수학적 증명에 있어서 계산과 실험의 구분

—비트겐슈타인의 LFM과 RFM을 중심으로—

박 만 엽*

주제분류 논리철학

주 요 어 수학철학, 수학적 증명, 계산, 실험, 규칙, 문법, 언어놀이

요 약 문

이 논문의 주된 목적은 비트겐슈타인의 저작 LFM과 RFM을 중심으로 수학적 증명에 있어서 계산과 실험의 구분을 논의하는 데 있다. 비트겐슈타인의 수학철학에서 다루는 주제는 다양하다. 비트겐슈타인은 객관적인 수의 존재를 인정하는 수학적 플라톤주의를 기본적으로 받아들이지 않는다. 비트겐슈타인의 수학철학을 관통하는 가장 유망한 관점은 '실천'이다. 그의 생각은 수학은 인간의 실천적 활동에 의한 산물이라는 생각에로 귀결된다. 상식적 견해에 의하면, 비트겐슈타인이 제기한 계산과 실험의 구분은 사소한 문제로 오해받을 수 있다. 하지만 이러한 오해는 비트겐슈타인의 생각을 오독한 것에 지나지 않는다. 그 이유는 비트겐슈타인이 계산과 실험의 구분을 통해 자신만의 독창적인 철학적 방식으로 수학적 증명의 조망가능성, 증명과 규칙, 규칙과 언어놀이, 수학적 명제, 수학과 논리학 등과 같은 수학의 기초적 문제를 천착하고 있기 때문이다. '계산'이라는 표현은 우리가 사용하는 언어의 문법에 근거하며, '계산'이라는 언어놀이는 경험적 사실의 발견과 다르다. 따라서 계산을 하는 행위는 본질적으로 규칙을 따르는 행위로서 '삶의 양식' 안에서 통용될 수 있는 언어놀이와 관련이 있다.

* 서울시립대학교

www.kci.go.kr

Ⅰ

비트겐슈타인의 수학철학에서 다루는 주제는 다양하다. 특히 비트겐슈타인은 '수학의 기초'에 관해 남다른 비판적 관심을 보였다. 철학은 어떤 이론으로도 어떤 학파로부터 설명될 수 없다는 그의 강한 확신은 수학철학에서 다루어지는 여타의 수학기초론에 대해 비판적 입장을 고수한다.[1] 때문에 비트겐슈타인은 수가 사유와 언어로부터 독립적으로 존재한다는, 객관적인 수의 존재를 인정하는 수학적 플라톤주의[2]를 기본적으로 받아들이지 않는다. 아울러 비트겐슈타인이 수리논리학에서 논의되는 칸토어의 대각선 논법, 데데킨트의 절단, 배중률, 무리수의 확장 등과 같은 문제들에 대해 비판적 입장을 취하는 것은 수학이 이미 결정된 사실들의 발견이라는 플라톤적 실재론을 거부하는 것과 관련이 있다. 이러한 그의 입장에서는 아직 구성되지 않는 수학적 대상을 포함하는 자연수 전체의 집합은 무의미한 표현에 지나지 않는다.

수학기초론에 대한 비판적 탐구 정신은 궁극적으로 철학의 본성에 대한 자신의 태도와 관련이 있다. 철학의 문제는 잘못된 언어놀이(language

---

1) 이러한 관점에서 비트겐슈타인은 수학이란 인간의 정신으로부터 독립적인 수학적 실재를 다루는 실재론적 수학관, 인간 정신의 구성물이라는 직관주의적 수학관, 경험의 일반화라는 경험주의적 수학관, 수학은 의미 없는 기호들로 이루어지는 놀이이며 수학적 체계는 형식체계라는 형식주의적 수학관, 수학적 명제는 인간이 부여한 의미에서 참이라는 규약주의적 수학관, 수학은 논리학으로부터 도출 가능하다는 논리주의적 수학관, 수학은 추상적인 구조를 다룬다는 구조주의적 수학관을 모두 비판하고 있다. 비트겐슈타인(2010), 『비트겐슈타인의 수학의 기초에 관한 강의』, Cambridge, 1939, 박정일 옮김, 올, 옮긴이 서문, 참조. 이하 상세한 논의는 박만엽(2006), 『수학철학』, 철학과 현실사, 59~156쪽 참조할 것.

2) 플라톤주의라는 명칭은 폴 베르네이Paul Bernays가 1934년 행한 "수학에 있어서 플라톤주의에 대하여"라는 강연에서 공식적으로 붙여졌다. 플라톤주의는 어떤 단일한 이설 혹은 일정한 철학적 이론이 아니다. 그것은 수학의 발견적 그림을 구성하기 위해 만들어진 표현들을 묶어놓은 것이다. Benacerraf(1982), *Philosophy of Mathematics*, 『수학의 철학』, 박세희 옮김, 아카넷, 396~416쪽 참조.

www.kci.go.kr

game)에 의해 생긴 마음의 고통을 제거하려는 철학적 치료를 통해서 진정으로 철학하는 사람이 열망하는 '사고 속의 평화'(CV, 92)[3]를 추구할 수 있게 된다. 다시 말해, 철학의 목적은 치유적인 것, 즉 말이 안 되는 말을 하지 않고, 해답이 없는 문제로 괴로워하지 않도록 우리를 지켜주는 것이다. 철학이 명료성을 획득하는 것은 철학적 문제들의 해결에 의해서가 아니라, 그 문제들이 사라지기 때문이다. 그렇다면 철학이란 왜 그렇게 복잡한가? 이러한 물음에 대한 비트겐슈타인은 다음과 같이 응답한다.

> 철학은 왜 그렇게 복잡한가? 철학은 결국 **완전하게** 단순해져야 한다. -철학은 어리석게도 우리가 사유 속에 묶어 맺은 매듭들을 푼다. 그러나 그렇게 하기 위해서는 철학은 꼭 그 매들들 만큼 복잡한 활동을 하지 않으면 안 된다. 비록 철학의 **결과**는 단순하지만, 철학이 그 결과에 도달하려면, 그 방법은 그렇게 단순할 수 없다.
>
> 철학의 복잡성은 그것의 주제에 있지 않고, 매듭으로 묶인 우리의 이해에 있다. (PR, 52)

무엇보다도 비트겐슈타인의 수학철학을 관통하는 가장 유망한 관점은 '실천'(practice), 즉 수학을 인간행위자의 실천을 통해 수학의 객관성(더 나아가서는 수학의 강제성)을 확보할 수 있다는 생각이었다. 그의 생각은 수학은 인간의 실천적 활동에 의한 산물이라는 생각에로 귀결된다. 그에 따르면, 논리학이나 수학의 진리는 인간들이 하는 행동들의 일치(agreement)에 의해서 결정된다. 즉 수학은 기호들을 변형시키는 과정이며, 하나의 명제에서 다른 명제를 추론하는 것이다. 때문에 수학적 추론

---

3) 필자는 앞으로 비트겐슈타인의 저작을 인용할 적에는 따로 각주를 달지 않고 본문에 넣는 관례를 따른다. 비트겐슈타인의 저작에 관한 약어 본 논문의 참고문헌에 괄호로 묶어 놓았다. 이를테면 *LFM*, 23은『수학의 기초에 관한 강의』이 책의 좌우 날개에 붙은 번호이며, *RFM*, 1 §142는『수학의 기초에 관한 고찰』1부 142절을 뜻한다.

www.kci.go.kr

은 더 높은 수학적 실재 혹은 이상에 의해서 지지되지 않는다. 수학은 오히려 인간의 문화적, 인류학적 사실의 한 부분에 속하는 것이다. 수학에서 옳은 추론은 일정한 규약이나 사용에 의해 결정된다. 이러한 생각의 밑바탕에는 이른바 가족유사성(family resemblance) 원리로 잘 알려진 후기 비트겐슈타인의 비본질주의로의 사상적 전환이 깔려 있다. "'본질적'이라는 것은 결코 대상의 속성이 아니라 오히려 개념의 징표이다." (RFM, I §73) "**본질**에 대해서 말하는 사람은 단지 어떤 규약을 확인하고 있을 뿐이다."(RFM, I §74) 비유적으로 말해서, 말랑말랑한 자보다 엄밀한 자를 이용하는 규약이 더 참(진리)인 것이 아닌 이유는 그것이 그저 더 유용할(useful)이다. 이런 맥락에서 비트겐슈타인은 수학의 증명이 궁극적으로 규칙의 체계 속에 포함되며 그 규칙은 공적으로 엄격하게 준수되어야 하며 학습될 필요가 있다는 점을 강조한다.

Ⅱ

1939년에 케임브리지 대학에서 진행된『비트겐슈타인의 수학의 기초에 관한 강의』(*Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics*, 이하 *LFM*으로 약함)는 수학철학, 특히 '수학의 기초'와 관련된 대부분의 주제를 폭넓게 다루고 있다. 의미와 사용, 계산과 실험, 증명의 역할, 모순, 역설, 진리, 대응, 프레게와 러셀 논리학의 의의, 논리학과 수학의 관계 등에 대해 자신의 생각을 밝히고 있다.[4)]

수학적 증명과 관련해서 계산과 실험에 관한 논쟁은 *LFM* 제10강의에서 시작해 제18강의로까지 이어진다. 이 논쟁은『수학의 기초에 관한 고찰』(*Remarks on the Foundation of Mathematics*, 이하 *RFM*으로 약함) 제1부 §75~105 그리고 제2부 §65~76에서 집중적으로 논의되고 있다.

4) 박정일, 위의 책, 옮긴이 서문 참조.

www.kci.go.kr

상식적인 견해에 따르면, 계산은 수학에서 행해지는 사칙연산과 같은 것이고, 실험은 과학(물리학, 화학, 생물학 등)에서 행해지는 것으로 생각한다. 때문에 '25×25=625'와 같은 수학적 명제는 계산의 영역에 속하고, "만일 어떤 기체의 양이 일정하게 유지된다면, 압력과 부피의 곱은 온도와 R의 곱과 같다."(P · V=T · R, V=T / P · R) (여기서 R은 우리가 문제 삼는 기체의 양에 따라 달라지는 상수이다.) 는 보일과 샤를의 법칙은 과학의 실험과 관련된 명제라 할 수 있다.

이러한 상식적인 견해에 따르면 비트겐슈타인이 제기한 계산과 실험의 구분은 사소한 문제로 오해받을 수 있다. 그렇지만 이러한 오해는 비트겐슈타인의 생각을 오독한 것에 지나지 않는다. 왜냐하면 비트겐슈타인은 계산과 실험의 구분을 통해 수학적 증명과 경험적 탐구, 수학적 증명의 적용가능성, 수학적 증명과 창조적 개념형성, 개념 형성과 수학적 증명의 강제성, 수학적 증명의 조망가능성 등과 같은 문제들을 다루면서 궁극적으로는 수학은 무엇이며, 왜 우리는 수학을 행하는가 하는 근원적 문제를 자신만의 독창적인 철학적 방식으로 천착하고 있기 때문이다. 아울러 이러한 문제들의 탐구와 더불어 그로부터 파생되는 수학철학의 전반적 문제들을 다 건드리고 있기 때문이다.

계산과 실험의 구분에 관한 본격적인 논의에 앞서 먼저 규명할 대목이 있다. 그것은 바로 비트겐슈타인이 수학의 기초에 관한 수학자들의 일반적 태도에 동의하지 않는다는 점이다. 순수 수학에 대한 비트겐슈타인의 공격은 이미 1932년~1933년 강의에서 두드러지게 나타났다.[5] 특히 '수학자를 위한 철학' 강의에서는 당시 대학생들이 대표적 수학교재로 사용했던 하디G. H. Hardy의 『순수 수학』(*Pure Mathematics*)의 해로운 영향에 맞서 싸우고자 했다. 즉 그는 순수 수학에 둘러싸인 철학적 연기(gas)와

5) 이하의 논의는 레이 몽크(1998), 『루드비히 비트겐슈타인, 천재의 의무 ②』, 남기창 옮김, 문화과학사, 478~481쪽 참조. 비트겐슈타인(2010), 『비트겐슈타인의 수학의 기초에 관한 강의』, 코라 다이아몬드 엮음, 박정일 옮김, 올, 20~21쪽 참조.

www.kci.go.kr

도 같은 것들을 제거하는 것이 철학 본연의 과제를 수행하는 것으로 생각했다.6) 이는 수학이 객관적인 참인 사실들의 발견과 관련되어 있다는 생각을 전면으로 부정한 데서 비롯된다. 비트겐슈타인에게 있어서, 수학이 진리의 발견과 관련되어 있다는 생각은 모두 순수 수학의 성장으로 인해, 그리고 수학이 물리학에서 분리되는 것과 함께 생긴 오류이다. 이에 대한 비트겐슈타인의 대안은 우리가 수학을 (계산하기 위한, 측정하기 위한) 일련의 기술들(techniques)로 본다면, 수학이 무엇에 관한 것인지에 대한 물음은 처음부터 제기되지 않을 것이라고 한다. 비트겐슈타인이 공격하는 하디의 수학에 대한 관점은 다음과 같다.

> …어떤 철학도, 수학적 진리의 변화할 수 없고 무조건적인 타당성을 어떻게 해서든지 인정하지 않는 수학자에게 동정적일 수 없을 것이다. 수학적 정리들은 참이거나 거짓이다. 그것들의 참 또는 거짓은 절대적이며 그것들에 대한 우리의 인식과는 독립적이다. 어떤 의미에서는 수학적 진리는 객관적 실재의 부분이다 … (수학적 명제들)은 어떤 의미에서—아무리 그 의미가 파악하기 힘들고 복잡하다 하더라도—실재에 관한 정리들이다. 우리가 한 수학적 정리를 알고 있을 때, 우리가 알고 있는 어떤 것, 어떤 대상이 존재한다. 우리가 수학적 정리를 믿을 때, 우리가 믿는 어떤 것이 존재한다. 그리고 이는 우리가 믿는 것이 참이든 거짓이든 똑같이 그러하다. … 그것들은 우리 마음의 창조물이 아니다. ……나의 공략 불가능한 느낌, 즉 만일 리틀우드와 내가 골드바흐의 정리를 믿는다면 어떤 것이 존재하며, 우리 모두가 믿는 어떤 동일한 것이 존재하며, 우리들 중 한 사람이 죽었을 때 그리고 후세의 더 능숙한 수학자들이 우리의 믿음이 옳거

6) 수학자 하디에 대한 비트겐슈타인의 비판적 입장은 비트겐슈타인(2010), 14, 169~171, 239~240을 참조할 것. 비트겐슈타인의 이러한 입장은 다음의 글에서도 충분히 엿볼 수 있다. “만일 우리가 (탐구) §1에 있는 예를 고찰한다면, 아마 우리는 낱말의 의미라는 개념이 어느 정도까지 언어의 기능을 안개로 둘러싸는지, 그리하여 우리가 명료하게 보는 것을 불가능하게 만드는지를 짐작할 것이다.—그 안개는 우리가 언어 현상들을 그것들의 원초적인 사용 방식에서 연구한다면 사라진다. 거기에서는 낱말들의 목적과 기능이 명료하게 조망될 수 있다.” (PI, §5)

www.kci.go.kr

> 나 그르다고 증명했을 때에도 그 동일한 어떤 것은 바로 그 동일한 어떤 것으로 남을 것이라는 믿음……[7]

이에 대해 비트겐슈타인은 다음과 같이 논박한다. (물론 비트겐슈타인의 이러한 논박은 하디뿐만 아니라 더 나아가서는 수학이 논리적 기초 위에 서 있다는 칸토르, 프레게, 러셀 등의 입장을 공격하는 것과도 관련이 있다. 비트겐슈타인은 논리학이 수학의 기초라는 입장을 거부함과 동시에 수리 논리학은 단순히 수학의 일부라는 입장을 표명한다.)

> 수학자들의 말은, 그들이 수학을 할 때 엉뚱한 말이 된다. 예를 들면, 수학을 우리 마음이 창조한 것이 아니라고 말한 하디의 말이 그렇다. 그는 철학을 수학과 과학의 단단한 실재들(hard realities) 주변에 있는 하나의 장식물, 하나의 풍취(atmosphere)로서 생각한다. 이런 학문들과 철학은 각각 방의 필수품과 장식처럼 생각된다. 하디는 철학적 의견들에 관해서 생각하고 있다. 철학을 나는 생각을 명료하게 하는 활동으로 생각한다.[8]

수학에 대한 비트겐슈타인의 관점은 (수학적) 발견보다는 (수학적) 발명에 초점을 둔 것으로 평가받을 수 있다. 아울러 비트겐슈타인에게 있어서, 하나의 표현을 이해하는 것은 (그 표현의) 사용을 이해한다는 말과 통한다.

수학적 관점에서는 물론 물리적 세계와의 직접적 연관성에서 양수뿐만 아니라 음수의 제곱근을 구할 수 있다면 매우 유용할 것이라는 사실이 판명되었다. -1에 대한 제곱근을 단순히 가정하거나 혹은 ‘발명’한다면, 우리는 이것을 기호 ‘ i ’로 표기하면 다음과 같은 식이 성립한다.

---

7) Hardy(1929), “Mathematical Proof”, Mind, Jan. 4쪽, 24쪽. 비트겐슈타인(2010), 제13강의(123), 제25강의(239) 재인용.

8) Wittgenstein(1932~5), *Wittgenstein’s Lectures on Cambridge,* p.225. 레이 몽크, (1998), 같은 쪽, 재인용.

www.kci.go.kr

$$i^2 = -1$$

실수를 자기 자신에 곱한 결과는 항상 양수이므로 i의 값은 실수가 될 수 없다. 이러한 이유로 제곱이 음수인 수에 대해서는 관례적으로 허수(imaginary number, 가상의 수)라는 용어를 사용한다.[9)]

비트겐슈타인은 이러한 ‘허수’라는 표현이 처음 도입되었을 때는 많은 지적인 사람들이 충격을 받았지만, ‘허수’라는 표현이 이 새로운 계산 체계를 기존의 수 계산체계에 결합시키기 위해서 사용되고 있다고 설명되고 나서야 비로소 오해는 제거되고 사람들은 만족하게 되었다. 그 오해가 해롭지 않은 이유는 수학자나 물리학자의 관심이 수들의 ‘가상적인’ 성격과는 아무런 관련이 없기 때문이다. 그들의 주된 관심사는 어떤 특별한 기술(technique)이나 계산인 것이다. 이 계산의 관심은 상이한 많은 것들에 놓여 있다. 이것들 중 주요한 것 하나는 그 계산의 실천적인(practical) 적용—물리학에의 적용—이다.(LFM, 15) 수학에서의 계산과 과학에서의 실험을 비교하면서 그 차이를 분석하고자 하는 비트겐슈타인 의도에 대한 단서는 여기서부터 시작된다.

Ⅲ

비트겐슈타인은 인간의 창조적 개념 형성을 통해 수학적인 것과 경험적인 것의 괴리를 극복함으로써 수학의 올바른 위상을 정립하고자 한다. 이러한 맥락에서 그는 수학적 증명과 경험적 실험 혹은 측정과의 유비 문제를 제기한다. 경험적 세계에 대한 수학적 증명의 적용가능성을 주장

9) 로저 펜로즈, 『황제의 새마음, 상』, 박승수 옮김, 이화여자대학교 출판부, 1996, 151쪽.

www.kci.go.kr

하는 그의 생각을 탐구하기 위해서는 먼저 다음과 같은 점을 고려해야 한다.[10]

첫째, 비트겐슈타인이 제시하는 수학적 증명과 실험 또는 측정의 구분에서 파악되는 진술들 간의 구분은 '소박한 경험주의'(naive empiricism)의 입장과는 전적으로 다르다.[11] 소박한 경험주의에 의하면, 경험에 주어진 것과 그것을 기술하는 방법들 간에는 차이가 있음을 강조한다. 반면에 비트겐슈타인은 사실들이 무엇이라는 것을 말하기 위해서는 개념을 필요로 한다는 점을 강조한다. 수학은 우리들에게 경험적 세계를 기술하는 언어적 혹은 개념적 구조를 제공한다는 점에서 양자의 입장 사이에는 분명한 차이가 있다.

둘째, 비트겐슈타인은 증명과 실험의 차이를 특징적으로 기술하기 위해 수학적 증명은 조망가능해야 한다고 주장한다.[12] "조망가능성이 현존하지 않는 곳에서, 그리하여 이러한 대입의 결과가 실제로 존재하는지에 대해 어떤 의심의 여지가 있는 곳에서 증명은 파괴된다."(*RFM*, II §43)

셋째, 비트겐슈타인이 전반적으로 옹호하고 있는 논리학과 수학의 견해를 분명하게 규명하기 위해서는, 우연한 경우에 있어서 반례가 전혀 없는 새로운 필연적 진술들을 받아들이는 결정 요소가 논리학과 수학에 항상 있는지를 고려해야만 한다. 그에게 있어서 실험적으로 확증된 진술들은 지각된 경험을 기술하는 것인 반면, 증명의 결과들은 일정한 경험적 절차들을 수행하기 위한 옳음에 대한 기준들을 구성한다. 아울러 그는 수학적 증명을 경험적 탐구를 지배하는 모델, 모형이나 규칙들로 생

---

10) 이하의 논의는 박만엽(2006),『비트겐슈타인 수학철학』, 157~163쪽 참조

11) 인식론에서 경험주의를 볼 것 같으면, 경험이 우리의 믿음이나 판단의 인과적 근거가 될 수 있다는 약한 의미의 경험주의와 더 나아가 이들을 정당화해 줄 수 있다는 강한 의미의 경험주의가 있다. 강한 의미의 경험주의에 관련해서는 Gupta, *Empiricism and Experience*, Oxford, 2006를 참조할 것.

12) 조망가능성에 대해서는 박만엽(2005), "수학적 증명의 조망가능성", 철학탐구 제17집, 참조할 것.

www.kci.go.kr

각한다.

LFM 제10강의는 “하나의 계산은 실험인가?”라는 물음으로부터 시작된다. 이 강의에 참석했던 튜링A. Turing은 물리학에서의 실험과 수학적 계산을 비교할 수 있다고 제안한다. 이러한 물음의 저변에는 수학의 결과들이 발견의 산물인가 아니면 발명의 산물인가 하는 물음도 함축되어 있다. 가령 “어린아이가 25×25를 계산해서 625를 얻을 때, 그 아이는 이것을 발명하지 않고 그것을 발견해낸다.”라고 말하는 것에는 아무런 잘못이 없다. 그렇지만 비트겐슈타인의 독특한 사고실험은 바로 여기서부터 시작한다. 즉 자신을 “바보로 만들면서까지”(LFM, 103) 일상적으로는 유사성이 강조되는 곳에서 사물들 간의 차이를 강조하려는 (LFM, 15)입장을 밝히고자 한다.

비트겐슈타인은 다음과 같은 가정으로부터 논의를 전개한다: 이 방에 있는 우리가 산술을 발명한다고 하자. 우리는 셈의 기술을 지니고 있지만 어떤 곱셈도 없었다. 이제 내가 다음의 실험을 한다고 하자. 나는 루이에게 어떤 한 곱셈을 준다.—우리는 100까지의 수에 대해 곱셈을 발명했다. 즉 우리는 81×63과 같은 것들은 적어놓았지만 아직 123×489같은 것들은 결코 적지 않았다. 나는 그에게 말한다. “자네는 지금까지 자네가 한 것을 알고 있네. 이제 이들 두 개의 수에 대해 동일한 종류의 일을 해보게.”—나는 우리가 통상적으로 하는 것을 그가 한다고 가정한다. 이것은 실험이다—그리고 이것은 나중에 우리가 계산으로 수용할 수도 있는 것이다. 이는 무엇을 의미하는가? 루이가 한 곱셈, 즉 129×489의 결과를 대부분의 사람들도 한 가지 방식으로 결과를 내놓았다면—사람들은 이제 100이상의 수에 대한 곱셈을 하도록 배운 것이다. 여기서 중요한 것은 이전에 없던 옳음과 그름이 이제 나타난다는 점이다.(*LFM*, 95)

이와 관련해서 비트겐슈타인은 다음과 같은 비유를 한다.

www.kci.go.kr

> 그것은 황야를 가로지르는 도로를 건설하기 위해 최적지를 발견하는 것과 같다. 우리는 먼저 사람들을 횡단하도록 보내고, 그들이 어느 길로 가는 것이 가장 자연스러운지를 보고 나서 그 도로를 건설할 수 있다. 계산이 발명되거나 기술이 고정되기 전에는 옳거나 그른 어떤 결과도 없었다. (LFM, 95)

더 나아가 비트겐슈타인은 튜링이 제안한 물리학에서의 실험과 수학적 계산을 비교하는 문제를 제시한다. 여기서 비트겐슈타인은 천칭에 의해 계산하는 경우, 즉 어떤 사람이 한 쪽 천칭의 접시에 두 조각을 올려놓고, 또다시 두 조각을 올려놓은 다음, 다른 쪽의 접시에 네 조각을 놓고서 어느 쪽 접시도 내려가지 않음을 봄으로써 2+2=4가 증명되는 방식으로 자신의 산술을 발명한다는 가정을 한다. 그런 후 다음과 같은 물음을 던진다. 어떤 상황에서 우리는 이것을 실험이라고 부르고 어떤 상황에서 계산이라고 부르게 될까? 여기에서 '옳음'과 '그름'은 어떻게 도입될 것인가?(LFM, 97) 아무튼 비트겐슈타인은 "계산을 실험의 그림으로 간주하는 것은 문제를 좀 더 명료하게 조명해준다"(LFM, 98)는 입장을 보이면서 "우리는 이 그림이 옳은 결과라고 말할 수 있고, 존이 이 결과를 얻지 못했다고 의미하면서 그가 잘못된 결과를 얻었다고 말할 수 있다."(LFM, 98) 이로부터 계산과 실험에 대한 비트겐슈타인의 다음과 같은 관점이 등장한다.

> 만일 그것이 계산이라면, 우리는 그것을 계산으로 **받아들인다.** 즉 우리는 그것의 **규칙**을 만든다. 우리는 그것의 기술(description)을 어떤 **규범**의 기술로 만든다. -우리는 "바로 이것으로 우리는 사물들을 비교할 것이다."라고 말한다. 그것은 우리에게 실험을 기술하는 어떤 한 방법을 준다. 즉 그것들이 이것으로부터 그만큼 편차를 보인다고 말함으로써 말이다. 만일 우리가 그것을 계산이라고 부른다면, 그것은 이제 어떤 실험의 기술에 대한 표준이나 어법으로 이바지하는 완전한 그림이다. (LFM, 98)

www.kci.go.kr

> 그 모든 것은 우리가 모두 상이한 결과들을 얻지 않는다는 사실에 기초해있다. 바로 이것이 12×12＝144가 잘못된 결과일 수 있다고 말하는 것이 왜 불합리한지 그 이유이다. 왜냐하면 이 결과를 얻는 데 있어서 일치는 이 기술에 대한 정당화이기 때문이다. 그것은 우리의 수학적 계산이 기초해있는 일치 중의 하나이다. (LFM, 102)

> 그리고 이는 논리학의 진리들이 의견의 일치에 의해 결정된다는 언명의 형식으로 종종 표현되었다. 이것이 내가 말하고 있는 것인가? 아니다. 어떤 의견도 전혀 없다. 그것은 의견의 문제가 아니다. 그것들은 행동(action)들의 일치에 의해 결정된다. 동일한 것을 하는 것에서의 일치, 동일한 방식으로 반응하는 것에서의 일치 말이다. 어떤 일치는 있지만, 그것은 의견의 일치가 아니다. 우리는 동일한 방식으로 행동하고, 동일한 방식으로 걷고, 동일한 방식으로 센다.
> 셈에서 우리는 전혀 의견을 표현하지 않는다. 25가 24 다음에 따라 나온다는 어떤 의견도—더구나 직관도—없다. 우리는 셈에 의해서 의견을 표현한다. (LFM, 183~184)

비트겐슈타인에 의하면, 수학의 명제는 우리가 참, 거짓을 판단하게 하는 사실적 주장이 아니라, 오히려 우리는 세계에 대해 판단을 하기 위해 수학을 사용한다는 입장이 강하게 깔려 있음을 알 수 있다. 수학은 우리에게 플라톤적인 혹은 경험적인 어떤 실재에 대해 말해 주지는 않지만, 실재를 파악하고 판단할 수 있는 구조적 틀을 제공한다는 그의 논점은 증명된 수학의 명제가 그 명제 자체의 바깥에 있는 어떤 실재를 가리키고 있는 것처럼 생각되어도, 여전히 그 명제는 단지 실재의 새로운 측정을 받아들이도록 하는 표현에 지나지 않는다.

따라서 수학의 명제는 우리의 경험을 인도하고, 경험적 사실들이 관찰되고 판단될 수 있도록 우리의 언어를 형성한다고 말할 수 있으며, 경험적 명제는 이러한 수학적 구조를 전제하고 있다. 때문에 증명은 상호간의 이해소통에 도움이 되나, 실험은 상호 간의 이해소통을 미리 전제한다. 바로 이 점에 의해 우리는 수학이 어째서 확고부동해야 하는지를 설

www.kci.go.kr

명할 수 있다. 즉 수학은 우리에게 언어의 구조를 제공하기 때문에 반드시 수학의 증명에 의해 증명된 것은 하나의 내적인 관계로 구성되며 아무런 의심의 여지가 없도록 만들어야 한다.

'계산'이라는 표현은 우리가 사용하는 언어의 문법에 근거하며, '계산'이라는 언어놀이는 경험적 사실의 발견과 다르다. 따라서 계산을 하는 행위는 본질적으로 규칙을 따르는 행위로서 '삶의 양식' 안에서 통용될 수 있는 언어놀이와 관련이 있음을 다음과 같이 말하고 있다.[13)]

> 우리는 증명을 그림이라고 말한다. 그러나 이 그림은 우리가 검산할 때 그 그림에 부여하는 인가(ratification)를 필요로 한다. 물론 그것은 사실이다. 그러나 만일 그것이 어떤 사람으로부터는 인가를 얻어내고 다른 사람으로부터는 그렇지 않다면, 그리고 그들이 어떤 **상호이해**에도 이를 수 없다면, 우리가 여기에서 지니게 되는 것은 계산일까? 따라서 그것을 계산으로 만드는 것은 인가만이 아니라 그 인가의 일치이다. …인가의 일치는 우리의 언어놀이의 선결조건이며, 그 일치는 그 안에서 확인되지 않는다. (RFM, V §6)

13) 중기의 비트겐슈타인에 있어서 '계산' 개념은 영향력이 있었지만, 1930년대 중반에 계산 개념은 언어놀이 개념으로 변하기 시작했으며, 1940년대 초에는 언어놀이의 연결고리로서 중기에 형성된 계산 개념을 완전히 뒤집는다. 제라르드 Gerrard에 의하면, 계산 개념 자체는 불필요하게 수학 언어의 범위를 제한해 단순히 구문론적 규칙들에 환원시키는 약점을 안고 있다. 즉 하나의 계산의 적용에 대한 설명이나 규칙을 따르는 것이 무엇을 의미하는지에 대한 구체적 논거가 없으며, 이는 궁극적으로 수학의 변화 혹은 성장에 대한 어떠한 설명도 제시할 수 없다. 계산 개념이 언어놀이 개념으로 바뀌게 되면 의미와 진리는 오로지 실천의 맥락에서 설명될 수 있으며, 수학은 우리의 삶에서 수학이 행하는 역할이 무엇이며 우리의 다른 언어놀이에 대해 수학의 관계가 무엇인지를 봄으로써 파악된다. 언어놀이 개념은 계산 개념을 완전히 거부한 것이 아니라, 그것을 더욱 더 확장하고 수정한 것이다. Gerrard(1991), "Wittgenstein's Philosophy of Mathematics", Synthese 87, Kluwer Academic Publishers, 131~132쪽 참조. 본 논문에서도 *LFM*의 글과 *RFM*의 글을 병치시킨 것도 바로 계산 개념의 변화를 엿보기 위해서였다.

www.kci.go.kr

“계산이 실험이 아니다.”라는 점은 이미 논고(TLP, 6.2331)에서도 주장된 바가 있다. 문제는 우리가 기본적으로 행하는 산수의 계산에서 옳다고 생각하는 규칙을 따르는 데 있어서 즉 더하기나 곱하기 같은 사칙연산의 결과에 대하여 사람들이 저마다 다르게 생각한다면, 200+200=400과 같은 산수 계산의 결과가 참이라는 것을 경험을 통해 결정한다면 과연 어떠한 문제가 생기는가 하는 점이다. 물론 “200개의 사과에다 200개의 사과를 더하면 400개의 사과가 나온다.”는 진술은 검증가능하기 때문에 경험적 진술에 속한다. 그렇지만 순수 산수 명제에 ‘사과’라는 용어를 더하는 것은 사과들에 관해 적용된 새로운 명제를 창조하는 것은 아니다. 이런 맥락에서 비트겐슈타인은 “사과들에 대한 어떤 산수도 없다.”고 말한다. 그에게 있어서 ‘200개의 사과+200개의 사과=400개의 사과’는 사과들에 관한 진정한 명제가 아니다. 산수 계산의 결과를 실험으로 볼 수 있다는 입장을 옹호할 것 같으면, 우리는 계산 행위를 보는 관점에 따라 실험으로 간주할 수도 있다. 이에 대해 비트겐슈타인은 다음과 같은 입장을 전개한다.

> ‘실험’은 단지 어떤 특정한 관점에서 볼 때의 행위이다. 이제 계산 행위도 실험일 수 있음은 **명백**하다. 예를 들어 나는 이 사람이 이러이러한 상황에서 이 계산 문제를 어떤 식으로 계산하는지를 검사할 수 있다. 그러나 당신이 알고자 하는 것이 52×63이 얼마인지라면, 당신이 질문하는 것은 바로 그것이다! 같은 내용의 질문을 내가 할지도 모르고, 더욱이 내가 하는 질문이 바로 이러한 낱말들을 통해 표현될지도 모르는 일이다. (다음과 비교해보라. “들어봐, 그녀가 신음을 한다고!” 이 문장은 그녀의 행동에 대한 것인가 아니면 그녀의 고통에 대한 것인가?) 그러나 만일 내가 혹시 그가 한 계산의 결과를 검토해 본다면 어떻게 될까?—“그러면 나는 모든 정상적인 사람들이 그렇게 반응하는지를 분명하게 확인하기 위해서 또 하나의 실험을 하는 셈이다.”—이제 만일 사람들이 똑같이 반응하지 **않는**다면, 과연 어떤 것이 수학적 결과인가? (RFM, V §14)

www.kci.go.kr

계산하는 행위를 물리적, 심리적, 생리학적 조건하에 주어진 어떤 계산 문제에 대한 반응으로, 즉 물리적 법칙에 따라 작동하는 전자계산기의 액정판에 나타나는 계산의 결과처럼 인간의 계산 행위도 그렇게 볼 수 있다고 하더라도 바로 위에서 인용한 마지막 질문에 대한 대답이 불가능하기 때문에 계산 행위는 경험적 법칙을 따른다고 할 수 없다.[14] 이에 대한 비트겐슈타인의 말을 들어보자.

> 만일 계산이 실험이라면, 그리고 그 조건들이 충족된다면, 우리는 산출되는 것을 그 결과로서 받아들여야만 한다. 그리고 만일 계산이 실험이라면 그것은 그러그러한 것을 산출시킨다는 명제는 결국 그러한 조건들 아래에서 이런 종류의 기호가 생겨난다는 명제가 된다. 그리고 만일 이러한 조건들 아래에서 한때는 어떤 결과가 다른 때에는 어떤 다른 결과가 나타나면, 우리는 "여기에는 뭔가 잘못되었다."라거나 "두 계산이 모두 옳을 수는 없다."라고 말해서는 안 되며, 오히려 이 계산은 항상 동일한 결과를 산출하는 것은 아니라고 (그 이유는 알려질 필요가 없다) 말해야만 할 것이다. 그러나 비록 그 과정이 이제 똑같이 흥미롭고, 아마도 더 흥미로울지라도, 여기에는 더 이상 어떤 계산도 없다. 그리고 이는 다시금 '계산'이라는 낱말의 사용에 대한 문법적 견해이다. 그리고 물론 이 문법은 어떤 목적을 지니고 있다. (RFM, V §6)

수학에서 행하는 계산은 실험이 아니기 때문에 오류의 가능성은 언제든지 있을 수 있다. 그렇지만 우리는 '계산'이라는 표현을 사용하는 것은 기본적으로 언어의 문법에 근거를 두고 있다. 따라서 '계산'이라는 언어놀이는 경험적 사실의 발견과 다르다. 계속해서 비트겐슈타인의 말을 들어보자.

---

14) 홍성기(2002), 「괴델의 불완전성 정리: 증명된 신화?」, 『논리연구』, 제5집 제2호, 한국논리학회, 55쪽.

www.kci.go.kr

> "그렇다. 그러나 그래도 사람들이 그렇게 계산한다는 경험적 사실은 남아 있다!" 그렇다. 그렇다고 해서 그 계산 명제가 경험적 명제로 되는 것은 아니다.
>
> "그렇다. 그러나 확실히 우리의 계산은 경험적 사실들에 기초해야만 한다!" 확실히 그렇다. 그러나 당신은 지금 어떤 경험적인 사실들을 염두에 두고 있는가? 그것을 가능하게 하는 심리적이고 생리적인 것들인가, 아니면 그것을 어떤 유용한 활동으로 만드는 것들인가? **후자**와의 연관은 항상 그렇듯이 계산이 실험의 그림이라는 점에 있다. 전자로부터 그것은 그것의 요점을 그것의 외관을 얻는다. 그러나 이 점이 수학의 명제들이 경험적 명제들의 기능을 갖는다고 말하는 것은 전혀 아니다. (이는 마치 어떤 사람이 오직 배우들만 각본에 등장하기 때문에 어떤 다른 사람도 극장의 무대 위에서 유용하게 채용될 수 없다고 믿는 것과 거의 같다.)
>
> 계산에서는 **어떤** 인과적 연관들**도 없으며,** 오직 그림의 연관들만이 있을 뿐이다. 그리고 이 점에 대해서 증명 그림을 승인하기 위해 우리가 그 증명 그림을 검토한다는 사실로 인해서 달라지는 것은 아무것도 없다. 계산이 심리적 실험에 의해 산출되었다고 말하고 싶은 유혹은 그래도 있다. 그렇지만 심적인 과정은 우리가 계산할 때 심리적으로 탐구되지 않는다. (RFM, V §15)

계산을 심리적, 생리적으로 행하는 실험과 동일시하는 오류를 비트겐슈타인은 '배우-무대-스텝'의 비유를 통해 암시하고 있다. 그것은 계산 과정을 단지 개인적인 일로 간주하기 때문에 일어나는 오류라는 것이다. 그러한 오류는 내가 어떤 한 계산 문제를 풀 때 오로지 나의 몸과 정신만이 개입되니까 계산을 하는 행위 자체도 심리적, 생리적으로만 제약을 받는다고 생각하는 좁은 관점에 있기 때문에 발생한다. 이러한 문제는 결국 계산이 특정한 종류의 언어놀이로서 이에 상응하는 사회적 제약을 받는다는 점을 망각한 데서 비롯된 것이다.[15]

15) 홍성기(2002), 56쪽.

www.kci.go.kr

Ⅳ

증명과 실험의 구분을 통해서 수학적 증명의 규범적 성격과 과학의 가설의 경험적 성격을 구분하면서 수학적 증명의 조망가능성을 강조했던 비트겐슈타인은 기본적으로 수학의 개별적 증명보다는 수학적 증명의 전체적 성격에 관심을 두었다고 볼 수 있다. 그의 이러한 생각은 수학적 진리의 선천적/후천적 기준에 대한 문제와도 직결된다. 통상적으로 진리의 선천적/후천적 구분은 진리가 세계 속에서 어떤 사태가 일어나는지를 경험에 의하지 않고 알려진다면 선천적으로 알려진다고 하며, 경험적 탐구에 기초해서 알려지는 진리는 후천적으로 알려진다고 말한다. 예컨대 '2+2=4'와 같은 수학적 명제의 진리는 선천적으로 알려지며, '눈은 희다'라든지 '이 풀은 푸르다'와 같은 경험적 진술의 참은 후천적으로만 알 수 있는 것들이다.

비트겐슈타인에게는 수학에서 선천적으로 알려지는 진리로 기술될 수 있는 것 역시 문법의 규칙에 포함된다. 그러나 수학적 진리의 선천적 문제에 대한 그의 관심은 인식론적인 관점에서가 아니라 수학적 진술의 문법적 상태가 무엇인지를 탐구하며, 그러한 진술이 사용되는 방식에 따라 결정되는 논리적·문법적 물음에 초점을 두고 있다.[16)]

16) 비트겐슈타인은 문법적 명제들을 여러 방식으로—'자명한 명제들', '개념-형성 명제들' 등—규정하지만, 가장 중요한 것은 그것들을 규칙으로 묘사한 것이다. 문법적/실질적 구분의 유동성을 강조할 때, 그는 개념-형성—즉, 말이 되게 만드는 것과 말이 안 되게 만드는 것을 결정하는 규칙들을 확립하는 것—은 (마치 그가 『논고』에서 한 것처럼) 불변하는 논리적 형식의 법칙들에 의해서 정해지는 것이 아니며, 언제나 관습, 관행과 연결된 것이라는 사실에 주의를 집중시키고 있다. 따라서 우리와 다른 관습과 관행들은 유용한 것이 무엇인지에 대해서 우리와 다른 개념을 전제할 것이다. 그리고 이것은 다시 우리와 다른 관습과 관행들은 우리가 실제로 받아들였던 (말이 되고 말이 되지 않는 것을 결정하는) 규칙들과 다른 규칙들을 수용한다는 것을 뜻할 것이다. 문법적 명제들에 대한 비트겐슈타인의 관심은 그의 수학철학에 있어서 핵심적이었다. 왜냐하면 수학의 '비경험성'

www.kci.go.kr

때문에 그가 증명과 실험의 구분을 통해 수학적 진리의 선천적 기준에 대한 생각을 나름대로 전개하는 데에는 단순히 구분의 정도와는 아무런 관련이 없다. 오히려 증명의 조망가능성 개념을 통해 '개념의 형성'과 '경험' 간의 구분이 종류가 서로 다른 것임을 혼동하지 않게끔 하는 의도가 강하게 작용했다고 볼 수 있다.

비트겐슈타인은 분명히 수학적 진리나 증명의 내용을 이루는 것에 어떠한 경험적 요인이 개입되는 것을 거부한다. 그러나 문제는 증명과 관련된 세부적 사항들이 전적으로 분명하지 않은 경우, 즉 증명의 구조가 선천적이면서도 명확하지 않은 경우에 대해 비트겐슈타인이 제시하는 조망가능성 개념이 충분한 설명력을 가지고 있는가 하는 점이다. 예컨대, 인간의 지적 능력으로는 알 수 없으나 컴퓨터에 의해 증명이 되었다고 일컬어지는 아펠-하켄(Appel-Haken)의 '4색 문제'(four-colour problem)가 논의되는 것도 바로 이러한 문제와 관련이 있다. 여기서 비트겐슈타인의 주된 관심은 조망할 수 없는 증명을 우리가 어떻게 검증하는가 하는 물음에 있는 것이 아니라, 하나의 증명을 구조로서 받아들이는 사람들의 일치가 무엇에 근거를 두고 있으며 그 증명이 어떻게 사용되고 있는가 하는 데 있다. 왜냐하면 전자와 같은 유형의 물음 방식은 그가 강조하는 문법적 구성과는 무관한 인식론적 물음이기 때문이다.[17)]

문제는 결과적으로 비트겐슈타인이 강조했던 증명과 실험의 구분을 제대로 이해하지 못했기 때문이다. 즉 수학적 명제와 경험적 명제를 가로막고 있는 경계는 개념적인 것이지 경험에 토대를 두는 것이 아니다. 따라서 비트겐슈타인이 제시하고자 했던 논점은 선천적으로 알 수 있는 것은

은 수학적 진리들에 대한 특정한 인식에 있지 않고, 수학적 명제들은 문법적이라는 사실에 있다는 것을 그가 보여주고 싶어 했기 때문이다. '2+2=4'의 확실성은 우리가 그것을 하나의 기술이 아니라 하나의 규칙으로 사용한다는 사실에 있다. 레이 몽크(2000), 668쪽.

17) 박만엽(2006), 216~217쪽 참조.

www.kci.go.kr

또한 경험적으로 알려질 수 있다는 것이 아니라, 똑같은 문장도 수학적으로 혹은 경험저인 맥락에서 사용될 수는 있으나, 그 중에서 우리가 어떤 문장을 수학적 문장으로 아니면 경험적 문장으로 할 것인지 하는 조건들의 본성을 분명하게 하는 데 있다고 평가하는 것이 옳을 것이다.[18]

> 물론 경험은 계산이 어떻게 이루어지는지를 나에게 가르쳐준다. 그러나 그와 더불어 내가 그 계산을 승인하는 것은 아직 아니다. (RFM, I §163)

> 계산하는 것의 **본질**을 우리는 계산하는 걸 배움으로써 알게 되었다. (OC, §45)

수학적 명제들은 단적으로 "언어에 채용된 도구들"(RFM, II §29)이며 수학적 명제를 단순히 기호들의 변형에 관한 문법의 명제로 생각하는 비트겐슈타인에 의하면, 증명은 우리가 사물을 바라보는 방식을 도입하며, 우리가 사용하는 언어에 대해 새로운 규정을 함으로써 우리가 수학적 명제에 속하는 것으로 볼 수 있는 특정한 확실성을 설명한다. 증명이 이론의 여지가 없이 확실하다는 것은 증명의 과정을 통해 얻은 명확한 그림을 본래의 모델로서 받아들인다는 것을 인정하는 것이 된다. 또한 그 모델은 결과적으로 문법적 규칙들이 된다. 이와 같은 명제들이 확실하고 이론의 여지가 없는 것은 당연히 그러한 명제들이 규칙이기 때문이다. 아울러 "수학적 명제는 규칙이라는 위엄을 지닌다." (RFM, I, §164)

> 수학이 논리학이라고 말하는 것에 대해서 옳은 것은 다음이다. 수학은 우리 언어의 규칙들에서 움직인다. 그리고 이 사실은 수학에 독특한 견고성과 논쟁의 여지가 없을 정도로 확고부동한 지위를 부여한다. (RFM, I §164)

18) Shanker(1987), 136~137쪽 참조.

www.kci.go.kr

증명에 의해 증명된 명제는 규칙으로서, 그리하여 하나의 패러다임으로 이바지 한다. 왜냐하면 우리는 규칙에 따라 방향을 잡기 때문이다. 수학적 명제는 우리에게 무엇을 말하는 것이 의미 있는지를 보여주게 될 것이다.

증명은 하나의 명제를 구성한다. … 그 구성이 우리로 하여금 이것을 의미로, 저것을 의미가 아닌 것으로 결정함이 틀림없다. (RFM, II §28)

무엇이 증명된 것에서 확고부동하게 확실한가?

하나의 명제를 확고부동하게 확실한 것으로 승인한다는 것은 … 그 명제를 하나의 문법적 규칙으로 사용한다는 것을 의미한다. 이를 통해 우리는 그 명제로부터 불확실성을 제거한다. (RFM, II §39)

비트겐슈타인이 증명의 창조적 개념을 강조하는 주된 이유는 증명을 파악하는 과정이 '내적인 경험'보다는 인간의 '실천적 행동'에 의존하고 있기 때문이다. 따라서 하나의 명제에서 다른 명제를 추론하는 증명은 단순히 규칙에 따라 논리적으로 우리가 사용하는 표현을 변형시키는 것이다. 증명의 과정에서 행해지는 추론은 특별한 내적인 심적 활동, 즉 추론을 접할 때에 이해를 매개로 하는 과정을 추적하는 것이 아니며, 형이상학적인 실재와의 대응이나 강제적인 느낌 등에 의해 행해지는 것은 분명 아니다. 추론에서 옳다, 그르다는 개념은 측정에서와 마찬가지로 단순히 실천적 행동과 효용성의 문제이다. "여기서 '옳다'는 말과 일치하는 실재는 무엇인가? 추측컨대, 그것은 **규약**, 또는 **사용**[19]이며, 아마도 우리

19) 언어의 공적인 '사용'을 강조하는 비트겐슈타인에게 있어서 '사용'은 언어를 단순히 말이나 조작적 규칙으로 이해하는 것이 아니라, 가장 일반적인 자연의 사실과 역사적인 삶의 양식들과의 총체적인 관계에서 이해하여야 한다. 때문에 '사용'은 단순히 관습이나 유행, 전통 등에서 결정되는 실제적인 '용법'과 구분될 필요가 있다. 축구경기에서 축구공을 사용하는 규칙이 있는 것처럼, 사용은 하나의 규칙 즉 게임(놀이)의 규칙이 있다는 것을 뜻한다. 따라서 사용은 유용성을 넘어서 사람들 간에 통용될 수 있는 규칙과 관련되어 있다. 언어의 사용 문제와 관련해서는『철학적 탐구』에 있는 다음의 글을 주목할 필요가 있다. "철학자들

www.kci.go.kr

의 실천적인 요구일 것이다.” (RFM, I §9)

V

수학에 대한 비트겐슈타인의 철학적 저작들은 철학과 수학의 경계들에 대해 의문을 던지는 것에서 출발한다. 비트겐슈타인은 수학과 철학 사이의 경계선을 흐리게 하자는 것이 아니라 수학과 철학을 분리하는 전통적 방식에 문제가 있음을 보이는 데 주력한다. 그의 목적은 수학과 철학에 놓인 잘못된 경계들을 극복하는 데 있다. 그렇다고 기존의 수학적 결과들을 전면으로 부정하겠다는 것이 아니다. 다시 말해서 그는 순수하게 수학적 문제들의 배후에 있는 철학적 문제들을 드러내고자 한다. 때문에 수학과 철학의 상호작용에 남다른 관심을 가졌던 그의 작업은 철학자들이 주장해 온 ‘자명함’, ‘명확성’ 그리고 ‘필연성’ 등과 같은 개념은 물론 수학자들이 사용한 ‘수’, ‘계산’, ‘수학의 기초’, ‘무한’, ‘증명’, ‘명제’ 등의 개념들에 대해 비범할 정도로 명민한 탐구를 지속적으로 해온 것으로 평가할 수 있다. 이를테면 계산의 개념을 통해 언어놀이 개념으로 전환해가는 그의 사상적 변화는 수학은 물론 철학에서도 많은 것을 원천적으로 생각하게 만든다. 이러한 언어놀이는 문법과 규칙따르기 문제와 자연스럽게 연결된다. 지칭적 의미론을 뒤집는 후기 비트겐슈타인의 입장은 거꾸로 “대상의 본질이 오히려 언어에, 더 구체적으로 문법에 의존한다고 논한다. 발언과 문장의 주제가 되는 대상과 세계, 나아가 우리의 의사와 인식 내용뿐만 아니라, 인식과 사고의 능력까지도 언어 활동의 과정에서 형성된다는 것이 그의 입장인 것으로 보인다. 우리 삶에서 의미 있는

이 어떤 말을 사용할 때 그리고 그들이 사물의 본질을 파악하려고 할 때 항상 우리 자신에게 되물어보아야 한다. 그 말은 언제나 그 말의 본래 고향인 언어놀이 속에서 그렇게 사용된 것인가? 우리가 해야 할 것은 말들을 그것의 형이상학적 사용에서 일상적인 사용으로 되돌리는 일이다.”(*PI*, §116)

www.kci.go.kr

모든 존재나 가치는 문법이나 문리(文理)에 얽혀서 존재하고 그 정체성이 결정된다."[20] "본질은 문법에 의해 표현된다."(PI, §371)는 본질문법론과 언어놀이를 연관시켜 논의하는 작업 역시 매력적인 탐구의 대상인 것은 분명하지만 이에 대한 본격적 논의는 다음으로 미룬다.

행위를 주체로 하는 인간 사고의 전형이랄 수 있는 추상적 수학을 다양한 삶의 양식(forms of life)이라는 울타리 안에 넣고 생각했을 때, 우리는 자연스럽게 수학의 진리를 보증하는 수학적 실재와 같은 본질적 요인에 천착할 필요가 없음을 깨닫는다. 즉 수학에서 사고와 실재 간의 조화는 의미 있는 말의 사용을 지배하는 문법적 규칙들에 의해 보장되며, 이러한 조화는 형이상학적인 유사성의 문제가 아니다. 오히려 그것은 단순히 우리가 말을 하는 방식에서 구축되는 것임을 파악할 때에 언어를 통한 우리의 개념적 사고는 우리에게 주어진 삶의 양식 속에서 진정한 의사소통의 가능성에 대한 열린 전망을 가질 수 있다.[21]

20) 남경희,『언어의 연기와 마음의 사회성』, 이화여대출판부, 2013, 49~50쪽.

21) 마지막으로 이 글을 읽고 심사해준 익명의 심사위원의 꼼꼼한 지적에 깊은 감사를 드린다.

www.kci.go.kr

참고문헌

남경희,『언어의 연기와 마음의 사회성』, 이화여대출판부, 2013.

베나세라프(1982), *Philosophy of Mathematics*,『수학의 철학』, 박세희 옮김, 아카넷.

레이 몽크(1998),『루드비히 비트겐슈타인, 천재의 의무 ②』, 남기창 옮김, 문화과학사.

루드비히 비트겐슈타인(2010),『비트겐슈타인의 수학의 기초에 관한 강의』, Cambridge, 1939, 박정일 옮김, 올.

로저 펜로즈,『황제의 새마음, 상』, 박승수 옮김, 이화여자대학교 출판부. 1996.

박만엽(2005), "수학적 증명의 조망가능성", 철학탐구 제17집.

______(2006),『수학철학』, 철학과 현실사.

홍성기(2002), "괴델의 불완전성 정리: 증명된 신화?",『논리연구』, 제5집 제2호, 한국논리학회.

Gerrard(1991), "Wittgenstein's Philosophy of Mathematics", Synthese 87, Kluwer Academic Publishers.

Gupta, *Empiricism and Experience*, Oxford, 2006.

Hardy(1929), "Mathematical Proof", Mind, Jan.

Shanker(1987), *Wittgenstein and the Turning-Point in the Philosophy of Mathematics*, Croom Helm, London.

Wittgenstein(1961), *Tractatus Logico-Philosophicus* (*TLP*), tr. D.F. Pears and B.F. MaGuinnes, Routledge and Kegan Paul. London.

______(1967), *Remarks on the Foundations of Mathematics* (*RFM*), ed. G.H. von Wright, R. Rhees and G.E. Anscombe, Blackwell, Oxford.

______(1975), *Philosophical Remark* (*PR*), R. Rhees, tr. R. Hargreaves and

www.kci.go.kr

R. White, Blackwell, Oxford.
______(1976), *Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics* (*LFM*), ed. C. Diamond, Cambridge.
______(1958), Philosophical Investigations (*PI*), G.E.M. Anscombe, Blackwell, Oxford.
______(1969), *On Certainty* (*OC*), ed. G.H. von Wright, G.E.M. Anscombe, tr. D. Paul and G.E.M. Anscombe, Blackwell, Oxford.
______(1980), *Culture and Value* (*CV*), ed. G.H. von Wright, tr. P.Winch, Blackwell, Oxford.

www.kci.go.kr

The Division of Calculation and Experiment in the Mathematical Proof

-With Priority Given to Wittgenstein's *LFM* and *RFM*-

Park, Man Yoep (University of Seoul)

The main purpose of this paper is focused on the following aspects: With priority given to Wittgenstein's *LFM* and *RFM,* the problems of the division of calculation and experiment in the mathematical proof. The subject that Wittgenstein treats in his philosophy of mathematics is very various. Wittgenstein does not accept basically mathematical platonism that approves existence of objective number. The most promising perspective that penetrates his philosophy of mathematics is 'practice'. According to common view, the division of calculation and experiment that Wittgenstein raised can be misunderstand as a trivial problem. However, this misunderstanding is no more than misreading of Wittgenstein's thought. The reason is as in the following. Wittgenstein scrutinizes through the division of calculation and experiment in his original philosophical way the foundamental problems of mathematics as the surveyability of mathematical proof, proof and rule, rule and language game, mathematical proposition, mathematics and logic etc. Thus the expression of 'calcus' is based on grammar of language we use, the language game of 'calcus' is different from the discovery of fact. Therefore, calculating act is essentially related language game that is used in forms of life as an act of rule following.

www.kci.go.kr

Key words: Philosphy of Mathematics, Mathematical Proof, Calculation, Experiment, Rule, Grammar, Language

박만엽 e-mail: smullyan@hanmail.net

투 고 일	2014년 10월 20일
심 사 일	2014년 10월 30일
게재확정	2014년 11월 17일

www.kci.go.kr