 길을 선택했다.

먼저 수학을 힐버트의 방식에 따라 순수 형식체계로 구성한 다음 수학적 기호들과 문장들을 물리학에 응용할 수 있도록, 수학의 정리를 물리학의 언어 내에서의 연역을 하는데 사용할 수 있도록 규칙을 추가한다고 하자. 그러면 이 후자의 규칙이 묵시적으로 수학의 해석을 제공해야 한다고 생각되었다. 나는 그러한 해석이 본질적으로 프레게와 러셀의 논리주의의 해석과 일치할 것으로 믿었다.<sup>33)</sup>

『언어의 논리적 구문론』에서 카르납이 제시하는 구문론의 체계로서의 언어는 논리-수학의 용어만이 아니라 비논리용어를 포함한다. 그러나 괴

32) Carnap(1963), 48쪽.

33) Carnap(1963), 48쪽.

텔의 해석과는 달리 카르납은 먼저 경험적 문장을 확보한 다음 논리-수학의 규칙을 그 위에 부과하는 것이 아니라, 처음 순수수학의 형식체계에서 시작해 경험과학에서 수학적 개념을 사용할 수 있도록 경험과학에 해당하는 규칙을 추가하는 것이었다. 카르납은 그렇게 함으로써 프레게와 러셀이 수학적 개념을 명시적으로 정의한 효과를 얻을 수 있을 것으로 기대했던 것이다. 이러한 해석이 옳다면 처음의 순수수학의 체계는 물론이고 새로 규칙을 추가함으로써 확장된 체계로 일관적이어야 한다. 그 체계들은 구문론의 규칙을 통해 경험적 세계에 적용될 수 있는 논리-수학의 개념을 묵시적으로 정의하는 것으로 생각되는데 비일관적인 규칙의 체계의 의해서는 어떤 개념도 적절하게 정의되지 않을 것이기 때문이다.

## 4

앞 절에서의 논의는 카르납의 목적을 달성하기 위해서는 구문론적 규칙이 적어도 일관성을 지녀야 한다는 제약조건을 충족시켜야 한다는 것을 보여주는 것으로 생각된다. 그러나 위에서 언급한 것처럼 일관성의 조건이 아닌 일관성의 증명의 조건을 충족시켜야 한다는 것이 괴텔의 주장이었는데 그러나 과연 괴텔이 말한 것처럼 일관성의 증명이라는 보다 강한 제약조건이 요구되는가? 어워드(S. Awordy)와 캐러스(A. W. Carus)는 일관성의 증명의 조건이 요구된다고 주장하는 괴텔의 논증이 오류임을 지적하고 있다.<sup>34)</sup> 그들은 우선 구문론적 규칙의 경험적 무내용성과 일관성 사이에 다음과 같은 관계가 성립한다는 점에 주목한다.

- A. 구문론적 규칙이 경험적 사실을 표현하는 어떤 명제의 참 혹은 거짓도 함축하지 않으면 구문론적 규칙은 일관적이다.

A로부터 다음이 성립함을 알 수 있다.

---

34) Awordy&Carus(2003).

- B. 구문론적 규칙이 경험적 사실을 표현하는 어떤 명제의 참 혹은 거짓도 함축하지 않는다는 것이 증명되면 구문론적 규칙이 일관적임도 증명된다.

또한 A와 B로부터 각각 A\*와 B\*가 성립함을 어렵지 않게 알 수 있다.

- A\*. 구문론적 규칙이 경험적 사실을 표현하는 어떤 명제의 참 혹은 거짓도 함축하지 않음이 요구되면 구문론적 규칙이 일관적임도 요구된다.

- B\*. 구문론적 규칙이 경험적 사실을 표현하는 어떤 명제의 참 혹은 거짓도 함축하지 않는다는 것을 증명하는 것이 요구된다면 구문론적 규칙이 일관적임을 증명하는 것도 요구된다.

어워드와 캐러스는 괴델이 B\*와 R2로부터 R1을 추론하고 있는데 정당한 추론은 A\*와 다음의 전제 S2로부터 S1으로 나아가는 추론이라는 것이다.

- S1. 구문론적 규칙이 일관적임이 요구된다.

- S2. 구문론적 규칙이 경험적 사실을 표현하는 어떤 명제의 참 혹은 거짓도 함축하지 않음이 요구된다.

구문론적 규칙이 일관적임의 증명이 요구되는지 혹은 단순히 일관적임이 요구되는지 여부는 그 규칙이 경험적 무내용성의 증명이 요구되는가 혹은 단순히 무내용성만이 요구되는가에 달려있다. 어워드와 캐러스는 후자를 지지하고 있다. 그 경우 구문론적 규칙에 요구되는 제약조건은 일관성의 증명이 아닌 단순한 일관성에 그치게 된다. 그러나 골드파브와 전영삼은 그러한 완화된 제약조건마저도 카르납의 구문론적 규칙에는 부과되지 않는다고 주장한다. 예를 들어 골드파브는 다음과 같이 말하고 있다.

카르납에 있어 비일관적인 언어의 틀을 제안하는 것은 누구에게나 전면적으로 개방되어 있다. 그러한 틀은 물론 매우 유용하지는 않을 것이다. 그렇지만 그와 같은 비판의성은 단지 실용성의 문제에 불과한 것이다.<sup>35)</sup>

어떤 구문론적인 체계가 일관적이라면 괴델의 정리에 의해 그것을 증명하는 것은 불가능하다. 반면에 비일관적이라면 당장은 아니더라도 언젠가는 증명이 될 수도 있다. 그러므로 하나의 언어체계를 제안함에 있어 그 체계가 비일관적인 것으로 증명되기 전까지는 일관적인 체계일 것으로 희망하면서 그 체계에 관한 여러 명제를 증명하려 할 수 있다. 왜냐하면 그 체계가 설사 후에 비일관적인 체계인 것으로 증명된다고 하더라도 그 이전까지는 그 체계를 연구함으로써 의미 있는 학문적 결실을 거둘 수 있기 때문이다. 그렇기 때문에 비일관적인 체계라고 하더라도 비일관적임이 드러나기 전까지는 어떤 유용성이 있을 수 있다고 말할 수 있을 것이다. 그러나 위의 골드파브의 언급은 비일관적임이 증명된 이후라도 언어의 틀을 포기할 필요가 없음을 주장하는 것 같다. 왜 그런가? 아마 골드파브는 다음과 같이 생각할지 모른다.

비일관적임이 명확하게 증명된 체계라도 그것을 유지하는 것이 아직은 유용할지도 모르고 전혀 유용하지 않을지도 모른다. 전자라면 구문론적인 체계로서 언어의 틀을 유지하는 것이 옳고 그름의 문제가 아니라 유용성에 따른 선택의 문제이니만큼 그 체계를 계속 유지하는 것이 허용된다. 후자의 경우라고 할지라도 그것은 단지 문제의 체계가 유용하지 않을 따름이지 그 체계가 옳지 않다고 말할 수는 없으므로 그것을 유지하는 것이 반드시 금지되어야 하는 것은 아니다. 전영삼도 전영삼(2009)에서 프라이어(A. N. Prior)의 논리연결어 ‘tonk’를 포함하는 체계가 비일관적임을 곧장 증명할 수는 있지만 그럼에도 비일관적이라는 것은 체계의 유용성과 관련된 문제이며 옳고 그름의 문제와는 관련이 없는 문제이기 때문에 그러한 체계를 유지하는 것이 허용된다는 입장을 지지하고 있는 것으

35) Goldfarb(1995), 328쪽.

로 보인다.

유용성은 의도와 목적의 함수이다. 그런데 이미 비일관적임이 입증된 체계를 계속 유지하는 것이 유용성이 있다고 한다면 어떤 목적과 의도를 지닌 연구자에게 그러할 것인지 이해하기 곤란하다. 또한 그러한 체계가 아무 유용성이 없음에도 불구하고 다시 말해 어떤 목적과 의도를 지닌 연구자에게도 그 체계를 유지하는 것이 보탬이 되지 않음에도 불구하고 그 연구자가 그 체계를 유지하는 것이 허용된다고 말한다면 이 경우의 ‘허용’의 의미가 어떤 것일지 이해하기 어려울 것이다. 만일 어떤 윤리학자가 도덕이 규약적임을 내세우면서 살인을 용납하는 도덕체계가 아무 유용성이 없지만 그럼에도 불구하고 어떤 사회가 그러한 도덕체계를 유지하는 것은 ‘윤리적으로 허용’된다고 한다면 여기서 윤리적으로 허용된다는 것이 무슨 의미가 될지 이해할 수 없는 것과 마찬가지이다.

이미 비일관적임이 증명된 체계가 아직도 유용성이 있다는 주장이나 혹은 유용성이 없다고 하더라도 잘못된 체계라고 말할 수 없으므로 계속 유지하는 것이 허용된다는 주장은 모두 납득하기 곤란하다. 그러나 보다 중요한 것은 골드파브와 전영삼의 입장이 다음과 같은 글에서 드러나는 카르납의 생각과는 배치되는 것으로 보인다는 점이다.

나는 나의 관용의 원리에 의해 구성주의적 정의 및 증명과 비구성주의적인 것 간에 구별을 하는 것이 중요하기는 하지만, 어떤 형식의 절차를 금하는 대신에 실용적인 면에서 유용한 모든 절차를 허용하는 것이 권장할 만한 가치가 있음을 역설한 바 있다. 예를 들어 구성주의나 직관주의가 허용하는 절차 같은 것이 다른 것에 비해 보다 안전한 것은 사실이며 따라서 가능한 한 그러한 절차를 적용하는 것이 권장할 만 하지만 일관성의 증명을 확보하지 않았기 때문에 덜 안전하다고 할지라도 실용적인 면에서 물리학에 필수불가결한 것으로 보이는 다른 형식과 방법도 있는 것이다. 그 경우 **아직 어떤 모순도 발견되지 않는 한에서** 그러한 절차들을 금해야 할 아무 좋은 이유도 없어 보인다.(볼드체 강조 필자)<sup>36)</sup>

36) Carnap(1963), 49쪽.

위의 글에서 드러나는 카르납의 생각은 명확하다. 카르납은 프레게를 따라 물리학과 같은 경험과학에 적용할 수 있는 수학의 개념을 구문론적인 방식으로 정의하고 싶어 했다. 그러나 그와는 다른 목적에 부합하는 언어의 틀을 수립하는 것도 얼마든지 허용되어야 한다고 생각했다. 그러나 그러한 체계들이 허용되는 것은 그것들이 모순을 지니고 있다는 것이 증명되지 않은 때까지이다. 다시 말해 비일관적임이 증명되지 않은 동안 만이다. 이미 비일관적임이 증명되었다면 그것은 그 체계를 금해야 할 좋은 이유가 된다. 카르납은 이미 비일관적임이 증명된 체계도 얼마간 유용성이 있을 수 있을 것으로 생각하지 않았으며 또한 전영삼이나 골드파브처럼 유용성이 없다고 하더라도 그것이 그 체계를 금해야 적절한 이유가 되지 않는다고도 생각하지 않은 것이다.

## 5

카르납은 『언어의 논리적 구문론』에서 “관용의 원리”를 통해 구문론적 규칙으로서 언어적 틀을 선택함에 있어 우리를 규제하는 어떤 규칙도 없다고 선언했다. 사르트르의 표현을 빌면 우리는 우리가 원하는 대로 언어적 틀을 자유롭게 선택하도록 ‘처형’되었다. 언어의 틀의 선택은 옳고 그름의 문제가 아니며 유용성의 문제이다. 옳고 그름의 문제는 일단 선택이 이루어진 다음에 생긴다.

이러한 카르납의 입장에 대해 괴델은 일관성의 증명의 요구가 카르납의 계획에서 구문론적 체계로서 논리-수학체계를 선택할 수 있는 자유의 한계를 설정한다고 주장했다. 그러한 요구조건은 그렇지만 그의 불완전성 정리에 의해 충족할 길이 없기 때문에 카르납의 계획은 처음부터 좌초할 수밖에 없는 운명이다. 이러한 괴델의 비판에 대해 카르납을 옹호하는 일단의 철학자들은 괴델의 생각이 카르납의 관용의 원리를 얼마간 오해한 데서 비롯되며 카르납에 있어 언어의 틀을 선택할 자유의 폭은 설사 비일관적임이 증명된 체계라도 허용될 만큼 폭이 넓다고 주장하고 있다.

철학탐구 제28집

그러나 구문론적 계획을 추진하는 카르납의 의도에 비추어 볼 때 일관성의 증명은 아니더라도 일관성을 지녀야 하는 것이 구문론적 체계로서 논리-수학적 체계를 선택함에 있어 자유의 한계이며 이미 비일관적임이 증명된 체계를 유지하는 것은 카르납의 관용의 원리에 의해서도 허용되지 않는다고 해야 할 것이다.

(중앙대학교)

참고문헌

- 박일호(2007), “괴델과 카르납: 수학은 언어의 구문론인가?”, 『과학철학』 10-1, 27-56.
- 전영삼(2009), “괴델 이후의 힐베르트와 카르납: 체계 상대성 문제를 중심으로”, 『과학철학』 12-2, 111-150.
- Awordy, S. & Carus, A. W.(2003), “Carnap vs. G del on Syntax and Tolerance”, P. Parrini et al.(eds.), *Logical Empiricism: Historical and Contemporary Perspectives*, University of Pittsburg Press, 57-64.
- \_\_\_\_\_ (2007), “The Turning Point and the Revolution; Philosophy of Mathematics in Logical Empiricism from *Tractatus* to *Logical Syntax*”, A. Richardson & T. Uebel(eds.), *The Cambridge Companion to Logical Empiricism*, Cambridge University Press, 165-192.
- Brouwer, L. E. J.(1975), *Collected Works 1. Philosophy and Foundations of Mathematics*, A. Heyting(ed.), Amsterdam: North-Holland.
- Carnap, R.(1935/1953), “Formal and Factual Science” in H. Feigl and M. Brodbeck(eds.), *Readings in the Philosophy of Science*, 1953, Appleton-Century-Crofts, pp. 123-8에 게재된 영문 번역. 원문은 “Formalwissenschaft und Realwissenschaft”, *Erkenntnis* 5, 30-37.
- \_\_\_\_\_ (1937), *The Logical Syntax of Language*, A. Smeaton 번역, Routledge.
- \_\_\_\_\_ (1963), “Intellectual Autobiography” in P. A. Schilpp(ed.), *The Philosophy of Rudolf Carnap*, The Library of Living Philosophers, 11, Open Court. 1-84.
- Frege, G.(2007), *The Foundations of Arithmetic*, D. Jacquette 역, Pearson Education, Inc..
- G del, K.(1953/9), “Is mathematics syntax of language?” version III/V,

- G del's Collected Works, Vol. III*, Oxford: Oxford University Press, 1995, 334-355.
- Goldfarb, W.(1995), "Introductory note to \*1953/9", *Godel's Collected Works, Vol. III*, Oxford: Oxford University Press, 324-334.
- Hilbert, D.(1899), "Hilbert an Frege 29.12.1099", G. Frege, *Wissenschaftlicher Briefwechsel* (G. Gabriel 등 편집), Felix Meiner Verlag, 65-8쪽.
- Ricketts, T.(1994), "Carnap's Principle of Tolerance, Empiricism, and Conventionalism," P. Clark & B. Hale(eds.), *Reading Putnam*, Cambridge: Blackwell, 176-200.
- \_\_\_\_\_ (2007), "Tolerance and Logicism; Logical Syntax and the Philosophy of Mathematics", M. Friedman & R. Creath (eds.), *The Cambridge Companion to Carnap*, Cambridge University Press, 200-225.
- Russell, B.(1993), *Introduction to Mathematical Philosophy*, Dover Publication, Inc..
- Sartre, Jean-Paul(2001), "Existentialism and Humanism", *Jean-Paul Sartre: Basic Writings*, Stephen Priest(ed.), Routledge, 26-57.
- Wittgenstein, Ludwig(1974), *Tractatus Logico-Philosophicus*, D. F. Pears와 B. F. McGuinness에 의한 번역, Routledge.
- Wilder, R. L.(1965), *Introduction to the Foundations of Mathematics*, John Wiley and Sons, Inc..

## Limit of Liberty in Mathematics

Jong-kwon Lee

In his *Logical Syntax of Language* Carnap proposed “the Principle of Tolerance” to the effect that there is no limit of our freedom to choose a language as a syntactical system. G del criticized that whereas the rules of syntax should satisfy the requirement that it should be demonstrated beforehand that they are consistent, it cannot be met in view of his Second Incompleteness Theorem. However, some philosophers including W. Goldfarb and Yongsam Chon(전영삼) retorted in defending Carnap that the freedom allowed by the Principle of Tolerance is wide enough to permit inconsistency. It is argued that in view of Carnap’s intention to define implicitly the logico-mathematical terms by adopting the suitable rules of syntax, the requirement that the syntactical rules should be consistent is a minimum limit to our freedom in mathematics and it is not permitted by the Principle to maintain the rules of syntax which were already proved to be inconsistent.

Key Words: Philosophy of Mathematics, Carnap, G del, Principle of Tolerance, Conventionalism

이종권 e-mail: leejk@cau.ac.kr

투고일	2010년 10월 16일
심사일	2010년 10월 20일
게재확정	2010년 11월 10일